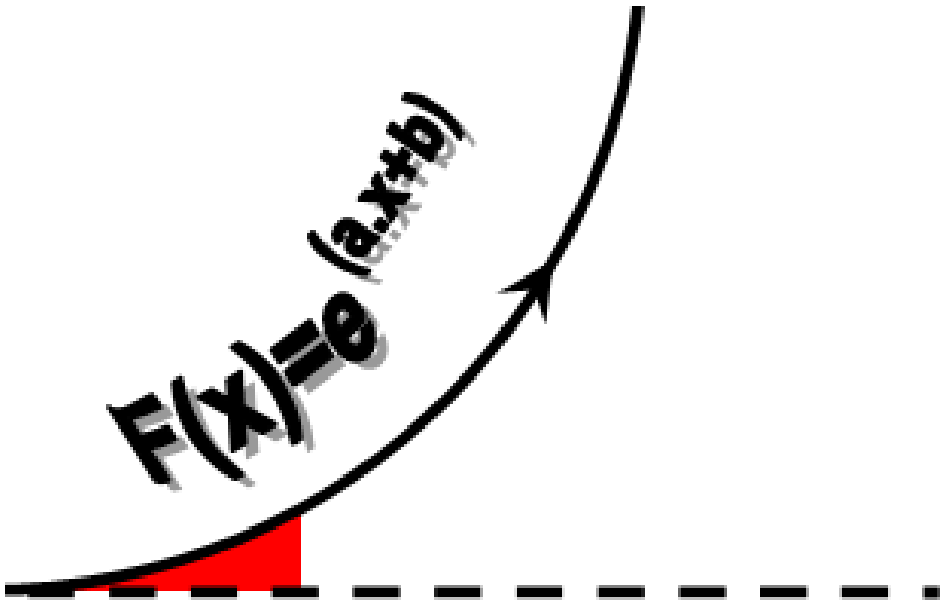
Ангел Ангелов Марчев 1. 0 **Ангел Ангелов Марчев 2. 0**

МОДЕЛИРАНЕ И ПРОГНОЗИРАНЕ В УПРАВЛЕНИЕТО



Издателство „Евдемония Продъкшън“ ЕООД

София 2016

Моделиране и прогнозиране в управлението

Автори: Ангел Ангелов Марчев 1. 0

Ангел Ангелов Марчев 2. 0

Рецензенти: проф. д. и. н. Мая Ламбовска

проф. д-р Матилда Александрова-Бошнакова

Авторите носят пълна отговорност за авторството си и за оригиналността на произведението, както и за грешки, допуснати по тяхна вина. Авторите запазват всички права по издаване на своите публикации.

Националност на автора **България**

Език на изданието **Български**

Тематика: **Симулационно моделиране, прогнозиране, Бизнес управление**

Жанр: **Научна литература**

Издател (код **92924**) **Евдемония Продъкшън ЕООД**

България, София 1000, ул. Георги С. Раковски 79 ап. 1

Email: angel. marchev@yahoo. com

ISBN 978-954-92924-7-3

ПРЕДГОВОР **6**

ЧАСТ 1. ПРОГНОЗИРАНЕ **9**

1. ВЪВЕДЕНИЕ В ПРОГНОЗИРАНЕТО. 9
   - *1.1. Определения и основни понятия.* *9*
   - *1.2. Видове прогнози.* *12*
   - *1.3. Прогнозиране и планиране.* *13*
   - *1.4. Методи за прогнозиране.* *15*
   - *1.5. Нормативен и изследователски подход в прогнозирането.* *17*
   - *1.6. Основни етапи в прогнозирането.* *19*
2. ЕКСПЕРТНИ МЕТОДИ ЗА ПРОГНОЗИРАНЕ. 24
   - *2.1. Същност на експертните методи.* *24*
   - *2.2. Метод "Делфи".* *26*
   - *2.3. Методи на ранговата корелация.* *32*
   - *2.4. Други експертни методи за прогнозиране.* *39*
3. ПРОГНОЗИРАЩИ ПАЗАРИ. 44
   - *3.1. Актуалност и възникване на прогнозиращите пазари.* *44*
   - *3.2. Същност и функциониране на прогнозиращите пазари.* *53*
   - *3.3. Видове прогнозиращи пазари.* *59*
   - *3.4. Структура и изисквания за ефективност на прогнозиращите пазари.* *65*
   - *3.5. Сравнение на прогнозиращите пазари с онлайн версия на метода 'Делфи'.* *68*
4. ПРОГНОЗИРАНЕ ЧРЕЗ ЕКСТРАПОЛАЦИЯ. 70
   - *4.1. Основни понятия.* *70*
   - *4.2. Постановка на задачата и основна хипотеза.* *73*
   - *4.3. Етапи на работа при прогнозиране чрез екстраполация.* *76*
   - *4.4. Видове прогнозиращи функции.* *77*
   - *4.5. Оценка на точността на прогнозиране.* *79*
   - *4.6. Видове измерители на грешката.* *82*
   - *4.7. Метод на псевдопрогнозата.* *84*
5. ВРЕМЕВИ ПРОГНОЗИРАЩИ ФУНКЦИИ. 87
   - *5.1. Основна идея.* *87*
   - *5.2. Регресионният подход за екстраполация.* *94*
   - *5.3. Единична регресия.* *96*
   - *5.4. Множествена регресия.* *99*
6. МЕТОДИ ЗА ПРОГНОЗИРАНЕ ЧРЕЗ ДЕКОМПОЗИРАНЕ НА ХАРМОНИЦИ. 102
   - *6.1. Същност.* *102*
   - *6.2. Мултипликативен метод.* *105*
   - *6.3. Адитивен метод.* *107*
7. МЕТОДИ ЗА ПРОГНОЗИРАНЕ ЧРЕЗ ПЪЛЗЯЩИ СРЕДНИ. 110
   - *7.1. Наивен метод за прогнозиране.* *111*
   - *7.2. Обикновена пълзяща средна.* *112*
   - *7.3. Претеглена пълзяща средна.* *116*
   - *7.4. Претеглена пълзяща средна на Спенсър.* *121*
   - *7.5. Експоненциално изглаждане* *123*
   - *7.6. Единично експоненциално изглаждане с адаптирано-отговарящи стойности (ARRES).* *129*
   - *7.7. Метод на Чоу за адаптивен контрол.* *132*
   - *7.8. Метод на Браун за линейно експоненциално изглаждане.* *133*
   - *7.9. изглаждане на Холт. Двойно параметрично линейно експоненциално* *136*
   - *7.10. Квадратично експоненциално изглаждане* *140*
   - *7.11. Метод на Уинтърс за експоненциалното изглаждане при сезонни данни* *142*
8. МЕТОДИ ЗА ПРОГНОЗИРАНЕ ЧРЕЗ АВТОРЕГРЕСИОННИ ФУНКЦИИ. 145

8.1. Обща характеристика. ... *145*
8.2. Интегрирана авторегресионна пълзяща средна (ARIMA). ... *147*
8.3. Съставни елементи на ARIMA. ... *152*
8.4. Характеристики на времевите редове. ... *157*
8.5. Метод на Бокс-дженкинс. ... *163*
10. НОРМАТИВНО ПРОГНОЗИРАНЕ И ПРОГРАМНО-ЦЕЛЕВИ ПОДХОД. ... 167
10.1. Същност и основни понятия. ... *167*
10.2. Декомпозиция на целите и задачите. Дърво на целите. ... *169*
10.3. Оценка на относителната важност. ... *171*
10.4. Оценка на съпътстващите фактори. ... *173*

ЧАСТ 2. МОДЕЛИРАНЕ. ... **176**

11. МОДЕЛИ И МОДЕЛИРАНЕ В СИСТЕМИТЕ ЗА УПРАВЛЕНИЕ. ... 176
11.1. Определения и основни понятия. ... *176*
11.2. Имитационно моделиране. Имитационен модел. Имитация. ... *184*
11.3. Аналитични и имитационни модели. ... *188*
11.4. Характерни черти, предимства, недостатъци и класификация на имитационните модели. ... *191*
12. ИЗПОЛЗВАНЕ НА МОДЕЛИ В УПРАВЛЕНИЕТО. ... 196
12.1. Област на приложение на имитационните модели. ... *196*
12.2. Задачи, решавани с помощта на модели. ... *198*
12.3. Приложение на имитационното моделиране в човешката дейност. ... *201*
12.4. Управленски задачи, решавани с помощта на ИМСС. ... *203*
12.5. Технология и технически средства на имитационното моделиране. ... *212*
13. ЕТАПИ ПРИ ИЗГРАЖДАНЕ НА МОДЕЛИТЕ. ... 221
13.1. Формулиране на проблема и създаване на концептуален модел. ... *223*
13.2. Събиране на информация за моделираната система. ... *229*
13.3. Синтез на математическите описания на блоковете в модела. ... *232*
13.4. Програмна реализация на модела. ... *236*
13.5. Подбор на блоковете и настройка на коефициентите. ... *239*
13.6. Оценка на адекватността и избор на окончателен вариант на модела. ... *241*
13.7. Използване на изградения модел. Провеждане на моделни експерименти. ... *247*
14. СИНТЕЗ НА ЕДНОФАКТОРНИ И МНОГОФАКТОРНИ МОДЕЛИ. ... 254
14.1. Синтез на математическо описание на модела. ... *254*
14.2. Еднофакторни и многофакторни модели. ... *256*
14.3. Подход за синтез. ... *260*
14.4. Единична линейна регресия. ... *263*
14.5. Автокорелация. ... *268*
14.6. Множествена регресия. ... *274*
14.7. Мултиколинеарност. ... *278*
14.8. Полиномиални регресионни модели. ... *279*
15. СИНТЕЗ НА МОДЕЛИ ВЪВ ВИД НА СИСТЕМИ ЕДНОВРЕМЕННИ УРАВНЕНИЯ. ... 280
15.1. Кратък исторически преглед на подхода. ... *280*
15.2. Същност на модела от СЕУ. ... *283*
15.3. Начини за представяне на МСЕУ. ... *286*
15.4. Информационно осигуряване на МСЕУ. ... *295*
15.5. Идентификация на СЕУ. ... *298*
15.6. Традиционни методи за спецификация на уравненията в СЕУ. ... *303*
15.7. Методи за оценяване на параметрите на СЕУ. ... *307*
15.8. Пример – МСЕУ с макроикономически данни за България. ... *313*
16. МОДЕЛИРАНЕ ПО МЕТОДА „МОНТЕ КАРЛО” ... 319
16.1. История и същност на метода. ... *319*

16.2. Приложение на метода. ... *322*
16.3. Пример експерименти с модела на реална компания. ... *332*
16.4. Предимства на метода Монте Карло. ... *335*
17. АВАНГАРДНИ МЕТОДИ ЗА ПРОГНОЗИРАНЕ. ... 338
17.1. Основни подходи. ... *338*
17.2. Изкуствени невронни мрежи. ... *340*
17.3. Еволюционни алгоритми. Същност. ... *348*
18. СИНТЕЗ НА МОДЕЛИ ЧРЕЗ МНОГОРЕДНИ СЕЛЕКЦИОННИ ПРОЦЕДУРИ. ... 357
18.1. Постановка на задачата. ... *357*
18.2. Основна идея. ... *361*
18.3. Процедура за приложение на многоредна селекция. ... *364*
18.4. Многоредна селекционна процедура. ... *370*

ЧАСТ 3. МЕТОДИЧЕСКИ УКАЗАНИЯ. ... 375

19. ПРАКТИЧЕСКО ПРОВЕЖДАНЕ НА МЕТОД „ДЕЛФИ”. ... 375
20. ПРОВЕЖДАНЕ НА ПРОУЧВАНЕ С ОНЛАЙН ДЕЛФИ НА FORPRIN. ... 378
21. ПРАКТИЧЕСКО ПРОВЕЖДАНЕ НА МЕТОД „РАНГОВА КОРЕЛАЦИЯ”. ... 401
22. ПРАКТИЧЕСКО ПРОВЕЖДАНЕ НА ПРОГНОЗИРАНЕ ЧРЕЗ ЕКСТРАПОЛАЦИЯ. ... 410

ИНФОРМАЦИОННИ ИЗТОЧНИЦИ. ... 462

ПРЕДГОВОР

Настоящият учебник е резултат от дългогодишна (от 1970 година до сега) преподавателска, изследователска и приложна работа в областта на моделирането и прогнозирането на сложни системи. Предназначен е за обучение на студенти по дисциплината “Моделиране и прогнозиране в управлението”, както и по други сродни по съдържание дисциплини.

Дисциплината “Моделиране и прогнозиране в управлението” е задължителна специална дисциплина за студентите от специалност “Бизнес администрация” на професионално направление “Администрация и управление”. Основната цел на дисциплината е да даде на студентите теоретични познания и практически умения за изграждане и използване на модели и прогнози в управлението на сложни системи. На основата на поредица от изследователски задачи с нарастваща сложност студентите се запознават с конкретните методи за прогнозиране, за синтез на прогнозиращи функции и изграждане на модели на стопански системи в условия, максимално близки до реалните. Специално внимание е отделено на използването на съвременната компютърна техника и интернет в управленската дейност, поради важното им значение в съвременни условия. През време на курса студентите поемат ролята на управленски консултанти и разработват поредица от изследователски задачи с нарастваща сложност и подготвят курсова работа (задание за самостоятелна работа).

В учебника са представени всички необходими теоретични знания и съответните методически указания за практическото провеждане на упражненията и изпълнение на заданията за самостоятелна работа.

В структурно отношение учебникът е разделен на три части (ЧАСТ 1. ПРОГНОЗИРАНЕ, ЧАСТ 2. МОДЕЛИРАНЕ. ЧАСТ 3. МЕТОДИЧЕСКИ УКАЗАНИЯ), всяка от които е разделена на раздели (с последователна едно-индексна номерация в рамките на цялото книжно тяло), всеки от които съдържа подраздели (с последователна номерация в рамките на раздела). По този начин се избягва излишното добавяне на допълнителен индекс за номера на частта в номерацията на разделите и подразделите. Номерата на информационни източници в текста са оградени в квадратни скоби. Примери: [18], [1, 4, 11], [15, стр.235]. Самите източници са номерирани с нарастваща номерация, приблизително по реда на употреба в текста.

Трябва да се отбележи, че пълният комплект учебни материали по курса “Моделиране и прогнозиране в управлението” включва голям обем онлайн материали: интерактивен учебник в html формат, сайт за автоматизирано оценяване, специализирана Wikipedia, база с хиляди анотирани образователни линкове, ръководства и инструкции за самостоятелна работа на студентите в drive.google.com, голям брой Facebook групи с текущи указания към студентите, сайт за насърчаване самосточтелната развойна дейност на студентите, библиотеки с учебни материали в dropbox.com и пр. Целият този комплект се използва в online режим при наличието на голям брой хиперлинкови връзки между различните му части.

Настоящият учебник представлява книжно тяло с ‘линейна’ подредба и поради това съдържа само част от целия комплект. При това в него не може да се отрази действителната хиперлинкова организация на учебните материали по дисциплината.

Също така следва да се отбелечи, че в него е отразен опитът по преподаване на ред сродни дисциплини в бившата катедра ‘Теория на управлението и моделирането на стопански системи към ВИИ „Карл Маркс”, курсовете по ‘Моделиране на технико-икономически системи’ и ‘Количествени методи в икономиката’ в бившата катедра „Автоматика’ на ВМЕИ „В. И. Ленин”. Също така са отразени научните разработки по автоматизиран синтез на модели на сложни системи и по макро-икономическо моделиране, извършени в Проблемната научно-изследователска лаборатория по ‘Моделиране и системен анализ на икономическия механизъм’ към НИС на ВИИ „Карл Маркс”.

В учебника авторството на темите се поделя между авторите както следва:

- Теми, писани от доц., д-р, инж. А. Марчев: 1, 4, 5, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 18.
- Теми, писани от гл. ас., д-р А. Марчев, мл.: 2, 3, 6, 7, 8, 14, 16, 17, 19, 20, 21, 22.

ЧАСТ 1. ПРОГНОЗИРАНЕ

1. ВЪВЕДЕНИЕ В ПРОГНОЗИРАНЕТО.

1.1. Определения и основни понятия.

За първи път думата “**prognosis”** (узнавам напред) е била произнесена преди 2000 години от древногръцкия лекар Хипократ, който е предвиждал развитието на различни болестни състояния.

Прогнозирането винаги е било неразделна част от почти всички видове вземане на решения в управлението, но като самостоятелна учебна дисциплина то съществува относително от скоро.

Жалон в развитието на прогнозирането е книгата на Erich Jantsch [1]. Спокойно може да се говори за прогнозирането ‘преди’ и ‘след’ тази книга, която често бива определяна като „фундамент за създаването на Римския клуб“, поради формирането на научно-обоснован подход и възможност за прогнозиране на научно-техническия прогрес в глобален мащаб.

Съществува много голям брой определения на това що е ‘прогноза’ и ‘прогнозиране’. Без да правим анализ на всички, ще посочим само няколко от тях, съпроводени с кратък коментар.

- **Прогнозата е научно обоснована представа за бъдещето (за бъдещо явление, за бъдещо развитие на процес, за бъдещи последствия и пр. ...).** Коментар: Подчертава се научността на прогнозата/прогнозирането. За разлика от ‘гадание’, ‘предчувствие’, ‘пророчество’, ‘баба Ванга каза...’, ‘усещане под лъжичката’ и други ненаучни/псевдо-научни твърдения.
- **Прогнозата е предвиждане на тенденциите в развитието на икономическите процеси, пораждано от действието на обективните закони и конкретните условия.**

Коментар: Обръща се внимание на тенденцията, т. е. на основната насока в развитето на прогнозирания процес във времето, изчистена от случайни шумове и смущения. Освен това прогнозата се основава на ‘обективни закони’ (т. е. независещи от мнения и субективизъм), които трябва да се познават и на ‘конкретни условия’ (отразяващи фактическата обстановка), които следва да се отчитат при прогнозирането.

- **Прогнозата е предварително определяне на очакваната реализация на даден процес въз основата на изводите, направени от определени сигнали и взаимозависимости**. Коментар: По същество това е същата мисъл, но изказана с професионалния език на инженер, а не на икономист. Освен това се посочва, че прогнозираният процес има много възможни бъдещи раеализации, между които се избира ‘очакваната’.

- **Прогнозата е комплексно научно-обосновано предсказание за съдържанието, насоката и обема на възможностите за използване на изучаваните явления в природата, обществото и човешкото мислене**. Коментар: Подчертава се, че прогнозите/прогнозирането могат да се отнесат към всички области на човешката дейност, т. е. имат универсален характер.

- **Прогнозата е вероятностна оценка за възможните пътища и резултати в развитието на науката и техниката, а също и на необходимите за тяхното осъществяване ресурси и организационни мерки.** Коментар: Много важен момент. Подчертава се вероятностния (стохастичния) характер на всяка прогноза, резултат от стохастичния характер на света, в който живеем. От това следва извода, че не съществува абсолютно точна прогноза, или метод за прогнозиране. Поради неизбежната

неопределеност, породена от действието на непредсказуеми случайни фактори, всяка прогноза оценява бъдещето с някаква неточност (грешка на прогнозирането). Това също така означава, че всяко решение, базирано на някаква прогноза е свързано с определен риск. Освен това това определение предполага наличието на ‘ресурси’ и ‘организационни мерки’ (т. е. целенасочена управленска дейност) за достигане на едно научно-техническо постижение.

В посочените определения е особено важно да се подчертаят научният характер, многовариантността и вероятностния характер на всяка прогноза.

За целите на настоящото изложение, за прогноза ще се счита:

Научно-обоснована, многовариантна, вероятностна оценка на бъдещето, отчитаща действащите обективни закономерности и конкретните условия.

Съответно процесът на прогнозиране може да бъде дефиниран от системна гледна точка като **процес по съставяне на научно-обоснована оценка за бъдещо поведение на наблюдавания обект, процес или явление**. При това тази оценка трябва да има количествен характер, а нейната проверка (поне post-factum) трябва да се базира на на емпирични доказателства.

1.2. Видове прогнози.

Възможни са (и съществуват) много класификационни белези за разграничаване на различните прогнози. Като най-очевидни примери могат да се посочат:

- **Според прогнозираното явление:** научно-технически, демографски, военно-политически, икономически, пазарни, борсови, валутни и др. прогнози
- **По равнище:** международни, национални, отраслови, фирмени и др. прогнози;
- **По срок (дълбочина) на прогнозиране:** краткосрочни, средносрочни и дългосрочни.
- **По подход:** прогнози, използващи изследователски или нормативен подход при избора на метод за прогнозиране;
- **По метод за прогнозиране:** експертни, екстраполационни, получени чрез експерименти с модели и др. видове прогнози;

1.3. Прогнозиране и планиране.

Както е известно от курса по ‘Основи на управлението’, прогнозирането, планирането и целеполагането са взаимосвързани функции в управленската дейност. Едновременно с това е важно да се посочи, че съществува разлика между ‘прогнозиране’ и ‘планиране’. Тя се състои в това, че **прогнозата посочва какво, как, къде, кога, по какъв начин може да стане (на основата на обективно действащи закономерности и конкретни условия), а планът указва какво, как, къде, кога, по какъв начин трябва да стане (на основата на нечия субективна воля):**

- При прогнозирането се отразяват обективни закономерности и съществуващи възможности;
- При планирането субектът на управлението активно влияе на обекта; Планът е инструмент за активно въздействие (за "изграждане на бъдещето"), докато прогнозата посочва алтернативите за възможното бъдеще и е научна основа на плана/планирането.
- "Прогнозиране без план е литературно начинание, планиране без прогноза е административна акция " (анонимен плановик)

Още може да се направи следната съпоставка:

Прогноза	**План**
Научно обосновано предвиждане за бъдещето	Предвиждане и изграждане на бъдещето
Посочва различни възможности (поливариантност)	Еднозначно фиксира пътищата и средствата за решаване на опр. задачи
Има научно обоснован характер	Има задължителен характер
	Балансово обвързан (но не винаги)

Възможно е различно съчетаване на прогнозата с планът:

- прогнозата предшества плана и служи като негова основа;
- прогнозата допълва плана (прогнозира последствията му извън пределите на плановия период);
- прогноза за хода на изпълнението / неизпълнението на плана.

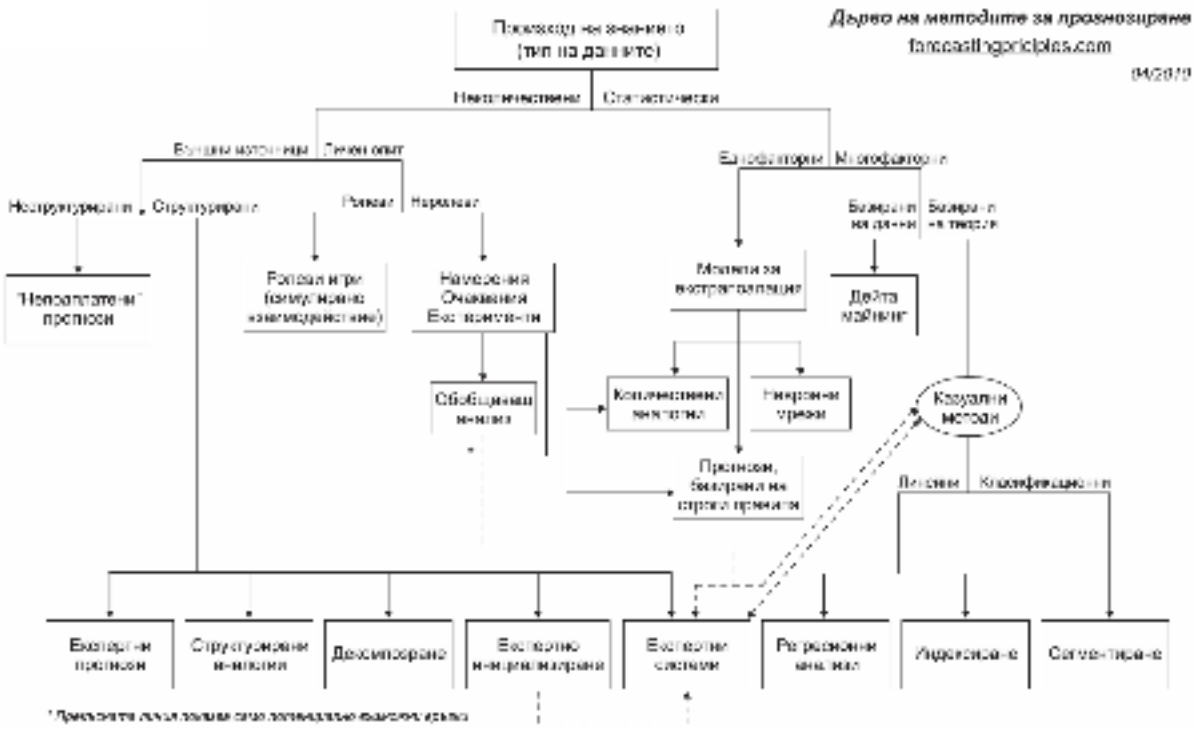
1.4. Методи за прогнозиране.

Съществуват над 250 метода за прогнозиране, голяма част от които бяха описани още през 1967г. в [1]. Само за илюстрация на фиг. 1.4.-1. и 1.4.-2. е показана една от многото класификации на различните групи методи за прогнозиране [4].

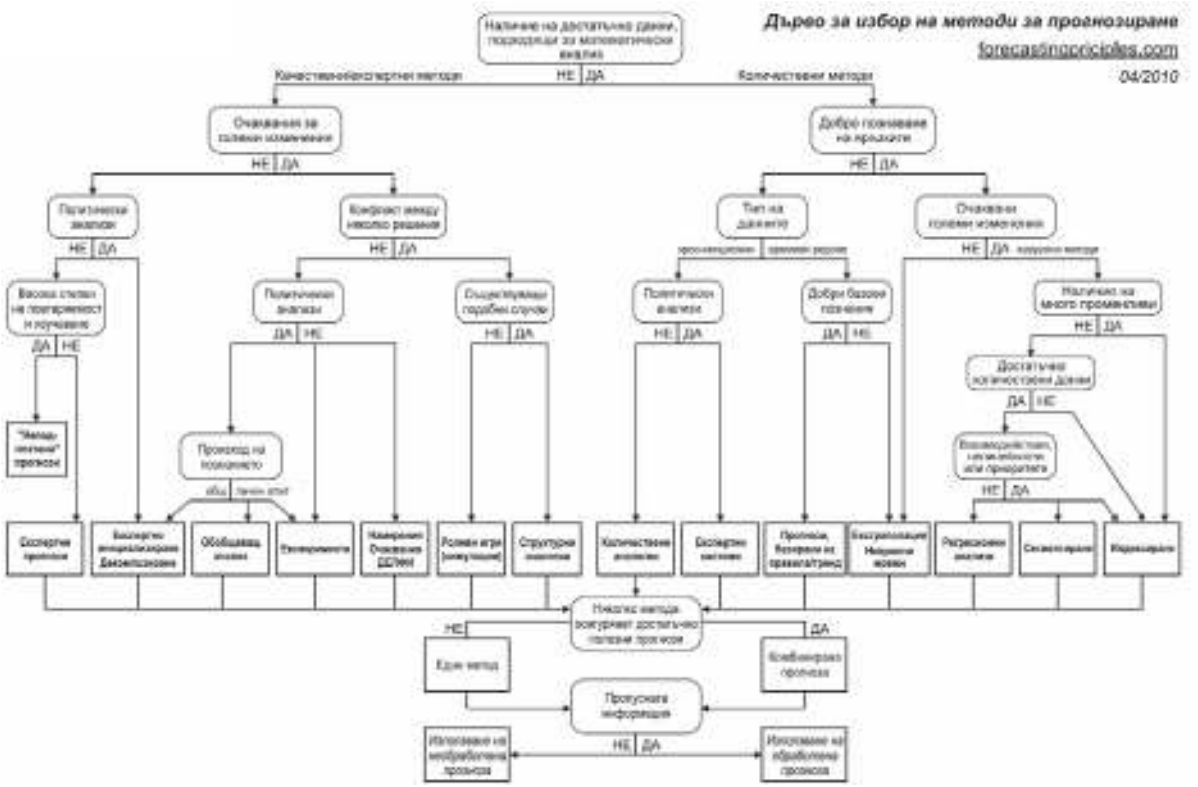
За целите на изучаваната дисциплина (“Моделиране и прогнозиране в управлението”), те могат да бъдат групирани е следните основни групи:

- Експертни методи за прогнозиране (Разгледани в раздели 2 и 3).
- Екстраполационни методи за прогнозиране (Разгледани в раздели 4 до 8).
- Методи за прогнозиране с помоща на модели (Разгледани в част II „Моделиране”).
- Нормативни методи за прогнозиране (Разгледани накратко в раздел 9).
- Авангардни методи за прогнозиране (разработени в последно време и разгледани накратко в раздели 17 и 18)
- Други методи (не попадащи в горните групи и разгледани частично в раздел 2.4).

Основната цел на дисциплината е да даде на студентите теоретични познания и практически умения за изграждане и използване на модели и прогнози в управлението на стопанските системи. Вниманието е фокусирано върху практическото усвояване на най-използваните методи за прогнозиране от първите три групи. Те още могат да се нарекат ‘методи, базирани на изследователски подход’.



Класификационно дърво на методите за прогнозиране.



Дърво на решенията за избор на метод за прогнозиране.

1.5. Нормативен и изследователски подход в прогнозирането.

Изследователските методи за прогнозиране. (exploratory methods) предполагат наличие на предварителни проучвания, данни и/или знания за прогнозираното явление. Т. е. оценяват се неговите количествени характеристики за бъдещи периоди на основата на анализа на тенденциите и закономерностите, характерни за досегашното му развитие. В практиката този подход намира широко приложение.

Като разновидност на изследователския подход се прилага сравнителния подход, който се основава на анализа и съпоставянето на сходствата и различията в сравнявани явления, едно от които е прогнозираното.

Разбира се, използването на минали данни и знания за прогнозиране на бъдещето е правомерно само ако действалите закономерности в миналото продължат да действат по същия начин и в периода на прогнозиране. Това означава, че трябва да се използват знанията по ‘Кибернетика’ и ‘Теория на системите”, придобити от курса по „Основи на управлението”.

Нормативните методи (normative methods) се базират на предварително определяне на целите на крупни проекти в организацията. Тези цели се декомпозират във вид “дърво на целите”, изразяващо тяхната взаимовръзка и съподчиненост. Декомпозицията продължава докато се достигне до списък от конкретни задачи, които могат да се възложат на конкретни изпълнители. Оценява се количествено тяхната значимост, нужните за тяхното изпълнение ресурси, управленски въздействия и очаквани срокове. На тази основа може да се направи оценка за реализируемостта на проекта, наличността на необходимите

ресурси, вероятните рискове, необходимите организационни мерки, очакваните разходи и срокове и най-важното – може да се вземе решение за започване/отхвърляне на проекта. Този подход още може да бъде наречен ‘активно’ прогнозиране поради това че субекта на управление активно участва в изграждане на възможното бъдеще.

1.6. Основни етапи в прогнозирането.

Процесът на прогнозиране предполага наличието на лица, вземащи решение (ЛВР), които използват прогнозите и лица, изработващи тези прогнози (аналитици, консултанти, съветници, сътрудници) обобщено наречени експерти. Този процес започва и завършва с комуникацията и координацията на работата между ЛВР и експертите. Следвайки [4, стр. 45], могат да се посочат следните основни етапи в процеса на прогнозиране:

1. Ясно дефиниране на целите;
2. Определяне на това, какво ще се прогнозира;
3. Дефиниране на времеви измерения;
4. Преглед на базата данни;
5. Избор на метод за прогнозиране;
6. Оценка на метода и ако е необходимо избор на друг;
7. Подготовка за прогнозиране;
8. Съставяне на прогноза;
9. Следене и отчитане на резултатите.

Стъпка 1. Изясняване на целите. Състои се в изясняване на целите, свързани с решенията, за които прогнозата е важна. Те трябва да бъдат формулирани ясно и точно. Необходимо е да се определи какви цели ще се преследват с взетите в последствие решения. Трябва да се определи ролята, която прогнозата ще изпълнява в процеса на вземане на решения. Ключът към пълноценното използване на прогнозите е да се определи как те ще се използват, а не само по какъв начин ще се съставят.

Стъпка 2. Определяне какво точно ще се прогнозира. Добрата комуникация и разбиране между ЛВР и прогнозиращия

експерт е много важна с оглед на това да бъдат наименовани точно необходимите прогнозирани променливи. Например не е достатъчно да се каже, че е необходима прогноза на продажбите. Трябва да се определи дали е необходима прогноза на приходите от продажби, или прогноза на обема на продажбите, или продуктовата им структура. Освен това трябва да се изясни каква ще стъпката на времето, т. е. дали прогнозата ще бъде годишна, по тримесечия, месечна или седмична.

Стъпка 3. Установяване на времевите измерения. Има два основни диапазона от време, които трябва да бъдат определени. Първият е ‘дълбочина на прогнозиране’, т. е. броя на периодите, считано от момента ‘сега’ до определен бъдещ момент, които прогнозата трябва да покрие. Трябва да се има предвид, че с нарастване на дълбочината на прогнозиране, точността на прогнозирането намалява, поради действието на непредвидими случайни фактори Второто нещо, което ЛВР и експертите трябва да определят е необходимото време за съставяне на прогнозата и нейната спешност. На тази основа може да се оцени с колко време се разполага за използването на няколко алтернативни методи за прогнозиране и избор на най-подходящия за конкретния случай.

Стъпка 4. Проучване на данните. Събирането, систематизирането и подготовката на данните в удобен за използване вид е трудоемка и важна задача, свързана със значителен обем изследователски труд. Източниците на тези данни могат да бъдат вътрешни или външни за организацията. Могат да се използват статистически, счетоводни, отчетни данни, както и целесъобразно организирани допитвания до експерти. Внимание трябва да се обърне на такива съображения като: съвместимостта на мерните единици, степента на агрегираност, съответствието на времевите периоди и пр. Например информацията за продажбите

на хладилници може да бъде пазена като цяло, а не според марката и модела на хладилника, клиента или региона. Освен това информацията може да бъде пазена например по месеци или тримесечия само няколко години назад, а от по-предишни години да се съхраняват само годишни данни. Подобни обобщения на информацията ограничават това, което може да бъде прогнозирано и прогнозиращите методи, които могат да бъдат използвани. За това е много важно координацията между тези, които съхраняват данните и тези, които изготвят прогнозите. В ред случаи е необходимо да се набере допълнителна външна информация. Тя може да бъде придобита от широк кръг от източници като например национални, регионални или правителствени агенции, различните търговски и промишлени асоциации и палати, търговските камари и т. н.

Стъпка 5. Избор на метод за прогнозиране. Съществува много голямо разнообразие от методи за прогнозиране, от които трябва да се изберат най-подходящи за конкретната ситуация. В процеса на избор на метод за прогнозиране трябва да се вземе под внимание:

- Типа и количеството на наличната информация
- Тенденцията, която данните са проявявали в миналото (сезонни колебания, тренд)
- Спешността или срока за изготвяне на прогнозата
- Дълбочината на прогнозиране
- Познанията на хората, правещи и използващи прогнозата

В зависимост от конкретната ситуация и дадените обстоятелства, прогнозиращия избира определен метод. Това е от

изключително значение за полезноста и ефективноста на прогнозата след това.

Стъпка 6. Оценка на метода. Същността на тази стъпка се сътои в прилагането на избраните методи за минали данни и оценяването им, дали работят добре в ретроспективен смисъл. С помоща на такова тестване се оценява, дали те са подходящи за конкретните данни. Ако даден метод не работи добре при данните за прогнозираните променливи от минали периоди, тогава е малко вероятно, че той да работи добре в бъдещето. Но усилията за неговото изследване не са напразни, тъй като тестването е помогнало да се избегне използването на метод, който не работи добре в дадената ситуация. Трябва да се отбележи, че няма абсолютно сигурен начин, по който да се оцени 'най-добрия' метод.

Стъпка 7. Подготовка на прогнозата. Нека приемем, че сме избрали 'най-добрия' метод за прогнозиране на базата на неговото тестване върху исторически данни. Независимо от това е препоръчително използването на повече от един метод за прогнозиране (когато това е възможно) и то от различен вид (например екстраполационни + експертни) с последваща съпоставка на направените прогнози. В ред случай е необходимо да се подготвят няколко прогнози за едно и също явление. Например: оптимистична прогноза, песимистична прогноза и най-вероятна прогноза. Някои от прогнозите могат да бъдат създадени и чрез комбинирането на различни методи за прогнозиране.

Стъпка 8. Представяне на прогнозата. За да бъде използвана прогнозата ефективно, тя трябва да е представена на ЛВР, които ще я използват в максимално удобен за изполване вид. Освен това много важно е начина за изработване на прогнозите да е достатъчно ясен и обяснен, така че да се предизвика доверие в

прогнозата. Няма значение колко работа е вложена при създаването на прогнозата и колко е сигурен е в резултатите, този който я е съставил, нито пък колко сложен е метода на прогнозиране. Важното е този, които използва прогнозата за вземането на решения, да разбира как е направена тя и да има доверие в нея.

Представянето на прогнозата трябва да бъде направено както в писмена, така и в устна форма. Писменното представяне трябва да включва, освен стойностите получени чрез използването на избрания метод, също и различни графики, схеми и т. н., които да онагледяват прогнозата. Устното представяне под формата на дискусия дава възможността да се обсъдят някои детайли и неясноти около прогнозата и по този начин ЛВР да разберат по-добре същността й, и да се убедят във възможноста за ефективното й използване.

Стъпка 9. Отчитане на резултатите. След представянето идва момента на прилагането на прогнозите и използването им при вземането на решения. Но с това процесът на прогнозиране не завършва. Последният етап се състой в следенето на резултатите от прогнозирането с течение на времето и тяхното анализиране. Същността на този етап е анализирането на отклоненията на прогнозите от реалните данни и откриването на причините за получените грешки. Това позволява да се отчетат тези причини с оглед подобряване на целия процес на прогнозиране и неговото усъвършенстване.

2. ЕКСПЕРТНИ МЕТОДИ ЗА ПРОГНОЗИРАНЕ.

2.1. Същност на експертните методи.

Преди всичко трябва да се отбележи, че експертните методи (понякога наричани качествени методи) се използват за решаване на различни задачи в различни области на човешката дейност. Една от тези области е прогнозирането. Те се използват тогава, когато точните количествени методи не са приложими – например при на слабо изучени явления, характеризиращи се с висока степен на неопределеност, висока степен на сложност, липса на статистически данни и натрупани количествени измервания и голяма дълбочина на прогнозиране (далечен времеви хоризонт)..

Експертните методи се базират на множество субективни мнения на група лица, компетентни в разглежданата област (наричани експерти). При това се вземат мерки за ‘обективизиране’ на получените в крайна сметка прогнози. За разлика от количествените методи, при експертните методи не се синтезира математическо описание на прогнозираното явление. Нито се прави допускане за неизменност на действалите закономерност в миналото. Въпреки че историческото развитие на прогнозираното явление все пак се отчита, по-важно значение за точността на прогнозиране имат компетентността, знанията, опита, въображението, таланта на експертите.

Всички експертни методи за прогнозиране включват:

- Целесъобразно организирано допитване до група специалисти (експерти), които са компетентни в дадена област;
- Подходяща обработка на събраните експертни мнения с цел получаване на обективизирани оценки на основата на субективни мнения.

Различните методи се различават по начина на провеждане на допитването и начина на обработка на информацията (просто гласуване, назначаване на коефициенти на относителна важност, Делфи и т. н.).

Съществуват десетки видове експертни методи за прогнозиране, всеки от които с десетки или стотици модификации. В следващите раздели ще разгледаме по-подробно два най-характерни представителя на експертните методи (метод ‘Делфи’ и метод на ранговата корелация). Добре е да се отбележи, че методиката за провеждане на всички останали експертни методи и модификации в значителна степен е подобна.

2.2. Метод "Делфи".

Методът Делфи представлява метод за изработване на съгласувани решения, основани на познанията на експерти. В този смисъл е особено подходящ (и оригинално замислен) за целите на прогнозирането. Наименованието на самия метод произлиза от известния Делфийски оракул в антична Гърция. Методът е разработен през 50-те години на XX-ти век от корпорацията Rand за нуждите на дългосрочното военно-политическо прогнозиране. Към настоящия момент методът се е развил в много модификации и се използва във всички области на човешката дейност.

Първото приложение на метода ‘Делфи” в България е описано в [10].

‘Делфи’ е систематичен и рационален метод за събиране на субективни мнения на експерти. Всеки експерт независимо и анонимно попълва бланка с отговор по поставени въпроси, като също така може да добавя аргументи, или предложения към отговора си. Груповата прогноза се съставя въз основа на многократно събиране, обобщаване и оповестяване на междинни резултати, аргументиране на крайни мнения, коригиране на първоначалните становища на отделните експерти и отново повторение на цикъла до изработване на окончателно становище по разглеждания проблем.

Методът има следните основни характеристики:

- **Контролирана обратна връзка.** Прогнозата се изработва от изследователска група чрез допитване на експертите в няколко последователни тура. Това дава възможност резултатите, получени в края да един тур се ползват на следващия за уточняване и съгласуване на субективните експертни оценки. По този начин след няколко последователни итерации се постига постепенно

сближаване на мненията на експертите и намаляване на интервала на разсейване на прогнозата

• **Анонимност на експертите един спрямо друг.** Изследователската група взима всички мерки отделните експерти да не знаят имената на останалите и да не поддържат връзка помежду си. По такъв начин се преодоляват недостатъците на други методи, основаващи се на експертни групи. Отстранява се възможността за влияние на “авторитета”; избягват се проблемите с междуличностните отношения; отпадат основанията за опасения от уронване на собствената репутация; елиминират се в определена степен евентуалния пряк натиск на групата върху своите членове както и възможността за конформистко поведение от страна на определен експерт.

• **Статистическа обработка на отговорите на участниците.** Извършва се с оглед на обективизация на получаваните резултати и минимизиране на субективността в тях. В оргиналния метод ‘Делфи” като показател за груповото мнение (най-вероятната прогноза) се използва медианата на индивидуалните мнения, а като граници за интервала на разсейване се използват първия и третия квартил.

Прилагането на метода ‘Делфи” преминава през следните основни етапи:

1. **Формира се група, която провежда изследването.** Тя организира и провежда разработката на прогнозата. От квалификацията, такта и съобразителността на нейните членове зависи правилното провеждане на цялото изследване.

2. **Определят се експертите, които ще бъдат допитвани**. Вън от всяко съмнение успешното използване на метода “Делфи” зависи от правилния подбор на експертите (както на равнището на

тяхната квалификация, така и от сферата, в която те са специалисти).

3. **Определя се показател за мнението на групата.** Най-често се използва медианата на съвкупността от индивидуални мнения;

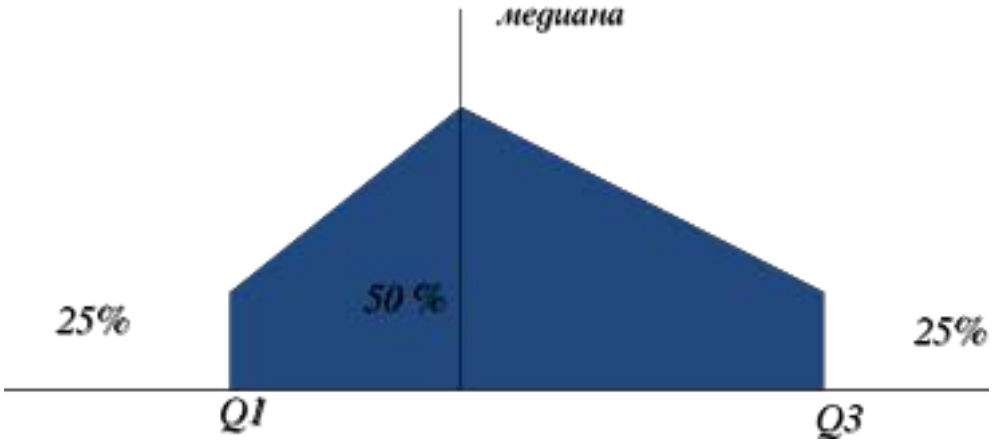
4. **Формулиране на въпросите**. В оригиналния си вид методът "Делфи" се използва за прогнозиране на момента за настъпване на определено събитие. Това означава, че въпросите са от типа „Кога ще настъпи ..... (определено събитие)?” Очаквания отговор от всеки експерт е посочване на определен момент по скалата на времето.

В последствие методът започва да се използва и за прогнозиране на очаквани числени стойности на определен показател в определен бъдещ момент. В такъв случай въпросите ще бъдат от типа: "Колко ще бъде стойността на ..... (дефиниран показател) към ..... (определен бъдещ момент)?". Ако се поиска мнение за стойностите на този показател за няколко последователни моменти, може да се получи оценка за очакваното развитие на показателя във времето.

На практика много рядко се прави изследване само по един въпрос. Това не е удобно по организационни причини. Освен това задаването на няколко въпроса от една и съща област води до по-голямо "замисляне" и "задълбочаване" и по-високо качество на получените отговори.

5. **Провеждане на един тур от изследването.** Това разбира се става при пълно спазване условията за анонимност на експертите, които дават независимо един от друг своите оценки, като и своите коментари по направените прогнози.

6. **Обработка и анализ на резултатите от един тур.** Изчисляват се медианата и квартилите по всяка скала (т. е. по всеки въпрос). Представят се в таблична и графична форма. Оценява се степента на съгласие между мненията на отделните експерти (т. е. ширината на интервала на разсейване). За граници на интервала на разсейване се приемат първия и третия квартил, отстранявайкит най-песимистичните и най-оптимистичните прогнози. Това се прави с цел да се отсеят мненията на тези експерти, които са заинтересовани от изместване на прогнозата в определена посока, или нямат достатъчна компетентност по въпроса. Анализират се крайните мнения. Иска се допълнителна аргументация от тези експерти, които са ги изразили. Преценява се необходимостта от провеждане на нов тур от изследването. Типичния графичен вид на една прогноза изглежда така:



7. **Формулиране на уточнени въпроси и провеждане на нов тур.** Нов тур се провежда, когато интервалът на разсейване (разликата между първи и трети квартил) е прекалено голям. Най-често това се дължи на нееднозначно или неточно формулирани въпроси. На всеки експерт се представят усреднените резултати и анонимизираните отговори на всички останали експерти от предходния тур. Направените нови предложения и коментари също се разпространяват между експертите. Въпросите, породили

двусмислено тълкуване се преформулират и съпровождат с допълнителни уточнения. Процедурата продължава с повторението на стъпки 5, 6, 7 и може да включва няколко последователни итерации.

8. **Оформяне на резултатите от проведеното изследване.** Когато въпреки всички мерки за повишаване на съгласието между експертите, резултатите от поредния тур не се отличават силно от предходните е настъпил момента за прекратяване на изследването (т.е. допълнителните усилия, разходи и време за нов тур не съответстват на евентуалното подобрение в качеството на прогнозите). Всички получени резултати (прогнози, интервали на разсейване и аргументации), придружени със съответните анализи и коментари, се представят в удобен за използване вид.

9. **Оценка на компетентността на експертите.** Компетентността на експертите е ключев фактор за точността на прогнозиране. В началната фаза на изследването тя може да се оцени по формални белези: завършено образование, наличие на научни степени и звания, продължителност на практичексия опит и пр.

Най-добрата мярка за компетентността на един експерт е фактическата точност на направените от него прогнози в миналото. Такъв анализ на компетентността е възможен, когато се провеждат чести краткосрочни прогнози, точността на които става проверима след не голям период от време. В такъв случай експертите които са правили по-точни прогнози се открояват и това дава основание да бъдат включвани в нови изследвания на основата на емпирично доказана компетентност.

В някои случаи към всеки въпрос се прилага подвъпрос за самооценка на компетентността на експерта по съответната тема. Тогава може при обработка на резултатите мненията да се претеглят с тези самооценки.

Основно предимство на метода „Делфи" е неговата простота. Освен това, той отчита знанията и опита на група експерти, при намалена степен на субективност. Контролираната обратна връзка, т.е. анализът на оценките на другите експерти и възможността за промяна на личното становище осигуряват постигане на по-точно прогнозиране. Друго предимство на метода е, че отговорите са анонимни. Експертите работят самостоятелно. Така не може да има емоционална обвързаност на експертите с отговорите на колегите им и се елиминира ефектите на конформизъм, авторитарност и влияние на групата.

Развитието на метода води до идеята за "електронен форум" - непрекъснато, циклично повтарящо се допитване до множество експерти и получаване на нови актуализирани прогнози по много теми, подпомагано от възможностите на съвременната изчислителна и комуникационна технология.

2.3. Методи на ранговата корелация.

В много управленски ситуации, възниква задачата за подреждане (или приоритизиране) на някакви обекти по степента на изява на техен общ, но количествено неоценим признак.

Подобна задача възниква и при синтез на многофакторни прогнозиращи функции и модели, когато трябва да се направи предварителен подбор на най-съществените фактори, които да бъдат включени в разглеждането. Това става на основата на априорни знания за явлението, а когато тези знания са недостатъчни (в случай на изследване на слабо познато явление) с помощта на методът на ранговата корелация.

Най-пълна разработка на теорията и приложението на ранговите методи е направена от M. G. Kendall в [8]. Монографията представлява изчерпателно описание на всички основни разновидности на методите на ранговата корелация. Обосновани са всички необходими формули и разчети и са приложени всички необходими статистически таблици за тяхното приложение.

Първото приложение на метода на ранговата корелация в България е описано в [9].

Ще направим кратко описание на метода на ранговата корелация в неговата най-опростена версия, използвайки за основа тези два източника.

Нека имаме n условно номерирани обекта, притежаващи някакъв общ, числено не оценим признак:

Ранжиране. Под ‘ранжиране’ ще разбираме подреждането (номерирането) на тези обекти в зависимост от нарастването или намаляването на този техен признак.

Обекти: 1, 2, 3, ..., n

Рангове: R1, R2, …, RN

Ранговата корелация е експертен метод и в основата му стои допитване до група от m независими експерти в дадена област с цел ранжиране на обекти. Всеки експерт ранжира обектите по своя преценка. В резултат получаваме m на брой ранжировки на едни и същи обекти от гледна точка на един и същ признак.

Пример: Нека обектите ни са момичета участващи в конкурс за красота. Всяка от тях дефилира пред журито (независими експерти). Всеки от тях ранжира обектите по числено неоценимия признак ‘красота’.

Нека разгледаме по-полезно приложение на метода. Трябва да синтезираме прогнозираща функция за прогнозиране бъдещото развитие на определена променлива в зависимост от много потенциално влияещи фактори. Списъка на факторите е твърде дълъг и е необходимо да подберем само най-силно влияещите. Затова организираме експертно проучване като изискваме от всеки експерт да ранжира факторите по признак ‘степен на влияние върху поведението на прогнозираната променлива’. В такъв случай може да работим в следната последователност:

1. **Формулиране на въпроса.** Очевидно той трябва да е типа: “Ранжирайте по важност обектите (факторите), влияещи върху …. (наименование на прогнозираната променлива)!” Експертите трябва да разполагат с предварително изготвен списък с n фактора, влияещи на изследваното явление. За определянето им може да се направи предварително допитване сред експертите.

2. **Определяне на експертите.** Разбира се трябва да се подберат лица, компетентни по изследваното явление.

3. **Провеждане на допитването.** Експертите ранжират факторите по степен на влияние върху прогнозираната променлива. При анкетирането се съблюдава изискването за независимост и анонимност на експертите един спрямо друг.

4. **Подготовка на отговорите на експертите за обработка.** Събраните експертни мнения (ранжировки) се систематизират в таблица с общ член R(I,J), където: J е поредния номер на фактора в първоначалния списък, I е поредния номер на експерта, а R(I,J) е рангът присвоен на J-ти фактор от I-ти експерт.

	ЕКСПЕРТИ							
ОБЕКТИ		1	…	i	…	m	S	Общ ранг (R_g)
	1	R_{11}	…	R_{i1}	…	R_{m1}	S_1	R_{g1}
	…	…	…	…	…	…	…	…
	J	R_{1j}	…	R_{ij}	…	R_{mj}	S_j	R_{gj}
	…	…	…	…	…	…	…	…
	N	R_{1n}	…	R_{in}	…	R_{mn}	S_n	R_{gn}

$R_{i,j}$ *ранг на обект j според експерт i*

5. **Определяне груповата ранжировка.** За определяне на най-съществените фактори преди всичко е необходимо да се изчисли ранговата сума на всеки от тях:

Рангова сума на обект j :

$$S_j = \sum_{i=1}^{m} R_{i,j}$$

Изхождайки от получената рангова сума на всеки фактор се назначава групов ранг, отчитащ в себе си мнението на всички експерти. Така на фактор с най-малката рангова сума се присвоява ранг 1, на следващата по размер – ранг 2 и т. н. В случай че има две или повече равни рангови суми, факторите

получават еднакъв ранг, равен на средната стойност на ранговете, които тези фактори си делят. (Например при рангова сума S(1)=20, S(2)=25, S(3)=25, S(4)=30, ранговете трябва да станат R1=1, R2=2.5, R3=2.5, R4=4.).

6. **Оценка на груповото съгласие.** За оценка на съгласието между експертите се изчислява W - коефициентът на съгласие (коефициент на конкордация на Кендъл). Това е число между 0 и 1, като колкото по-близко до 1 е стойността му, толкова груповото съгласие между експертите е по-високо. При W = 1, експертите са единодушни (т. е. преставили са еднакви ранжировки), а при W = 0 между експертите не съществува никакво съгласие.

В най-простия случай (липса на свързани рангове, т. е. експертите са инструктирани да не присвояват еднакви рангове на два фактора), формулата е:

$$M = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_j$$

$$d_j = S_j - M$$

$$W = \frac{12\sum_{j=1}^{n} d_j^{\,2}}{m^2\,\mathrm{n}(n^2-1)},$$

$$0 \le W \le 1$$

Когато има свързани (повтарящи се) рангове в мнението на поне един експерт, се използва коефициент на Кендал за свързани рангове:

$$W = \frac{12\sum_{i=1}^{n} d_j^{\,2} - 3m^2 n(n^2-1)^2}{m^2 n(n^2-1) - m\sum_{j=1}^{m} T_j}$$

Основното в тази версия на формулата е въвеждането на корекция:

$T_j = \sum_{z=1}^{q_j}(t_z^3 - t_z)$, където:

tz - броят на свързани рангове в z-тата група от свързани рангове

qj - броят на групи от свързани рангове в рамките на ранговете от експерт j

Tj - корекционен фактор за мнението на експерт j

7. **Оценка на статистическата значимост на получените резултати.** В [8] са разгледани всички възможни случаи за проверка на статистическата значимост на получените от ранжирането резултати и съответните критерии за всеки от случаите. При това нулевата хипотеза е че таблицата с ранговете е попълнена със случайни числа. Ако тя бъде отхвърлена, остава в сила алтернативната хипотеза, че резултатите нямат случаен характер и са статистически значими.

Пак в [8] е доказано, че при изпълнение на условията n > 7 и m > 10, за проверка на статистическата значимост може да се използва критерият хи-квадрат. В такъв случай емпиричната стойност на критерия се изчислява по формулата:

$$\chi^2_{emp} = m(n-1)W$$

Теоретичната стойност на критерия се определя от таблица (също приведена в [8]), при степени на свобода v = n-1 и съответното ниво на значимост. За практически нужди най-често се приема ниво на значимост α = 0, 05. При зададените v, α се извлича стойността на $X^2_{теор.}$ от статистическа таблица.

За да се счита че резултатите от разжирането са статистически значими (т. е. нулевата хипотеза са случайност на ранговата таблица е отхвърлена) е необходимо:

$X^2_{теор.} < X^2_{емп.}$

8. **Оценка на близостта между мненията.** Оценката на близостта между мненията на всяка двойка експерт/експерт и между всеки експерт и груповата ранжировка е разгледана подробно в [8]. Препоръчва се да се използва ранговия коефициент на корелация на Спирман (ρ).

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{j=1}^{n}(R_{ij} - R_{gj})^2}{n^3 - n}$$
$$-1 \le \rho \le 1$$

За практически нужди може да се оцени близоста на мненията по следните приблизителни граници интервала:

от -1 до -0, 7 има силна отрицателна корелация

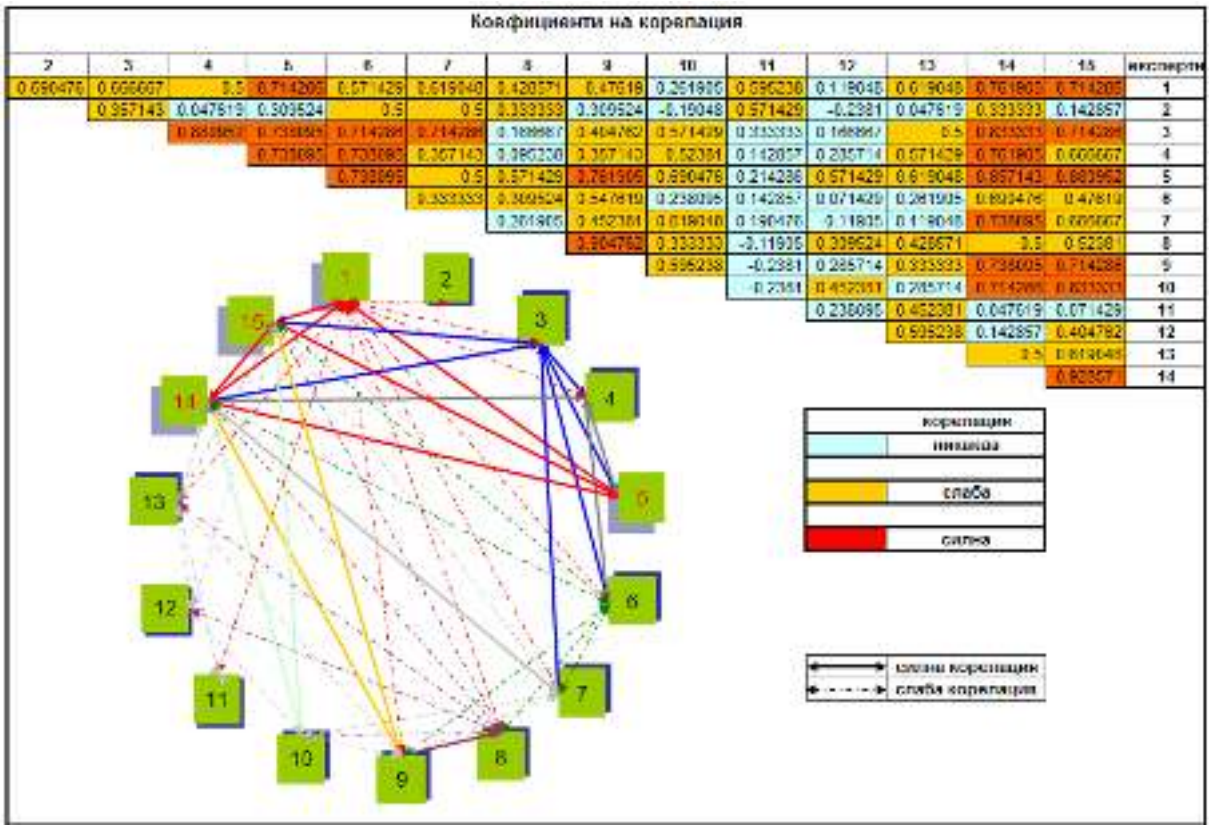
от -0, 7 до -0, 35 има слаба отрицателна корелация

от -0, 35 до 0, 35, то няма значима корелация

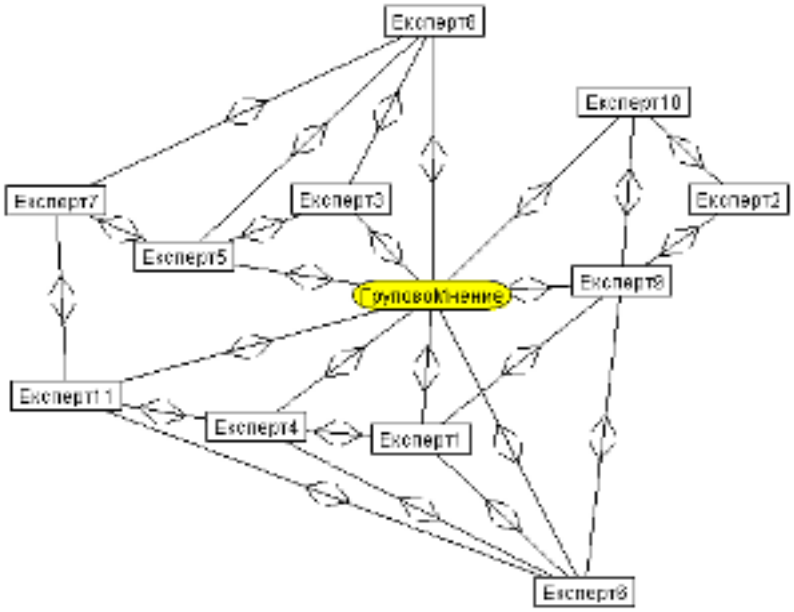
от 0, 7 до 0, 35 има слаба положителна корелация

от 0, 7 до 1 има силна положителна корелация

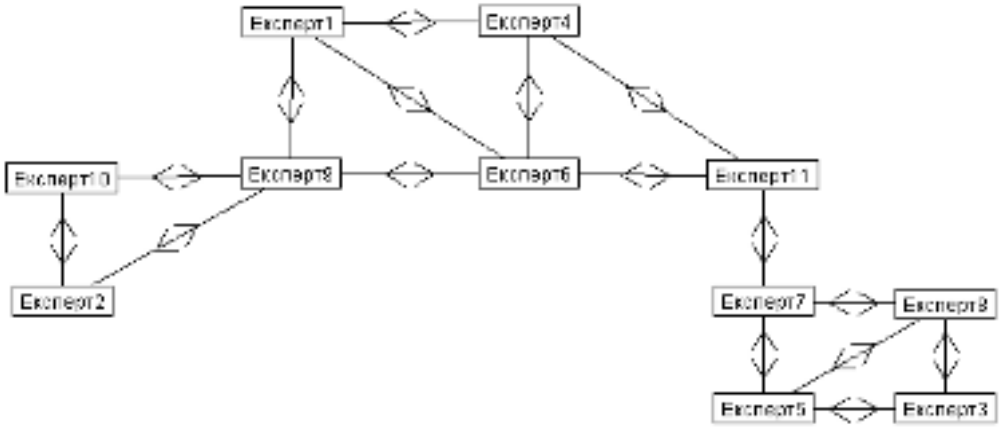
9. **Графично представяне на близостта между мненията.** За удобство при анализа на корелацията между експертните мнения е удобно да се направи графично онагледяване във вид на ненасочен граф. На всеки експерт се съпоставя един възел в графа, на всеки рангов корелационен коефициент – една дъга. По такъв начин се открояват кои експерти имат мнение, най-близко до груповото (лидери), кои му противоречат (черни овци), кои нямат статистически.значима връзка с груповото мнение (оутсайдери). При построяване на подобен граф за коефициентие експерт/експерт може да се правят изводи относно наличието на подгрупи от експерти със сходни възгледи (наличието на школи), или източниците на противоречия между експертите (виж примерите по-долу).



Взаимовръзки между мненията в експертната група (включително груповото мнение):



Взаимовръзки между мненията в експертна група (без отчитане на груповото мнение):



2.4. Други експертни методи за прогнозиране.

Без претенции за изчерпателност ще опишем накратко някои често използвани експертни методи за прогнозиране:

Обикновено гласуване. Това е най-простият експертен метод, който освен за прогнозиране, може да се използва разбира се и за изработване на колективно решение.

Група, (жури) за оценка. Събира се група експерти в дадена област със задача да даде и мотивира своето мнение за бъдещето развитие на прогнозирания показател. Предимство тук е бързото определяне на прогнозата, но има опасност от субективизъм и налагане на мненията на експерти с по-висока служебна йерархия или авторитет. При този метод трябва да се прави разделение между области, за които моментната оценка е най-важна от такива за които са по-важни историческите данни. След този етап на първоначален анализ журито е в състояние по-прецизно да прогнозира факторите влияещи на дадено събитие. В някои случаи този метод се прилага периодично на равни интервали от време, като по този начин изказаните мнения могат да бъдат осреднявани с цел получаване на една по-достоверна прогноза.

Проучване в специализиран панел. Състои се в интервюиране на цялостната съвкупност от експерти. Отчита се мнението на всеки един относно бъдещото развитие на изследваното явление. Прогнозата представлява съгласуваното между експертите групово мнение.

Прогнози, базирани на масови допитвания. За тези прогнози се използва представителна извадка от някаква генерална съвкупност, или дадени целеви групи от нея. Установяват се намеренията на целевата група. Съставят се бази данни с мненията на респондентите и техните очаквания.

“Мозъчна атака”. Има за цел да съберат за кратко време колкото се може повече идеи и предложения за обекта на прогнозиране. Експертите от групата са равноспоставени и изказват своите мнения свободно, без определен ред. Не се допуска критика на другите мнения, а само тяхна подкрепа, доразвитие и подобряване. В последствие (в отделна сесия), от общото количество предложения се филтрират тези, които биха могли да се приемат или доразвият.

Метод "Ринги" – неговата същност е приемане на груповото решение с общо съгласие на членовете на групата в обстановка на сътрудничество и доброжелателност. Най – често се използва в Япония.

Метод на сценария – Формулират се набор от предположения, след което се развиват въображаеми концепции за това как би изглеждало бъдещето ако предположенията бяха вярни. Това прави тези методи не точно прогнози, а по-скоро набор от възможни алтернативи, базирани на допускания и условия. Под формата на сценарии се прави опит да се предвидят поредица от събития, показващи как може да се достигне някаква цел. Предвиждането на бъдещите събития се възлага на експерти в съответната област. Използва се, например, за прогнозиране на ефекта от технологични новости върху определени процеси, свързани с дейността на фирмата.

Методи базирани на аналогии. Аналогиите се използват за сравнение на тенденции от миналото на едно явление или процес, с цел да се прогнозира бъдещето развитеи на друг процес. Както всички съждения по аналогия, тези методи крият опастност от съществени грешки. Могат да се посочат следните видове аналогии:

- Аналогия на растежа. Например редица изследователи са показали, че приръста на населението има склоността да следва тенденция на развитие подобна на тази при биологичните организми (типично по S образните криви).

- Исторически аналогии. Историческите аналогии са базирани на интуиция повече от който и да е друг вид аналогия. По много и различни начини прогнозите може да се базират на събития от миналото. Например по историческото развитие на една компания да се прогнозира бъдещето развитие на друга компания.

- Социални аналогии. При това се търси аналогия в протичането на определен социален процес и някакво физическо или биологично явление. Например движението на икономичеките ресурси по аналогия с движението на течност в система от

резервоари, тръби и помпи (аналогови хидравлични модели на икономиката). Или движението на миграционните потоци по аналогия на движението на мравки към източници на храна.

- **Програмно-целеви подход.** Той принадлежи към групата на методите за нормативно прогнозиране, но трябва да бъде споменат и тук, заради това, че разчита основно на експертно мнение, особено при назначаване на коефициенти на относителна важност (в дървото на целите):

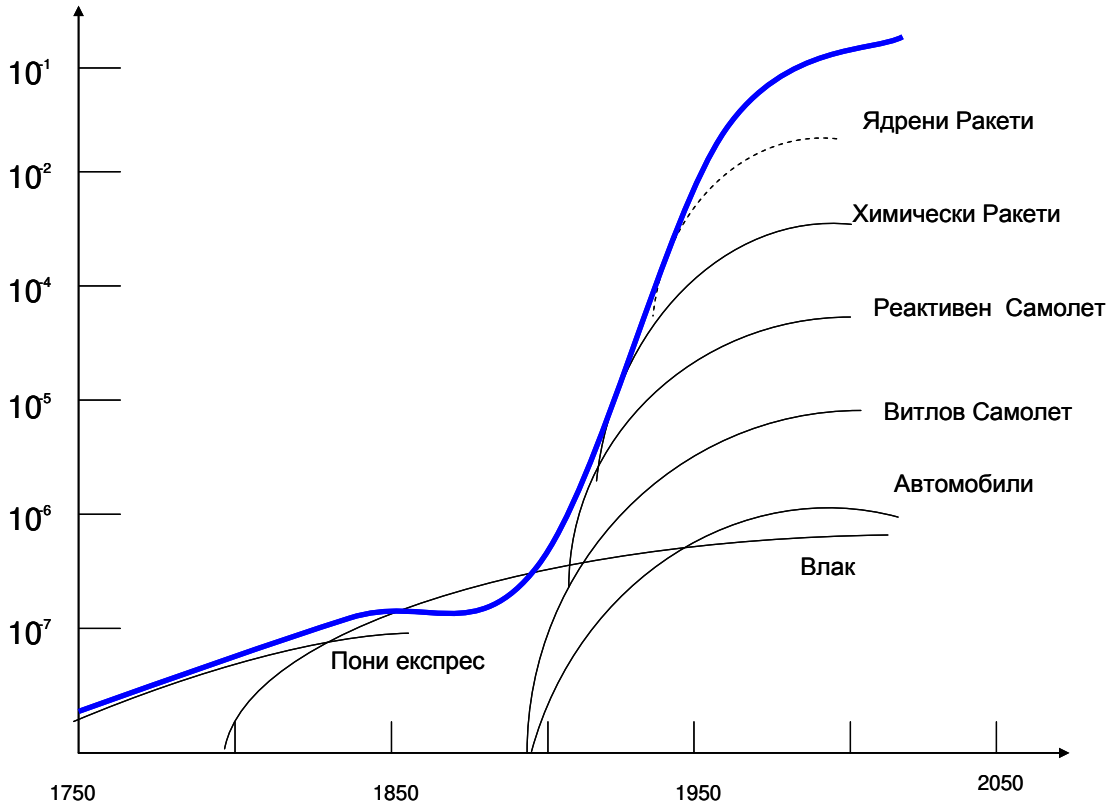
Критерий	Цели			
	1	2	3	4
алфа	0.1	0.1	0.6	0.2

Критерий		Цели			
		1	2	3	4
алфа	0.30	$S^1_а$	$S^2_а$	$S^3_а$	$S^4_а$
бета	0.50	$S^1_б$	$S^2_б$	$S^3_б$	$S^4_б$
гама	0.20	$S^1_г$	$S^2_г$	$S^3_г$	$S^4_г$

$R_2=0,3xS^2_а+0,5xS^2_б+0,2xS^2_г$

Прогнозиране по обвиваща крива. Това е метод, който може да се счита както за екстраполационен, така и като експертен. Идеята му е да се построят в една координатна система техологичните криви за развитие на съществуващи технологии и на по тяхната обвиваща крива да се прогнозират параметрите на бъдещи технологии. В примера по-долу са показани S-образните криви на различни известни транспортни технологии за показателя ‘максимална скорост на придвижване’. Продължавайки във времето обвиващата ги крива може да се получи оценка за бъдещата

максимална скорост за технологии, които още не са реализирани (примерно фотонен двигател).



Фигура. 9 S образна крива

Математически има много формули, които биха могли да представят S образни криви:

$$Y = e^{a-(b/t)}$$

$$Y = L/(1+ ae^{-bt})$$

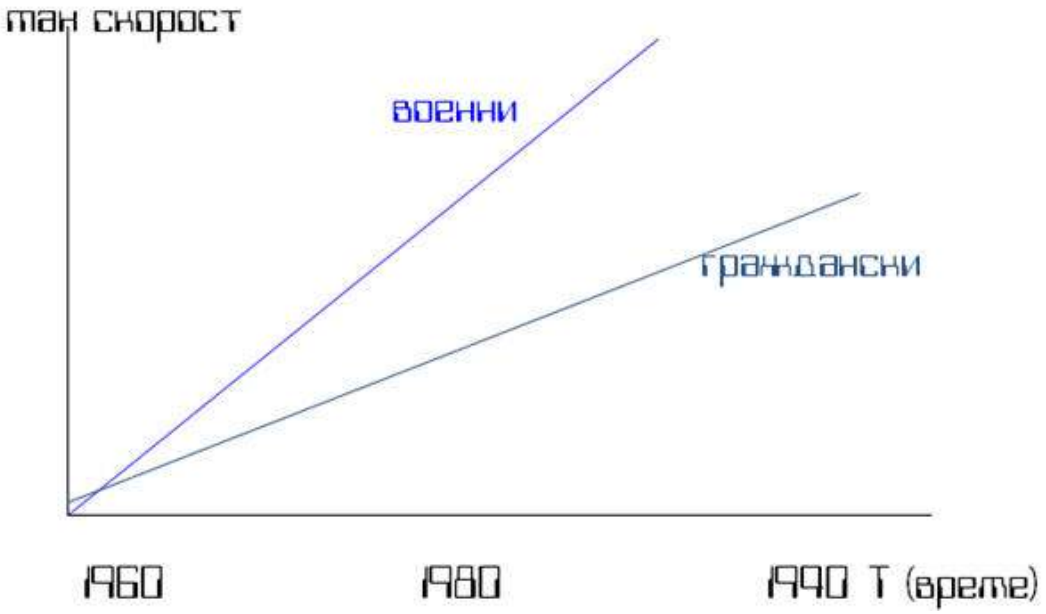
$$Y = L\, e^{-ae^{-bt}}$$

$$Y = (1- ae^{-bt})$$

Симптоматическа екстраполация. Този метод се базира на допускането, че тенденциите за прогнозираното явление в бъдеще могат да бъдат оценени от исторически данни за косвени показатели (симптоми), свързани с явлението. Например: за прогнозиране на записващите се в училище деца, могат да се използват данни за раждаемостта в предходните години. Т. е.

промените в демографските показатели ще са „симптоматични” за бъдещите промени в образованието.

На графиката по-долу е представен друг пример [1]. Прогнозиране на появата на свръх-звукова гражданска авиация, на основата на вече достигнатата свръхзвукова скорост във военната авиация (която служи като изпреварващ симптом). Интересното в случая е, че тази прогноза е направена преди да бъде конструиран свръхзвуковия пътнически самолет ‘Конкорд”.



3. ПРОГНОЗИРАЩИ ПАЗАРИ.

3.1. Актуалност и възникване на прогнозиращите пазари.

Прогнозиращите пазари са концепция, съчетаваща идеите за електронен форум (постоянно действаща автоматизирана система за експертни оценки) с идеята за търгуване на верността на определени твърдения, проверими във фиксиран бъдещ момент по начин, подобен на търгуването на финансови инструменти на организираните финансови пазари. Прогнозиращите пазари са известни още като предсказващи пазари, информационни пазари, квази-пазари, пазари на решенията, пазари на производни събития или виртуални пазари. Навсякъде по-долу ще използуваме само термини като синоними.

Като цяло това са спекулативни пазари, които работят върху базата на направени прогнози. Създават се активи, чиято крайна стойност е свързана с определено събитие (например, кой ще бъде следващият президент на САЩ) или параметър (например, общият обем на продажбите на следващото тримесечие). Текущата пазарна цена може да се тълкува като предвиждания на вероятни събития, или очаквана стойност на параметри.

Участниците използват виртуални или реални пари, за да търгуват с твърдения, все едно че търгуват финансови инаструменти на финансов пазар. Обикновено има възможност за извличане на материална полза (за насърчаване на участието), но също така има възможност и за загуба. Също така има крайна дата за търгуване на дадено твърдение.

Концепцията на прогнозиращите пазари работи, не поради участващите експерти, а поради участието на много голям брой участници, всеки от които разполага с различни източници на информация относно прогнозираните твърдения.

Много от прогнозиращите пазари са отворени за широката общественост и се характеризират със значителни обороти. Така например Betfair (най-големият в света прогнозен пазар) през 2007 година е търгувал с около 28 милиарда щатски долара. Intrade беше търговско дружество с голямо разнообразие на различни видове прогнози, без да включва спортове. Iowa Electronic Markets е университетски пазар, изследващ избори, където позициите са ограничени до $ 500. В simExchange, Hollywood Stock Exchange, NewsFutures, the Popular Science Predictions Exchange, Hubdub, The Industry Standard, the Foresight Exchange Prediction Market and the Brazilian Mercado de Previsões са виртуални пазари където се търгува с виртуални пари.

В съвременни условия търговията на договори за предвиждане на събития се разраства, а нови електронни прогнозиращи пазари се появяват постоянно. Финансовият резултат от тези договори зависи от несигурни бъдещи събития от областта на политиката, икономиката, шоубизнеса. По същество тези договори са много сходни на облози между приятели с тази разлика, че те се търгуват в големи количества на електронни пазари между анонимни участници. Също така условията на договорите са стандартизирани - единствената плаваща променлива е цената на тези договори. Ако пазарът е достатъчно ликвиден и конкурентен, цената на такъв договор ще бъде много близка до вероятността събитието наистина да се случи.

На първо място, пазарите за предвиждания обобщават и разкриват информация. Цената на всеки договор отразява цялата налична публична информация. Пазарите за предвиждания много често са по-точни от социологическите проучвания. Така например през 2004 г. „Интрейд“ успява да предвиди не само победителя от

президентските избори в САЩ, но дори и това кой от двамата кандидати ще спечели във всеки един от 50-те щати.

Още по-вълнуваща е възможността пазарите за предвиждания да разкриват и вътрешна информация. Така например доста хора имат вътрешна информация за това кой ще спечели „Оскар“ в дадена категория. Оскарите се определят на база гласовете на членовете на Филмовата академия на САЩ. Членовете на тази академия знаят за кого са гласували и също знаят за кого са гласували техните колеги и познати от бранша. Ако достатъчно членове на академията решат да се възползват от тази вътрешна информация с цел финансова печалба, това ще вдигне цената на определен филм или актьор. По-високата цена на практика ще разкрие тази вътрешна информация пред широката публика.

Като всеки друг финансов пазар пазарите за предвиждания предлагат възможности за спекулиране и арбитраж. Като всеки друг финансов пазар пазарите за предвиждания могат да бъдат използвани и за оптимално управление на риска.

Пазарите за предвиждания са обект на научен интерес от страна на икономисти, политолози, психолози, статистици, специалисти по компютърни науки и др.

Пазарите за прогнозиране възникват като пазари, на които се търгуват залози, свързани с изхода от президентските избори в САЩ. Големи публични пазари за такива залози са съществували в САЩ от времето преди Втората световна война. Съвременните автори отбелязват, че този тип дейност може да бъде проследен назад във времето до избора на президента Вашингтон (1789-1797) и са съществували под формата на организиран пазар (финансови борси и игрални домове) по времето на президента Линкълн (1861-1865). Въпреки че тези залози не винаги са били законни, тази

дейност открито е била провеждана от букмейкъри, които са си служели със стандартни договори, носещи фиксирана печалба в щатски долари, в случай че определен кандидат спечели изборите. Обикновено букмейкърът приемал залози за кандидати и на двете партии и вземал 5% комисионна от печалбата.

Въпреки че пазари от този тип се появили в много от големите градове на САЩ, Ню Йорк бил основният център на тази търговия. Различни данни сочат, че на пазара в Ню Йорк се осъществявала близо половината от търговията с президентските кандидатури. През 80-те години на 19 век залозите се преместили от игралните домове към Curb Exchange (неофициалният предшественик на AMEX) и големите хотели на Бродуей. През 20-те и 30-те години на 20 век търговията била поета от специализирани букмейкърски фирми, които работели извън офисите на Уолстрийт. През 90-те години на 19 век и началото на 20-ти век имената и сравнително скромните залози на хората, които правели залози се появявали в ежедневната преса, като до средата на 30- те години на 20-ти век голяма част от залозите нараснали до шест цифрени суми авансирани от неназовани лидери от сферата на бизнеса и забавленията.

Обемът на търговията от този период бил изключително голям, като през някои периоди търговията за изхода от политически събития на Curb Exсханге в Ню Йорк надвишавала търговията с акции и облигации. Във финансовия център на Ню Йорк (в Curb и в лобито на Нюйоркската фондова борса) се сформирали тълпи, които правели оферти „купува " и „продава" по подобие на търговията с ценни книжа. В президентските избори от 1896г., 1900г., 1904г., 1916г. и 1924г. вестниците ‘Ню Йорк Таймс’, ‘Сън’ и ‘Уърлд’ публикували почти ежедневни котировки от началото на октомври до деня на изборите. Обемът на търговията варирал в

зависимост от времето, оставащо до изборния ден, противопоставянето на кандидатите и законодателството в страната. По време на изборите през 1916г. оборотът на тези пазари бил 165 млн. долара [23].

Президентска кампания	Оборот млн. щ. дол.
1884	13. 70
1888	37. 60
1892	14. 80
1896	10. 70
1900	63. 90
1904	50. 30
1908	7. 70
1912	4. 60
1916	165. 00
1920	44. 90
1924	21. 00
1928	10. 50

Точността на пазарите в Ню Йорк, на които се търгували резултатите от президентските избори е призната от обществеността още в началото на 20-ти век. През 1924г. НюЙорк Таймс (28 септември, 1924, стр. E1) пише, че *„стара аксиома във финансовата част на Уол Стрийт е, че залозите никога не грешат".* Точността на прогнозните пазари през този период намира израз във факта, че фаворитът на пазарите винаги е избиран за президент, като единственото изключение са изборите през 1916г., когато фаворитът на пазарът затворил с равни резултати за двамата кандидати.

Капацитетът на пазарите за прогнозиране през разглеждания период да агрегират информация е изключителен, имайки предвид факта, че *преди 1930г. не са съществували научно обосновани обществени проучвания.* Залозите притежавали много по-голяма точност при прогнозите отколкото която и да е друга всеобщо известна информация. Освен това тези пазари не разчитали на победата само на определена партия. През разглеждания период републиканците спечелили осем пъти, а демократите - седем; управляващата партия спечелила осем пъти, а опозицията - седем.

За правилното агрегиране на информацията на пазарите за прогнозиране през разглеждания период спомагат два основни механизма. *Първият* от тях се основава на добре информираните букмейкъри, които играят ролята на маркет мейкъри и използват своите безпристрастни очаквания при определяне на конкурентна цена. Букмейкърите имат стимул да вземат участие на пазари, дори и когато залозите им не са печеливши, поради факта, че те събират комисионни. *Вторият* механизъм позволява участието на пазарите на политически пристрастни участници, които обаче не притежават цялостно агрегирана информация. Точността на пазарите от този период е изключителна, особено като се има предвид, че по това време информационните източници са били по-малобройни, а информацията е публикувана със закъснение.

След 1940 г. публикациите във вестниците отчитат спад на активността на търговията с резултати от президентски избори. До известна степен това се дължи на нарастващата неохота на изданията да дават публичност на дейности, които били считани за неетични. Често срещано било схващането, че залозите за избор на президент са неморални и противоречат на общоприетите ценности. Освен това критиката, насочена срещу тях касаела и въпроси като морал, манипулиране на изборите и укриване на важна информация.

В отговор на породената критика щатът Ню Йорк прави опити да ограничи организираните залози върху изхода от изборите. Въпреки това неформалните залози между отделни физически лица винаги са били законни в Ню Йорк. Законите против хазартната дейност в Ню Йорк, приети в края на 70-те години на 19 век и в периода преди 1900г. довели до съществено намаляване на обема на търговията. През 1939г. законодателството в Ню Йорк, с което били легализирани залаганията на конни състезания оказало много

по-голям ефект върху намаляване на залаганията, свързани с президентските избори отколкото който и да е закон, забраняващ хазарта. Чрез конните състезания хората, които се интересували от правене на залози вече можели да залагат на няколко състезания дневно вместо да залагат на едно единствено политическо състезание.

Щатът Ню Йорк не бил единственият, който наложил законодателни промени с цел ограничаване на залозите върху изхода от президентските избори. Ню Нюйоркската фондова борса и Curb също направили подобни опити. *Борсите не желаели обществеността да оприличава поетия от тях риск на пазара с хазартната дейност.* През 1910 г., както и в средата на 20-те години на 20 в. Фондовите борси приели регулации, които да ограничат обществената обвързаност на своите членове. Така напр., през 1924 г. както Ню Нюйоркска фондова борса, така и Curb приели резолюции, с които забранили участието на своите членове в залаганията върху изхода от президентските избори. Залаганията продължили да бъдат публикувани в пресата, но вече много рядко били споменавани имената на участниците в тях.

Това, което довежда до прекратяването на търговията с политически залози обаче е зараждането на научните социологически проучвания. Преди това *една от причините вестниците да публикуват информация за залозите е агрегирането на информация.* След успеха на Галъп в прогнозирането на резултатите от изборите през 1936 г., повечето вестници престават да публикуват резултати от залагания. По този начин социологическите проучвания изместват залозите, без да пораждат въпроси относно неетичната страна на хазарта. От 40-те години на 20 век социологическите проучвания изцяло изместват залаганията, а в редките случаи, когато се появява информация

относно залози, тази информация получава много слабо медийно отразяване. [23]

През последните години се наблюдава ново засилване на интереса към използването на прогнозните пазари при прогнозирането на различни по своя характер събития. По време на кампанията за президентските избори в САЩ през 2008г. прогнозните пазари за пореден път доказват своята прецизност при агрегиране на информация от изключително голям брой участници. Така още в началото на президенската кампания (през юли 2008г.) пазарите изключително точно предричат изборната на победа на първия чернокож американски президент [24]:



Освен това през последните години се забелязва и засилване на интереса към използването на прогнозните пазари в организациите. Изготвените на тази база проучвания и публикации илюстрират изключителната прецизност на получените резултати. В същото време направените експерименти в реална среда дават възможност за откриване на редица характерни особености при провеждането на този вид проучвания в рамките на конкрента организация, като се разкриват непроучени преди това закономерности, предимства и недостатъци, свързани с

използването на този методи за прогнозиране. Тези проучвания дават нови насоки за подобряване на функционирането на пазарите за прогнозиране.

Някои прогнозни пазари се фокусират върху икономическата статистика. Например пазара на Айова за федералните фондове, който беше споменат по-рано. Съвсем наскоро, Goldman Sachs и Deutsche Bank са започнали пазари за вероятните резултати на бъдещите показания на икономическите статистически данни, включително заетостта, продажбите на дребно, промишлено производство и доверието на бизнеса. Някои прогнозиращи пазар също прогнозират възвръщаемостта в частния сектор. Холивудската фондова борса позволява на хората да използват виртуална валута, да спекулират по въпроси, свързани с филма, общ бокс-офис и кой ще спечели "Оскар". В няколко случая, частните фирми са намерили нови начини за използване на прогнозиращите пазари като средство за прогнозиране на бизнеса.



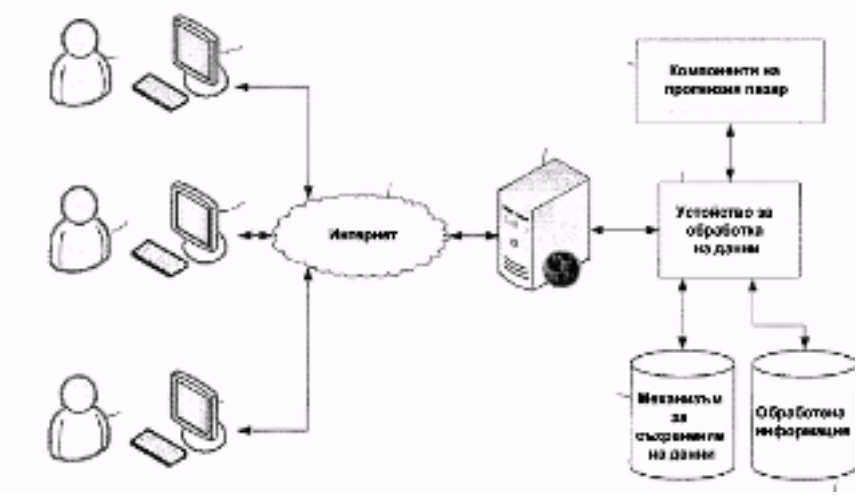
** Забележка: Данните се към края на 2006 г. поради липса на систематизирани данни към по-актуален период*

3.2. Същност и функциониране на прогнозиращите пазари.

Пазарите за прогнозиране представляват пазари, на които се залага на различни събития, чиито изход може да бъде проверен в бъдеще. Това могат да бъдат политически, икономически, научни, финансови, културни, спортни и др. събития. Представляват уеб базирани приложения, които наподобяват борсовите пазари.

Пазарите за прогнозиране агрегират различни мнения, което спомага за формиране на консенсус и дава възможност за съпоставяне на този консенсус с личното мнение на всеки, който желае да се информира относно даден въпрос, обект на търговия. [17]

Схема на пазар за прогнозиране



Механизмът им на търговия наподобява както борсовите пазари, така и спортните залагания. На тях участниците тъгуват предположения, печалбата от които е обвързана с изхода от дадено събитие. В един напълно ефективен пазар цената се явява най-добрият показател за степента дадено събитие да настъпи. [18]

Пазарната цена представлява изключително ефективно средство за агрегиране на информация, тъй като винаги сумата от информацията, притежавана от всички пазарни участници е по-голяма от тази, притежавана от един отделен експерт. Промените в

цената не само отразяват агрегираната в тях информация, но и предават тази информация към хората, които вземат решения. [20]

Пазарите са информационно ефективни, което означава, че по всяко време цените отразяват цялата налична информация, касаеща бъдещи събития. Според теорията за ефективните пазари цените са способни да реагират бързо на всяка новопостъпила информация. Това означава, че във всеки един момент цената е равна на очакваната стойност на даден актив (или идея, когато се касае за пазар за прогнозиране). [21]

Прогнозните пазари могат да бъдат използвани като допълнение към други информационни източници като проучвания, експертни мнения или консултантски услуги.

Идеите, които се търгуват на пазарите могат да дават различна по своя характер информация като:

- *вероятността дадено събитие да настъпи* - напр., ще се увеличат постъпленията от данъци в България през текущата година;
- *средната стойност на определен резултат* - напр., с колко ще се увеличат постъпленията от данъци през текущата година;
- *генериране и оценка на нови идеи чрез т. нар. Idea Markets* — напр., участниците биха могли да дадат идеи за това какви мерки биха спомогнали за оптимизиране на събираемостта на данъците, като цената на всяка една нова идея представлява прогноза относно успеваемостта на тази идея в бъдещето (т. е. кои мерки в най-силна степен биха спомогнали за постигането на целта). [22]

Прогнозиращите пазари организират и сумират индивидуални познания в колективен резултат. Всеки индивид, който е търговец на информация на пазара на твърдения, играе за да максимизира своя

собствена награда. В същото време, организаторите на пазара организират резултатите и събирането на реколтата на ценна информация, която физическите лица са генерирали. В популярната си книга, Мъдростта на тълпите, Джеймс Суроветски обяснява многобройните начини, по които подобни колективни знания могат да бъдат използвани. Дали лицата, които са помолени да се оцени мястото на потъналата подводница, за да отгатне теглото на един вол, или да помогне на състезател на играта шоу „Кой иска да стане милионер“, групите предоставят точни отговори на въпроси, на които повечето повечето хора не биха били в състояние да отговорят самостоятелно. На прогнозиращите пазари, на физическите лица се дава възможност и стимул да търгува и да дипринася със знанията си за за една формализирана среда.

Теорията зад Прогнозиращите пазари е приблизително свързана със полусилната версия на хипотезата за ефективен пазар, която казва, че в правилното функциониране на капиталовия пазар, в цените на ценните книжа ще се отрази цялата необходима обществено достъпна информация. Цената на ценна книга на пазара кодира значително количество информация, включително вярвания за ефикасността на управлението, потенциалът за бъдещи продукти, или пазарни разширения. С други думи, повечето пазари имат функция "откриване на цена", събирането на информация и прогнози в текущата цена на тази гаранция. В традиционните капиталови пазари обаче, информационно-търсещите аспекти са до известна степен от вторични продукти на търговията и привличането на капитал. За разлика от това търсенето на информация е основната причина за съществуването на прогнозиращия пазар.

В момента, голям брой пазари на информация успешно правят предсказания. Сред най-забележимите, особено през последните

два много оспорвани президентски избори, е Iowa Electronic Markets (IEM). IEM, основан през 1988 г. от преподаватели в университета на Айова, Business School, работи от тогава, за да предсказва резултатите от различни избори. Един едноличен търговец се ограничава до инвестиция от $500, така че въпреки скромното финансово участие на всеки един от участниците, всеки все още има финансов стимул за извършване на правилна прогноза.

Процесът на акумулиране на прогнозата включва следните стъпки:

1. Участникът („спекулантът”) избира какъв въпрос да търгува
2. Участникът избира състоянирто (отговора на въпроса);
3. Участникът дава количествена степен на увереност в отговора, като купува или продавате съответен брой акции от твърдението. Напр., ако каже, че е много уверен в отговора може да купи 1000 бр. акции, а ако не е толкова уверен, ще купи по-малък брой акции;
4. След като вече е търгувал на пазара, участникът може да проследи последните промени на контролно табло. Там можете да види как другите участници са повлияли върху цената на акциите.
5. По всяко време преди изтичане на срока на търгуване на съответния въпрос участникът може да затваря позициите си по определени акции.
6. Тъй като пазарите са движени от търсенето и предлагането, всеки път, когато някой потребител закупи акция за дадена идея или резултат, това търсене поражда леко повишаване на цената. Колкото повече хора купуват от същите акции, толкова повече цената се увеличава. Колкото повече цената се увеличава, толкова повече нараства желанието на някои от търгуващите да продадат акциите, които притежават с цел печалба (или да продадат акции, които не притежават на кредит). По същия начин, при всяка

продажба цената леко пада надолу. Освен това в някои случаи може да се продават акции „на кредит" (т. е да се осъществят къси продажби). Това означава, че очаквания са свързани с понижаване на цената. За удобство много често цената се движи в мащаб между 0 и 1 долара, така че цената към всеки момент може лесно да се интерпретира като стойността на вероятността за случване на отговора.

7. Когато изтече срокът на въпроса и отговорът може да се провери достоверно и обективно, се прави сетълмент на всички участници на пазара. В случай на положителен отговор, всички участници, притежаващи акции получават по 1 долар за всяка от тях, а при отрицателен отговор всички те получават по 0 долара за тях.

Прогнозиращите пазари могат да обхващат въпроси, вариращи от тесния към изключително широк. RITE-Solutions, софтуерна компания, например, използва вътрешен прогнозиращ пазар за планиране на своята дейност. А за наистина широкообхватни теми, като например оцеляването на човечеството до края на 2100 година-Long Bets, финансирани частично от Amazon. com - Джеф Безос, позволява на всеки, който иска да формулира прогноза и да я пусне на пазара. (Въпреки че Long Bets използва истински пари, печалбите отиват за благотворителност, избрана от победителят.)

Информационните пазари, накратко са законно начинание, с уважавани участници, които правят предсказания по теми, които имат значение. Ако тези пазари продължават да се развиват в бъдеще може да доведат до забележително точни прогнози в редица области от значение за правната общност, включително и върховните съдебни решения и административни резултати. Потенциалният предмет на информационните пазари, в крайна

сметка, може да бъде ограничена само от ограниченията на човешката колективното знание. [26, с. 90]

Прогнозиращите пазари осигуряват механизъм за оценка на очаквания по отношение на non-diversifiable риска и да направи оценка на събития с ниска вероятност, но силно въздействие (например птичия грип).

Прогнозиращите пазари са показали, че генерират добри прогнози в сравнение с тези на физическите лица и често генерират по-точни прогнози от консенсус, генерирани от експерти. В едно проучване, обхващащо 208 NFL футбол игри, [2, с. 90] установява, че два онлайн прогнозиращите пазари са класирани по отношение на точността на прогнозата в рамките на 1% от прогнозите, генерирани от близо 2000 експерти. Berg установява, че в Iowa Electronic Markets дава много точни прогнози за изборните резултати в САЩ, и че IEM надминат най-големите социолози.

Компании като Google, Yahoo и Hewlett-Packard все по-често използват прогнозиране пазари, да развиват своя бизнес. Wolfers и Zitwitz [17] цитират използването на вътрешни прогнозни пазари в три области: прогнозиране, вземане на решения и управление на риска. Те твърдят, че "Идеята зад тези пазари е да се разкрият знания от рамките на една организация, които иначе биха могли да бъдат загубени някъде в лошiq организационен дизайн."

В друга област, Hollywood Stock Exchange е онлайн пазар, който позволява на участниците да купуват и продават филми, както ако те бяха акции. Наличните акции покриват текущи филми, филми на производството и филми, които ще бъдат пуснати на пазара в три или четири години. Ръководителите на студиото наблюдават пазара и използват информацията, предоставена от цените, за да се адаптират бизнес планове си. [28, стр. 90]

3.3. Видове прогнозиращи пазари.

Видове прогнозиращи пазари в зависимост от начина на разпределяне на печалбата. Разпределянето на печалбата на пазарите за прогнозиране е от голямо значение за участниците, тъй като печалбата е основна мотивацията за участие на тях. По този признак могат да бъдат разграничени три типа разпределение на печалбата: победителят взима всичко, индекси и спредове.

Contract	*Example*	*Details*	*Reveals market expectation of . . .*
Winner-take-all	Event y: Al Gore wins the popular vote.	Contract costs $\$p$. Pays \$1 if and only if event y occurs. Bid according to value of $\$p$.	Probability that event y occurs, $p(y)$.
Index	Contract pays \$1 for every percentage point of the popular vote won by Al Gore.	Contract pays $\$y$.	Mean value of outcome y: $E[y]$.
Spread	Contract pays even money if Gore wins more than y^*% of the popular vote.	Contract costs \$1. Pays \$2 if $y > y^*$. Pays \$0 otherwise. Bid according to the value of y^*.	Median value of y.

Видове сделки на прогнозиращите пазари

При пазарите, на които печалбата се разпределя на принципа **победителят получава всичко,** дадено твърдение, което се търгува има определена цена $p, а печалбата от него е например $1 само и единствено, ако даденото събитие настъпи. Така напрпример, ако даден участник е търгувал с твърдението, че Обама ще спечели президентските избори и притежава 20 закупени дяла с това твърдение при цена $ 0,20, то след избирането на президента на САЩ, той ще получи общо $20, по $1 за всеки дял. Ако друг участник притежава дялове с твърдението, че МакКейн ще спечели изборите, то след обявяване на резултатите, той няма да получи никаква печалба.

При индексите печалбата от даден дял варира непрекъснато в зависимост от определено число, което нараства или намалява,

като напр. в зависимост от процента, с който даден кандидат води в изборите. Така напр., ако даден кандидат за президент спечели изборите с 30 процентни пункта пред другия кандидат, участникът взема по $1 за всеки процентен пункт, с който кандидатът е спечелил, или в нашия случай по $30 за всеки дял.

При спредовете участниците на пазара залагат не просто на изхода на дадено събитие, но и на определен количествено измерим резултат, свързан с него. Така напр., участниците на пазара могат да купуват дялове, с които не просто определят даден кандидат като победител в изборите, но и определят с какъв процент от общия вот ще спечели. При спредовете цената на залога е фиксирана, докато спреда може да варира (напр., коефициентите при спортните залози). Напр., ако зададеният сред при изборите в САЩ през 2008г. е 53% в полза на Обама, това означава, че притежателите на дялове на Обама ще получат $1 само и единствено, ако Обама спечели с 53% от общия вот. [6]

Видове прогнозиращи пазари в зависимост от отдалечеността във времето на прогнозираното събитие. В зависимост от отдалечеността във времето на прогнозираното събитие спрямо настоящия момент прогнозните пазари се делят на прогнозиране на краткосрочни и прогнозиране на дългосрочни събития.

При прогнозирането на **краткосрочни събития,** прогнозите се изготвят за събития, които могат да се случат в рамките на една година. Краткосрочни прогнози могат да бъдат изготвени за редица важни показатели като продажбите и печалбата през следващото полугодие, постъпленията от данъци до края на финансовата година, резултатите от футболния мач през следващата седмица и др.

Важен момент при прогнозирането на краткосрочни събития е наличието на достатъчно релевантна и най-вече достъпна за участниците информация, която те да могат да използват при изготвянето на своите прогнози. Ето защо не всички краткосрочни събития биха могли да се прогнозират чрез използването на пазари. Събития, за които има недостатъчно информация или към които се проявява слаб интерес, не биха могли да бъдат точно прогнозирани. Напр., прогнозирането на победителят от състезанието по кърлинг следващия месец е събитие, което би породило слаб интерес в държава, в която този спорт не е популярен, въпреки че за такъв тип събитие съществува достатъчно информация.

Дългосрочни събития са онези, биха възникнали след повече от една година. За тях е характерно, че по-голямата им отдалеченост във времето предоставя възможност за търсене на допълнителна информация от страна на участниците, дори и когато става въпрос по-непопулярни събития. Нещо повече, използването на прогнозните пазари при предвиждането на такива събития дава възможност за проследяване на промените в нагласите и очакванията. Напр., прогнозирането на успеха на нов фармацевтичен продукт, чието планирано пускане на пазара е след една година и половина, би дало възможност да бъдат проследени различни аспекти, свързани с продукта. Ако при разработката на продукта бъдат използвани нови вещества или технологии, които в началото изглеждат неприемливи за широката общественост, това съответно би превърнало продукта в трудно продаваем, а неговото производство - в губещо. Ако компанията предприеме стратегия,

Видове прогнозиращи пазари в зависимост от характера на събитията. В зависимост от характера на събитията могат да бъдат разграничени два типа прогнози - на обективни и на субективни събития.

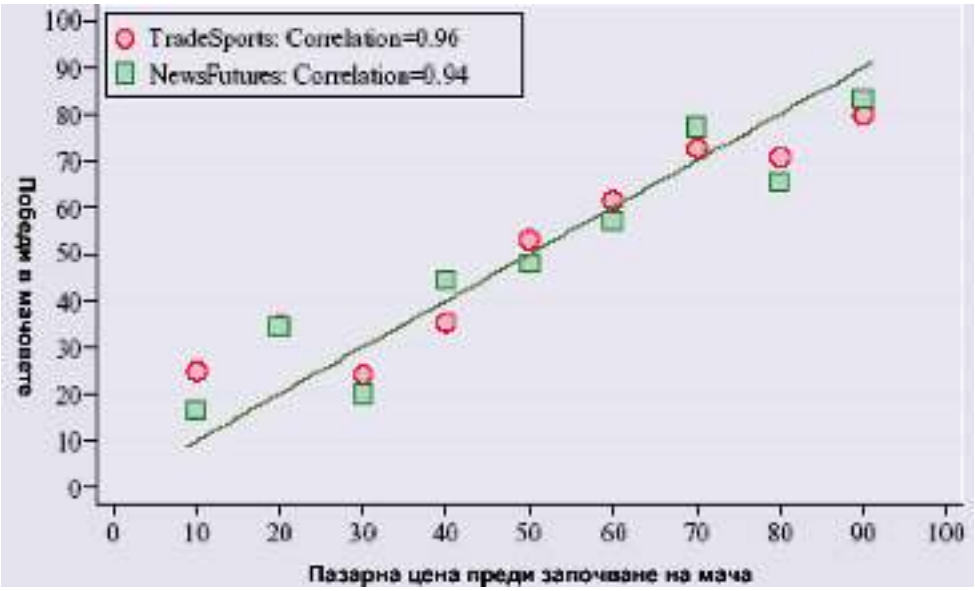
Характерно за **субективните събития** е, че те могат да бъдат повлияни от мнението и действията на хората. Такива събития напр. са президентските избори, при които вота зависи от това дали хората биха гласували за даден кандидат или не. Дали даден кандидат ще бъде избран зависи както от личните му качества и способности, така и от нагласите на обществеността спрямо него. Напр., даден кандидат може да притежава изключителни качества и доказан професионализъм в политиката, но въпреки това да загуби от кандидат с по-малко опит, но радващ се на по-голяма популярност сред обществото.

При прогнозирането на **обективни събития** субективните нагласи не влияят върху изхода от самото събитие, но биха могли да повлияят на прогнозите за него. Така напр., в даден футболен мач крайният резултат зависи от подготовката и представянето на играчите. Независимо дали залозите в най-близкия букмейкърски пункт сочат победа на отбора домакин поради по-широката му популярност, то крайният изход от мача зависи от това кой от двата отбора ще се представи по-добре, като това може да бъде и по-малко популярният отбор, което в примера не отговаря на субективните очаквания.

В зависимост от това дали на тях се правят само прогнози или в допълнение към това се генерират идеи, биват прогнозни пазари, на които се прогнозират бъдещи събития (Prediction markets) и прогнозни пазари, на които се генерират нови идеи и се правят прогнози относно техният успех в бъдеще (Idea markets).

Прогнозните пазари, на които се генерират нови идеи (IDEA Markets). предоставят освен възможността за прогнозиране на бъдещи събития, така и възможност за генериране на нови идеи. На тези пазари участниците търгуват с вече предложени за търговия идеи, като имат възможност да добавят и свои. В случай,

че специално формираният комитет в организацията, който отговаря за оценка на качеството и релевантността на новите идеи на пазара, одобри идеята, то съответната идея бива качвана на пазара за търговия. Оценката на съответната идея представлява нейната пазарна цена. По този начин пазарите дават една допълнителна възможност за креативност от страна на участниците. Такъв вид пазар е разгледан подробно в практическата част на настоящата дипломна работа, като това е пазарът за прогнозиране в General Electric (независимо дали тя е позитивна или негативна), която при други обстоятелства служителите по определени причини не биха разкрили. виртуални пари), като са изследвани резултатите от спортните състезания по американски футбол на Националната футболна лига на САЩ през сезона 2003-2004г. И двата прогнозни пазара дават изключително добри резултати при прогнозирането, като може би най-изненадващото в този случай е, че **точността на пазарите с виртуални пари се оказва също толкова добра, колкото и тази на пазарите с реални пари.** Авторите считат, че това се дължи на факта, че *търговията с виртуални пари стимулира търсенето на повече информация, докато търговията с реални пари води до по-добра агрегация на информацията.*



Разбира се има и други възможни класификации на прогнозиращите пазари, като:

В зависимост от това дали дадено събитие се търгува самостоятелно или е обвързано с други събития в бъдещето:

- търгуване на самостоятелно събитие;
- търгуване на взаимно свързани събития.

В зависимост от вида на информацията, необходима за изготвяне на прогнозата:

- пазари, на които се използва широко достъпна информация;
- пазари, на които се използва вътрешна информация.

В зависимост залога:

- с реални пари.
- с виртуални пари.

3.4. Структура и изисквания за ефективност на прогнозиращите пазари.

Успехът на пазарите за прогнозиране, както при всички видове пазари, зависи от редица фактори, в това число и следните: брой на продавачите спрямо купувачите,

- специфика на търгуваните договори,
- използване на истински или виртуални пари
- наличие на достатъчно информация, за осъществяване на търговията.

На повечето пазари за прогнозиране механизмът, който обединява купувачите и продавачите представлява непрекъсната търговия, при която купувачите подават поръчки „купува", а продавачите - поръчки „продава", като търговията се осъществява, когато двете страни постигнат взаимно съгласие относно цената. Някои от пазарите за прогнозиране обаче наподобяват повече механизма на търговия, характерни за конните състезания. При тях всички парични постъпления първо се събират, а след това сумата се разпределя между всички победители след приспадане на разходите по транзакциите. На много пазари за прогнозиране освен това съществуват маркет мейкъри, които изявяват своето желание да купуват или продават на определени ценови равнища. По същия начин при повечето спортни залози букмейкърите също задават определени ценови равнища. Докато тези механизми са относително полезни при по-просто устроените пазари, то Хансън (2003) [26] предлага използването на определени правила, които да позволят едновременно предсказване на различни комбинации от възможни крайни резултати.

За да може един прогнозен пазар да работи ефективно, предлаганите за търговия твърдения трябва да бъдат ясни, лесно разбираеми и лесно проверими. Така напр., за търговия не се

предлагат твърдения като «В Ирак няма оръжия за масово унищожение», а търговията се базира на предположения дали такива оръжия ще бъдат открити до определена бъдеща дата. Това изискване за яснота понякога може да се окаже доста сложно. По време на изборите за сенат през 1994г., електорнният пазар на университета в Айова предлага за търговия твърдения, които изглеждат ясно дефинирани и чрез тях се търгува броят места, които всяка партия ще спечели в Сената. В деня след изборите обаче (и докато на някои места гласовете все още се преброявали) сенатор Ричард Шелби сменил своята политическа партия и станал републиканец. Като друг пример може да се посочи вътрешно фирменият прогнозен пазар на Ортнер (1998) [27], където е търгувана прогнозата относно това дали даден софтуерен проект ще бъде предаден на клиента на време, когато клиентът променя срока на доставката.

Интересен е и въпросът относно това до каква степен резултатите се различават в зависимост от това дали на даден пазар се търгува с **истински или с виртуални пари.** Законовите разпоредби, регламентиращи хазартната дейност са подтикнали някои групи като МемзРиШгез. согп да използват търговия с виртуални пари, като вместо това предлагат възможности за спечелване на награди. Дори добре структурираните пазари могат да претърпят провал, ако липсва **мотивация** за участие на тях. Пазарите с виртуални пари и индустрията на спортния хазарт са пример за това, че е напълно възможно търговията да бъде мотивирана дори и само чрез противопоставянето на мнения едно спрямо друго, а възможността за спечелване на парична награда допълнително подсилва тази мотивация.

Пазарите за прогнозиране по принцип функционират по-добре, ако на тях се търгуват събития, които се дискутират сред по-широк

кръг хора, тъй като такива събития биха били по-интересни и за тях съществува повече информация, така че участниците могат да формират различни мнения относно вероятния краен резултат от дадено събитие. Двусмислената публична информация би могла да се окаже по-силен мотиватор отколкото частната информация, особено ако частната информация е концентрирана, тъй като информираните участниците в търговията лесно биха могли да изтласкат неинформираните участнии до такава степен, че търговията като такава изобщо да престане да съществува. В действителност опитите да се организират пазари, при които вътрешни лица притежават огромно предимство от гледна точка на притежаваната от тях информация вече са претърпели неуспех. Напр. търговията на Тгас1е5рог15, свързана с прогнози за това кой ще бъде следващият пенсионирал се член на Върховния съд в САЩ или относно бъдещето на папството са предизвикали много слаб интерес, въпреки високия интерес към тези теми.

Силата на пазарите за прогнозиране идва от факта, че те подбуждат към търсене на истината, проучване и откриване на информация, а пазарът предоставя алгоритъм за обединяване на различни мнения и информация. Като такива тези пазари не биха могли да функционират добре в условия на оскъдна информация или когато публичната информация е избирателна, неточна и подвеждаща. [18]

3.5. Сравнение на прогнозиращите пазари с онлайн версия на метода ‘Делфи’.

С цел изясняване на някои предимства и недостатъци на пазарите за прогнозиране, по-долу ще бъде направено кратко сравнение между този метод и метода Делфи. Тъй като основните характеристики на пазарите за прогнозиране са подробно описани в предходните страници, по-долу ще бъде направено *кратко описание на особеностите на метода Делфи.*

Напредъкът на глобалните комуникации и все по-масовото използване на интернет допринесе за възможността за разработване на по-нови техники за провеждане на проучвания и изготвяне на прогнози. Примери в тази насока са електронният вариант на метода Делфи (e-Delphi или Online Delphi) и прогнозните пазари.

Онлайн версията на метода Делфи представлява електронен форум, даващ възможност за непрекъснато получаване на експертни мнения, като по този начин се осигурява постоянен поток от обективизирани експертни мнения, базирани на най-актуалната информация към момента. Новата версия на метода Делфи предоставя множество нови възможности и промени в самия метод, като по този начин се превръща в една нова методология за обработване на експертни мнения. Тази система се отличава с множество предимства и решава (поне до известна степен) някои от типичните проблеми, свързани с използването на метода Делфи в неговия традиционен вариант. Сред тези предимства са:

- **бързата комуникация между експертите -** бавното протичане на комуникацията е основен проблем на проучванията, провеждани без използване на онлайн връзка в реално време;

- **резултатите могат да бъдат актуализирани в много кратки срокове и веднага да бъдат предоставени на експертите за разглеждане;**
- **отпада необходимостта от протичането на отделните етапи в рамките на стриктно изработен график -** всеки експерт може да предостави своето мнение, когато е достатъчно сигурен в изготвената от него прогноза, без необходимост от спазване на точно фиксирани срокове, тъй като понякога ограниченията във времето водят до неточности в получените резултати. [31]

Прогнозните пазари в своята същност представляват уеб базирани приложения, като се характеризират с:

- **бърза актуализация на получените прогнози -** във всеки един момент цената на търгуваните мнения отразява вероятността те да се случат в бъдеще;
- **времевият диапазон, в който може да бъде извършвана търговията на тях може да бъде формиран така че времето на участниците да бъде оптимизирано -** пазарите могат да бъдат организирани така, че търговията на тях да се извършва само в определени часове от деня, с цел да не пречат на нормалния работен процес (при провеждането им в организацията), както и да не отнемат от извънработното време на участниците;
- **възможност за организиране на форуми,** в които участниците открито да дискутират мненията си относно търгуваните идеи. Това би спомогнало както за по-широката информираност на участниците по дадена тема, така и за създаването на интерес към теми, които преди това са били извън полезрението на участниците.

4. ПРОГНОЗИРАНЕ ЧРЕЗ ЕКСТРАПОЛАЦИЯ.

4.1. Основни понятия.

Всички екстраплационни методи са количествени методи, базирани на количествени данни за минал период от време. Преди да бъдат разгледани подробно тези методи (тук и в следващите раздели), трябва да се дефинират основни понятия:

- *Времевия ред* е непрекъснат ред от наблюдения разположени на равни интервали от време. Един времеви ред представлява последователност от числени стойности, характеризиращи определен процес (показател) в последователни периоди или моменти от време.
- Тенденцията във Времевия ред определя неговото движение във времето. Следователно определянето на тенденцията на даден ред е необходима стъпка при неговото прогнозиране. Съществуват следните основни видове тенденции:
- *Случайна тенденция.* Времеви редове притежаващи случайна тенденция са в резултат на много влияния, които действат независимо едно от друго и водят до несистематични и неповтаряеми тенденции. Напълно случайните редове притежават постоянна средна стойност и нямат изразена тенденция.
- *Сезонно влияние*-Сезонните тенденции могат да бъдат открити в данните квалифицирани като тримесечие, месечни и седмични. Те периодично имат значение в период от една година, като се повтарят година след година и са предсказуеми.
- *Тренд*-Тренд е продължително движение на Времеви ред по времето на дълъг период от време. То може да се прояви като линейна или нелинейна форма. Обикновено силите, които влияят или предизвикват тези движения, включват промяна в технологията,

промяна в производителността или промени в международното съревнование между другите.

- *Цикличност*-Цикличното движение се отнася към флуктоация на вълните (често случайно) в продължение на повече от една година, които за резултат на промените в основната икономическа активност. Цикличността е трудна за прогнозиране, тъй-като тя е повтаряща се, но не е периодична.
- *Автокорелационна тенденция*- Корелацията измерва степента на асоциация между две променливи. Определението автокорелация обозначава зависимостта на наблюдаваните стойности през различни периоди. Времеви редове с висока автокорелация, които не притежават тренд или сезонност се наричат “случаен ход” (random walk).
- *Изключения (outliers)*- Анализът на минали стойностти на даден ред може да е много сложен, ако се наблюдават нетипични данни. Тези нетипични се наричат *изключения* и представляват наблюдения, които не са индикатор за тенденцията във Времевия ред. Обикновено са в резултат на необичайни събития: война, земетресения и др.

Необходимо е обяснението на понятията “ex post” и “ex ante” (“ex ante” – преди факта; “ex post” – след факта). Прогнозиращите функции се синтезират за да дават информация за определен бъдещ период от време. Те прогнозират “ex ante” събития, т. е. събития, очаквани да се случат в бъдеще. От друга страна ако е необходимо да се направи проверка за точността на прогнозиране на функцията е необходимо да се използват “ex post” стойности.

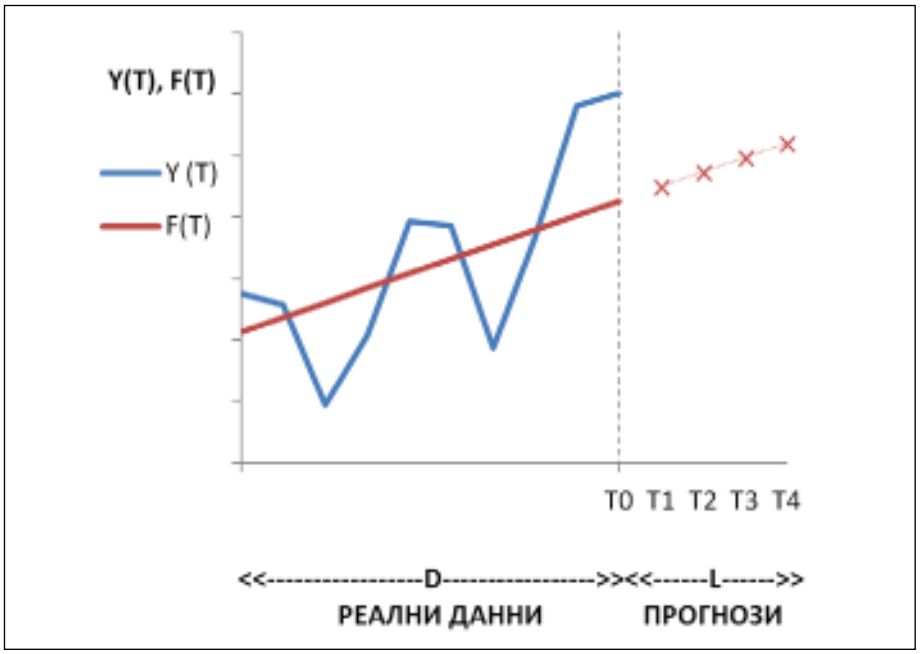
Тъй като историческите данни са известни, много често е удобно да се използват “ex post” стойности като приблизителни на “ex ante”, т. е. прави се допускането за запазване на действалите закономерности и за определен бъдещ период (с достатъчна за

целите на изследването точност) и се поема определен риск, че това допускане може да бъде нарушено.

4.2. Постановка на задачата и основна хипотеза.

В основата на групата методи за прогнозиране чрез екстраполация е заложено съждението, че един времеви ред представлява последователност от числени стойности, които характеризират определен показател (или процес) в последователни периоди или моменти от време.

Екстраполационните методи ползват историческите данни на динамичния ред, за да открият математическа закономерност, която го описва. Такава една закономерност бива определяна като „прогнозираща функция“, а процесът по нейното откриване и описание – „синтез на прогнозираща функция“.



L ≤ (1/3, 1/2) D

Y (t) – реални стойности на изследвания процес

T= 1, 2,. . ., D

D – дълбочина на отчитаната предистория

L – дълбочина на прогнозиране

F(T) – изчислени стойности от прогнозиращата функция

От тази гледна точка, база за всички методи за прогнозиране чрез екстраполация се явява предположението, че действали в миналото закономерности, ще продължават да действат и в бъдещето. Това от една страна често бива определяно като основния недостатък на тази група методи, поради факта, че не биха могли да отчетат действието на случайни събития, произтичащи от неопределеността на средата

Методите, за екстраполация на времеви редове, се употребяват за извършване на подробен анализ на характеристиките на данните от миналото, за да се проектират в бъдещето. Едно от основните предположение на всички методи за екстраполация на времеви редове е това, че математическото описание може да бъде разделено на такива компоненти, като средно равнище, тренд, сезонност, цикличност и грешка. Когато компонентите се съберат заедно (или в някои случаи се умножат), те ще дадат достатъчно точно изчисление на оригиналния времеви ред. Основната стратегия, използвана при прогнозирането на временните редове, е да се намери значението и формата на всеки компонент на основата на наличните данни от миналото. Тези компоненти (с изключение на случайната компонента) се проектират в бъдещето. Ако остане само малък случаен компонент и развитието се запази в бъдеще, тогава може да бъде получена подходяща прогноза.

Анализирането на тези тенденции, помага да се определи техния ефект върху движението на времевите редове. Четирите компонента си взаимодействат, за да определят вариацията на стойностите на данните във времето. Тези влияния определят хаотичното поведение на икономическите Времеви редове.

Използване на данни от предходни периоди за прогнозиране е уместно при силна вътрешна автокорелация на процеса, т. е. при

силна зависимост на дадено наблюдение на времевия ред от предходните.

Когато прогнозиращата функция се използва за изчисляване на бъдещите стойности на времевия ред, се говори за екстраполиране. Когато се изчисляват междинни стойности на динамичния ред, се говори за интерполиране.

При по-сложни случаи, се налага в прогнозиращата функция да се отчете действието на редица външни фактори, влияещи върху прогнозирания времеви ред т. е прилагането на многофакторни прогнозиращи фукции. Това изисква значително по-голям обем първични данни, усложнен синтез и затруднено използване.

При изучаването на един времеви ред, може да се окаже целесъобразно синтезирането на различни прогнозираши функции с последващ съпоставителен анализ за:

- тяхната приложимост;
- ·точността на различните прогнозиращи функции;
- ·влияние на вида на прогнозиращите функции върху точността на прогнозиране;
- ·икономически анализ на изследвания процес;
- ·обоснован избор на най-подходяща прогнозираща функция за изследвания процес.

Следва да се отбележи, че е е възможно да се синтезират и използват екстраполатори (прогнозиращи функции) с много сложно математическо описание. Например ако в прогнозиращата функция участват лагови променливи или външни фактори, свързани с нелинейни зависимости и нестационарни коефициенти, или ако прогнозираната променлива е само една от много други прогнозирани променливи, свързани в система от едновременни уравнения (които могат да бъдат нелинейни и нестационарни).

4.3. Етапи на работа при прогнозиране чрез екстраполация.

Синтезът на прогнозираща функция за един времеви ред включва следните етапи:

1. Определяне на съществените фактори (ако се използва многофакторна прогнозираща функция).
2. Определяне видът на прогнозиращата функция, т. е. общия вид на математическото описание на прогнозирания процес.
3. Представяне на необходимите данни в удобен за обработка вид.
4. Оценка на параметрите в прогнозиращата функция по данни от досегашното развитие на процесса
5. Предположения за неизменност на действащите закономерности за периода на прогнозиране.
6. Изчисляване на прогнозиращите стойности F(t) за T = D+1, …, D+L
7. Оценка на точността на прогнозиране и проверка на синтезираната прогнозираща функция.
8. Анализ и визулаизация на получените резултати.
9. Използване на прогнозата.

4.4. Видове прогнозиращи функции.

В настоящият учебник вниманието е насочено към следните видове функции, прогнозиращи по метода на екстраполацията:

- Времеви прогнозиращи функции – използват времето (като пореден номер на наблюдение порез равен интервал) като независим фактор. Най-често се използва линейна регресия за настройка на коефициентите във функцията, но може да се ползват и други методи за търсене в пространството на параметрите. Те са разгледани в раздел 5.
- Методи за прогнозиране чрез декомпозиране на хармоници – подходът на работа при тях е поетапно моделиране на все по-усложняващи се хармонични функции до получаване на немоделируем (т.е. случаен) остатък. Те са разгледани в раздел 6.
- Методи за прогнозиране чрез пълзящи средни – при тях се разглеждат единствено данните за явлението от предходни периоди и се търси връзка между миналото поведение и бъдещите очаквания за явлението. Разгледани са в раздел 7.
- Методи за прогнозиране чрез авторегресионни функции – Подобно на пълзящите средни се търси връзка с предходните наблюдения за явлението, но коефициентите се настройват на база получената статистика вместо предварително да се задават. Разгледани са в раздел 8.
- Еднофакторни и многофакторни модели – те могат да се използват за прогнозиране при дефазиране на използваните фактори спрямо изследваното явление. Разгледани са в раздел 14.
- Модели във вид на системи едновременни уравнения – това е в общи линии най-сложният тип модели, които могат да се използват за изграждане на комплексни прогнози за повече от едно явление. Разгледани са в раздел 15.

- Авангардни методи за прогнозиране – този клас методи всъщност не може да се каже, че имат много прилики, но са обособени по-скоро поради научната си актуалност. В настоящия учебник в раздел 17 са разгледани изкуствените невронни мрежи и еволюционните алгоритми, а в раздел 18 са описани и най-сложните методи – тези на многоредните селекционни процедури.

4.5. Оценка на точността на прогнозиране.

Почти винаги прогнозите са погрешни. Много рядко сумата на продажбите е точно равна на прогнозираното количество. Малките отклонения могат да бъдат преодолени с допълнителен капацитет, наличности или чрез препланиране на поръчките, но големите отклонения от прогнозата могат да причинят значителни проблеми.

Има три начина за приспособяване към прогнозните грешки. Единият от тях е да се опита да се намали грешката чрез по-добро прогнозиране. Вторият е да се вгради по-голяма гъвкавост в операциите, а третият - да се намали временния хоризонт, за който се изисква прогноза. Даже и добрата прогноза ще даде известна грешка, но най-ниската възможна грешка е цел, свързана с разумните разходи за прогнозирането.

За отчитане на присъщата за прогнозирането грешка, всички прогнози трябва да имат най-малко две значения: едното за най-добрата оценка на търсенето (пр. средна, медиана или мода) и другото - за прогнозната грешка (пр. стандартно отклонение, абсолютно отклонение или доверителен интервал). Даване на прогноза само с едно число означава игнориране на грешката, което става твърде често на практика.

Главният критерии, при избор на най-подходящ за конкретен случай модел на прогнозиране, е величината на грешката, която е допусната при прогнозирането с този модел. Грешката се явява разликата между действително получените за дадено явление реални данни и прогнозните данни изработени с помоща на даден модел. Грешката се проявява като своеобразен символ на това, че никога не може да се предвиди абсолютно точно бъдещето. Но въпреки това тя е, и основен стимул на прогнозиращите, като основна цел за тях е решеването на задачата за нейното минимизиране. Величината на грешката определя дали даден

модел на прогнозиране е подходящ и дали работи добре за дадена база данни или времеви ред.

Възможните причини за грешка могат да бъдат:

- Систематична грешка (при пълзяща средна и експоненциална среда) се дължи на използването на вече изчислени прогнозни данни като основа на следващи прогнози. Резултатът е израждане на прогнозите и клонене към една постоянна стойност.

- При прогнозиращи функции – полиноми от висок ред, е възможно прогнозите много бързо да се израждат в абсурдни стойности.

- Точността на прогнозиране зависи (освен от всичко друго) и от числения метод използван при синтеза на прогнозиращата функция. В някои случаи получените разлики могат да са твърде съществени.

Измерването на грешката в модела е необходимо поради няколко причини.

Първо, моделите за прогнозиране използват грешката при изграждането на прогностичния модел. В този смисъл, тя служи за проверка на модела и неговата целесъобразност.

Второ, обяснява вариацията в реда, съществуването или липса на "систематична грешка"[1]. Систематичната грешка е постоянно надвишаване или снижаване на стойностите на прогнозата, което води до кумулативно натрупване на грешки. Следователно е силно нежелателна и определянето й е необходимост за разкриване на тенденция в реда.

1. За определяне на гаранционните стойности и по този начин да се постигне желаното осигури равнище на прогнозирания показател

[1] Пример за това е например средна грешка (ME)

2. Да се следят значителните отклонения, които трябва да бъдат преценявани внимателно и може би да не бъдат вземани предвид в данните

3. Да се определи, кога методът за прогнозиране не е подходящ за действителните данни и не трябва вече да бъде използван

4.6. Видове измерители на грешката.

Основният измерител на единичната грешка, който служи за основа на комплексните измерители на грешката, е абсолютната грешка. Абсолютната грешка има следния вид:

e_t = Действителната стойност за период t – Прогнозираната стойност за период t

или

$$e_t = X_t - F_t$$

Съществуват много различни измерители на грешката, които оценяват общата грешка на прогнозата за целия времеви ред. Едни от най-често използваните измерители на грешката са следните:

$$ME = \sum_{t=1}^{n} \frac{e_t}{n}$$

$$MAD = \sum_{t=1}^{n} \frac{|e_t|}{n}$$

$$SSE = \sum_{t=1}^{n} e_t^2$$

$$MSE = \sum_{t=1}^{n} \frac{e_t^2}{n}$$

$$RMSE = \sqrt{\sum \frac{e_t^2}{n-1}}$$

$$PE_t = \frac{(X_t - F_t)}{X_t}(100)$$

$$MPE = \sum_{t=1}^{n} \frac{PE_t}{n}$$

$$MAPE = \sum_{t=1}^{n} \frac{|PE_t|}{n}$$

Средна относителна грешка:

$$R = \frac{\sum_{T=1}^{D} \left| Y(T) - F(T) \right|}{\sum_{T=1}^{D} \left| Y(T) \right|} \times 100$$

Никой от посочените измерители не може да бъде определен като универсален. Всеки един от тях показва различни аспекти на грешката, която са допуснали прогнозите спрямо реалните данни. Някои показват абсолютната стойност на грешката, други систематичната грешка, трети пък дават процентно изражение на грешката. За това изборът, кой от измерителите на грешката да се използва, зависи от това какво иска да онагледи прогнозиращия. Поради тази причина измерителя на грешката се избира в зависимост от конкретният модел на прогнозиране, който се използва. Сравнението на различните методи на прогнозиране обаче трябва да става на базата на един и същи измерител на грешката. Различните измерители на грешка показват различни неща за изследвания ред. Например уравнение (1. 2) показва систематична грешка. MAD отчита процентното съотношение на грешките спрямо получената стойност от уравнение (1. 3). RSE измерва дисперсията на стойностите около стойността на ME. PE измерва отношението на грешките към реалните стойности. Както и при ME, стойността на MPE трябва да се приближава към нула, тъй-като положителните и отрицателните стойности на грешките се уравновесяват. Това означава, че реда не притежава систематична грешка.

4.7. Метод на псевдопрогнозата.

Създателите на модели за прогнозиране често надценяват качеството на прогнозите, генерирани от тези модели. Причината за това е липсата на тестване на модела. Тестването на модела за прогнозиране е неговата оценка върху исторически данни, които не са използвани при създаването на модела.

За да се тества едни модел за прогнозиране, емперичните данни са разделени на две части. Първата част се използва за да се създаде модела за прогнозиране. Това включва избиране на метод за прогнозиране и оценяване на параметрите. Тогава, се прави прогнозиране на данните от втората част, за да се оцени качеството на прогнозите. Ако качеството на прогнозите не е приемливо, се избира друг метод за прогнозиране и процесът се повтаря. Ако качеството е приемливо, то създаденият модел може да се използва за прогнозиране. Фиг. 5 обобщава процеса на създаване и тестване на модел за прогнозиране.

За целите на обучние или за проверка на точността на прогнозиране на даден ектраполационен метод данните е уместно използването на метода на псевдопрогноза. При него данните от времевия ред се разделят на две групи - на т. нар. “обучаваща последователност” и “контролна последователност”.

Първата част от наблюденията са обучаваща последователност и включва данните, които да послужат за синтезиране на прогнозиращата функция (настройка на коефициенти). Размерът на обучаващата последователност е равен на отчитаната за съответното явления предистория. .

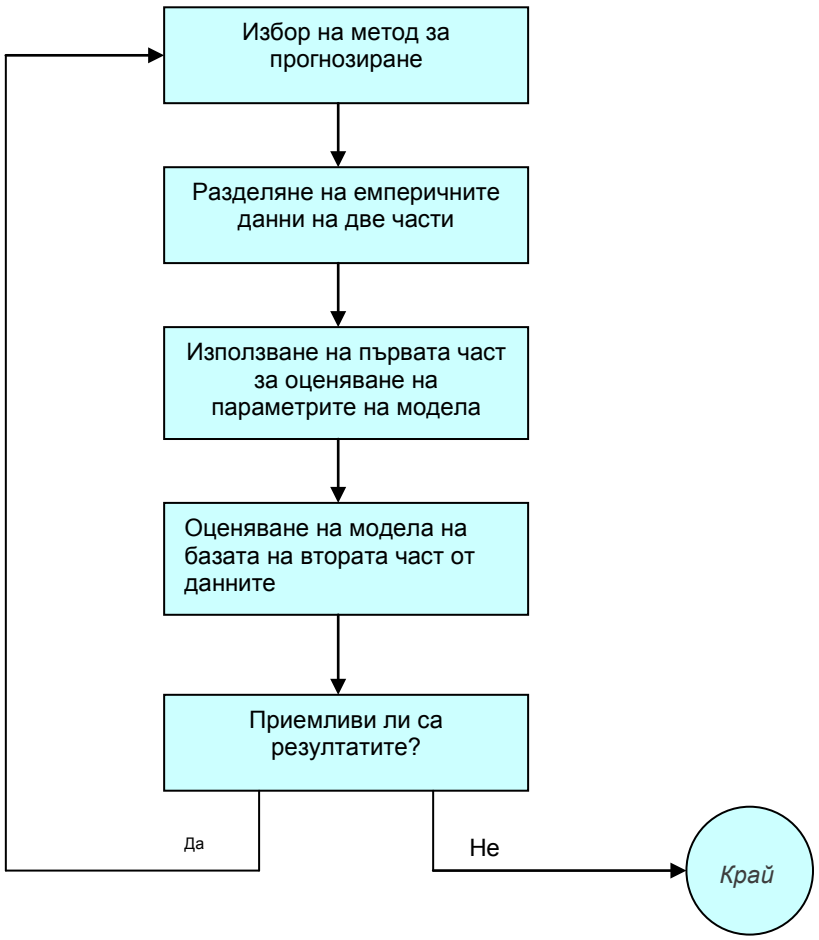
Останалата част наблюдения са контролна последователност. Нормално контролната последователност включва данни, следващи

по време спрямо обучаващата последователност т. е. данни които не участват в синтезирането на прогнозиращата функция.

Въз основа на данните от обучаващата последователност се изграждат прогнозите за периода на контролната последователност, все едно, че стойностите за този период са неизвестни. НАЙ-НАКРАЯ, когато прогнозите по съответния метод са готови, се използват данните от контролната последователност за изчисляване на точността на прогнозиране.

Обща последователност при метода на псевдо-прогнозиране по всеки отделен метод (в някои случаи отделни етапи от последователността се пропускат):

1. Избор на метод за прогнозиране.
2. Разделяне на данните на обучаваща (първа част) и контролна (втора част) последователност.
3. Настройка на коефициентите в математическото описание на метода, използвайки данните от обучаващата последователност. .
4. Използване на математическото описание за изчисляване на прогнозни данни за периодите от контролната последователност.
5. Изчисляване на прогнозна грешка за прогнозните данните от контролната последователност.



Блок-схема на процеса на създаване и тестване на модел за прогнозиране.

5. ВРЕМЕВИ ПРОГНОЗИРАЩИ ФУНКЦИИ.

5.1. Основна идея.

Методите за прогнозиране, базирани на времеви функции, се основават на идеята, че тъй като всички процеси протичат във времето, то може да се разглежда като универсален определящ фактор, заместващ в известен смисъл всички други фактори (които също се променят във времето). Такъв подход води до известно опростяване на прогнозиращите функции. Тъй като те са функции само на времето, техните стойности могат да се изчисляват за всеки период (момент) от времето – бъдещ, минал, или междинен.

Всеки времеви ред отразява влиянието на различни фактори. Поради това може да се разглежда като съставен от различни компоненти.

В най-простият случай, времевия ред може да се разглежда като съставен от базово равнище (средна стойност) и случаен компонент. Случайната компонента включва тези елементи на отклонението на времевите редове, които моделът за прогнозиране не може да премахне. Базовото равнище на времевите редове има формата:

$Y(t)=a+\varepsilon(t)$

където:

a – базово равнище

$\varepsilon(t)$ – случаен компонент

$Y(t)$ – числена стойност на времевия ред в момента (респективно периода) t

При този най-прост случай прогнозиращата функция ще има постоянна стойност във времето:

$F(t)=a$

По-сложен случай е разглеждането на времевия ред, като съставен от тренд и случаен компонент. Трендът представлява детерминирана функция на времето и отразява основната тенденция на изследвания процес. Той може да се използва като времева прогнозираща функция.

Трендът може да бъде линейна или нелинейна функция на времето.

Един времеви ред с линеен тренд може да се представи по следния начин:

$Y(t)=a+b.\ t+\varepsilon(t)$

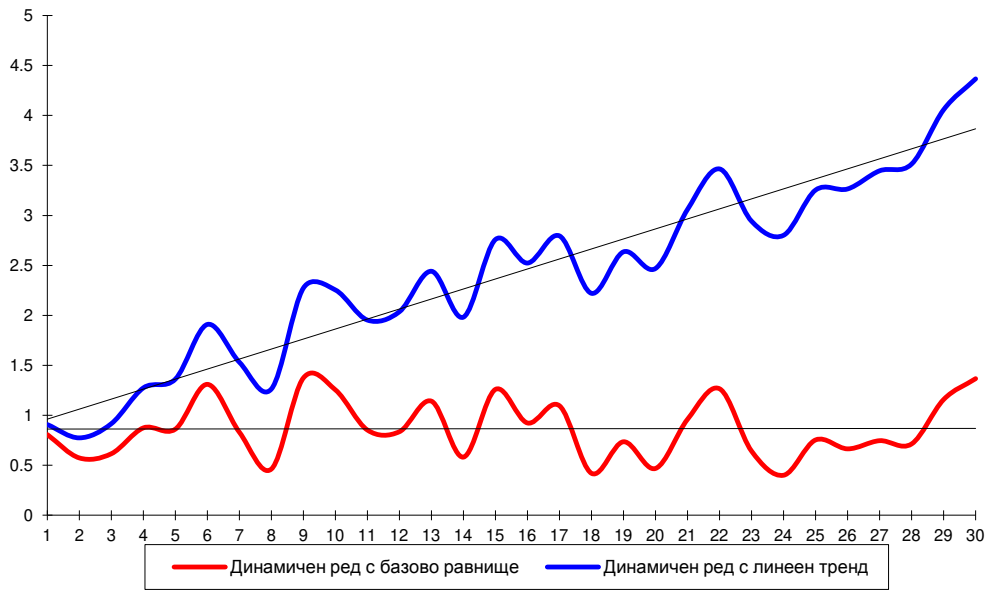
където:

a – свободен член

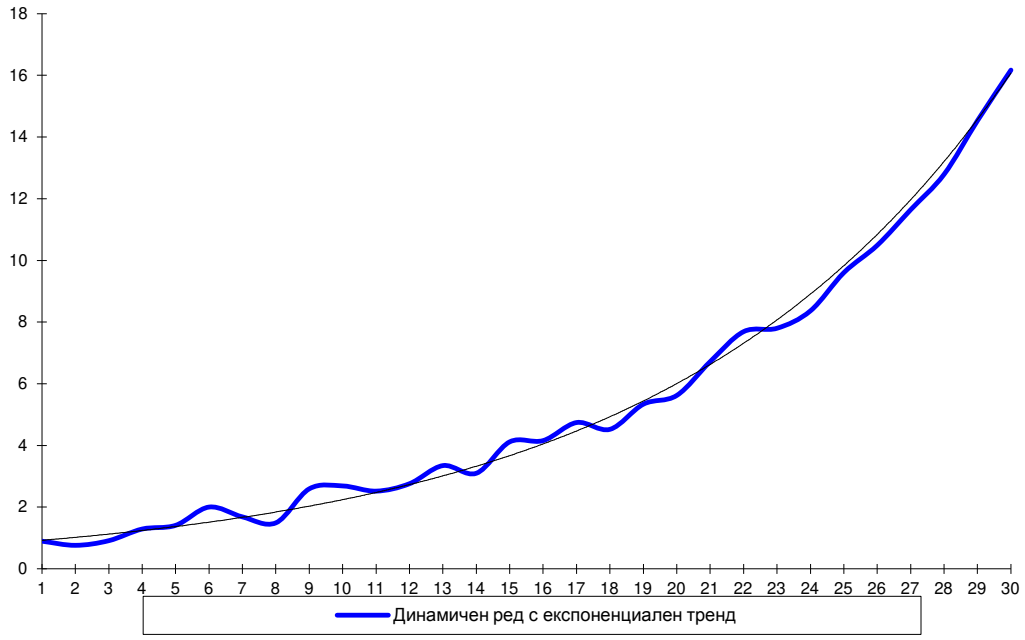
b – наклон на тренда.

В този случай прогнозиращата функция ще бъде съответно:

$F(t)=a+b.\ t$



На фигура по-горе са показани примери за времеви ред с постоянно базово равнище и времеви ред с линеен тренд, а на следващите две фигури са показани два вида нелинейни трендове (съответно прогнозиращи функции) – експоненциално нарастващ и S – образен.



Експоненциална прогнозираща функция се използва, когато времевият ред се увеличава с един и същ процент за всеки такт. Математическото описание на времеви ред с експоненциален тренд е следното:

$$Y(t)=a(1+b)^t+\varepsilon(t)$$

където:

b - норма на растеж за един период (при стойност на b=0. 1, нормата на растеж е 10 процента).

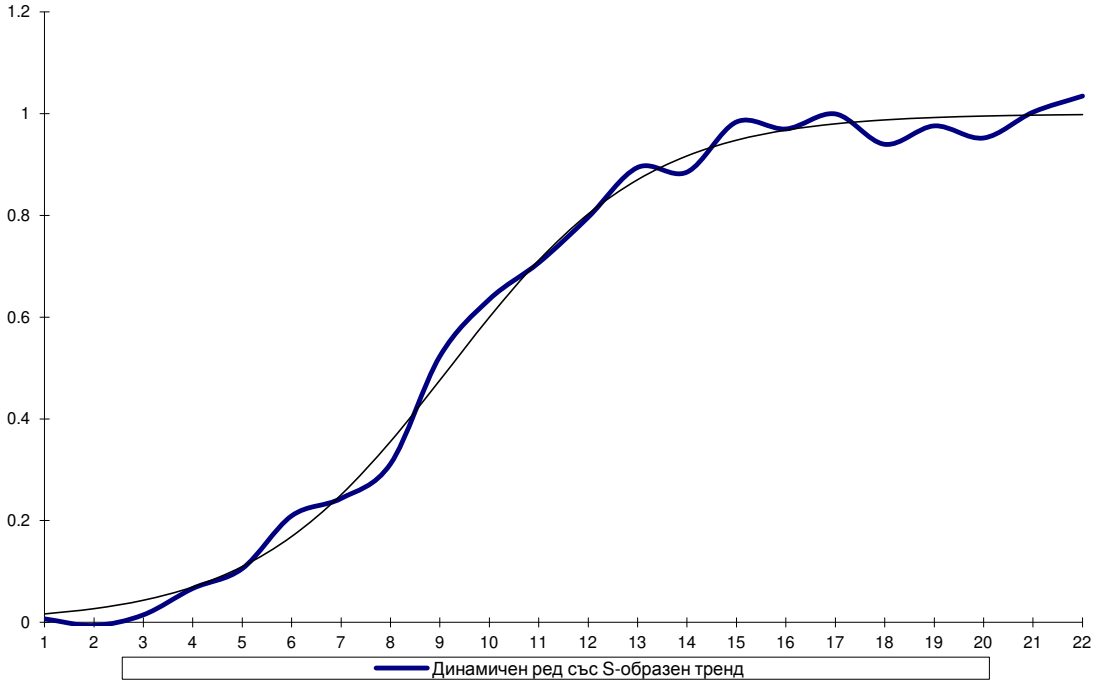
Съответно прогнозиращата функция ще е :

$$F(t)=a(1+b)^t$$

Нелинейният тренд следващ S-образна крива има специфично приложение в сферата на икономиката. Кривата наподобява класически жизнения цикъл на продукт. Математическото описание

на този нелинеен тренд (прогнозираща функция) може да бъде доста различно. В случая е използвана следната формула [32, с. 662]:

$$F(t) = \frac{1}{1 + a.e^{-b.t}}$$



Като примери за други често използвани във финансите прогнозиращи функции, могат да се посочат:

- полиномиална прогнозираща функция

$$F(t) = a_0 + a_1.t + a_2.t^2 + ... + a_m.t^m$$

- логаритмична прогнозираща функция

$$F(t) = a_0 + a_1.\log t$$

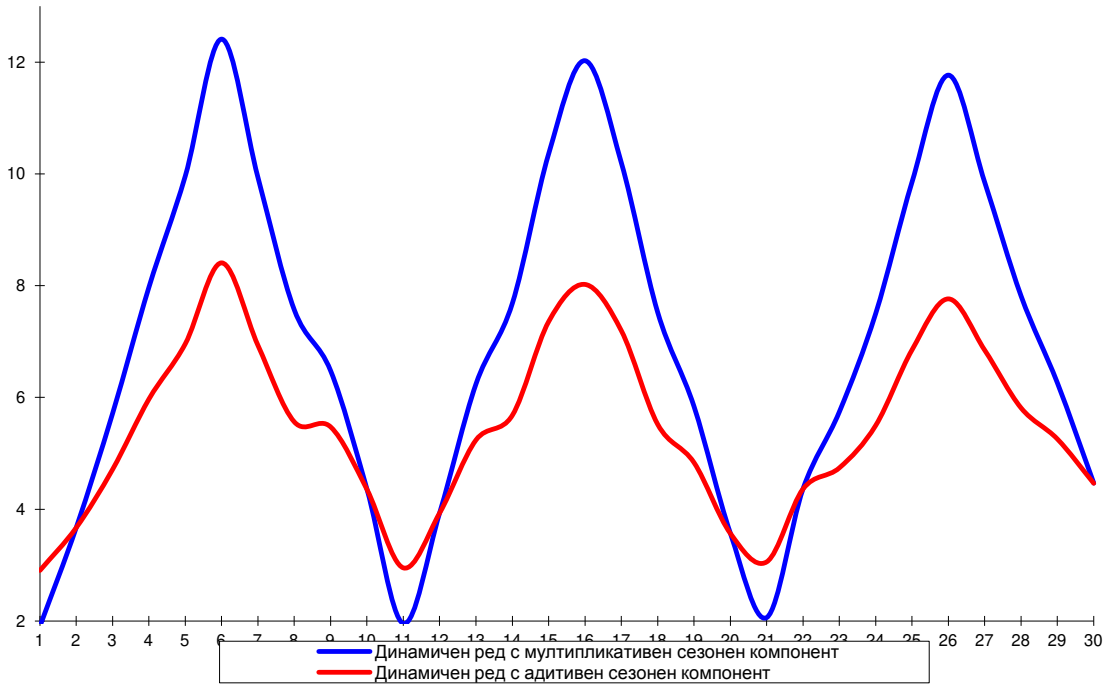
- степенна прогнозираща функция

$$F(t) = a_0.t^{a_1}$$

В един времеви ред е възможно да има циклични компоненти. Съществен частен случай е сезонният компонент, при който установения цикъл има дължина една година. Ако времевият

хоризонт на изготвяната прогнозата е кратък, цикличните фактори могат да бъдат пренебрегвани.

Цикличният компонент може да бъде добавъчен (адитивен) или умножителен (мултипликативен).



Математическото описание на времеви ред с базово равнище и адитивен цикличен компонент има вида:

$Y(t)=a+S(t)+\varepsilon(t)$

$F(t)=a+S(t)$

където:

a – базово равнище

S(t) - адитивен цикличен компонент (детерминирана периодична функция на времето)

Математическото описание на времеви ред с мултипликативен цикличен компонент има видът:

$Y(t)=a.\ S(t)+\varepsilon(t)$

$F(t)=a.\ S(t)$

където:

a – базово равнище

S(t) – мултипликативен цикличен компонент (детерминирана периодична функция на времето)

Цикличният компонент показва влиянието на промените в общите икономически условия и други фактори. Икономистите изучават повтарящите се модели на икономическата активност и ги наричат бизнес-цикли. Бизнес циклите са по-дълги от една година и тяхната продължителност се мени.

За разлика от тях сезонните компоненти на търсенето се повтарят всяка година. Януари е последван от друг Януари, точно 12 месеца по-късно. Така, че може да се използва последния януарски сезонен компонент за да прогнозираме следващото януарско търсене.

Обаче, кои циклични фактори трябва да се използват за следващия Януари? Един подход е да се предположи че бъдещите циклични фактори са същите като най-скорошните оценки. Продължаването на това предположение е същото като да се разглеждат времевите редове така, както ако все едно нямат цикличен компонент.

Друг подход е да се намери причинна връзка между цикличните фактори и други променливи. Тогава, ако бъдещите стойности на другите променливи могат да бъдат оценени, цикличните фактори също могат да бъдат оценени.

Още един подход е да се използват методи на времевите редове на базата на определени циклични фактори. Понеже допълнителните разходи по оценяване на цикличните компоненти са големи, циклични фактори не се използват, освен ако влиянието

на грешката на прогнозата е голямо. Ако прогнозата е краткосрочна, цикличните фактори могат да бъдат пренебрегнати без сериозно влияните върху грешките на прогнозата.

В още по-сложен случай динамичничният ред може да съдържа основен тренд (линеен или нелинеен), няколко циклични компонента и случаен компонент.

Разглеждането на времевият ред като сума от хармонични компоненти с различни амплитуди и честоти, е същността на т. нар. “хармоничен анализ на времеви редове”, използван в много научни области в това число и при анализ на финансови пазари.

5.2. Регресионният подход за екстраполация.

В рамките на разглеждания като база опростен „анализ на тренда“ се приема, че единствената факторна променлива, която влияе на бъдещите стойности на разглеждания икономически показател е времето или иначе казано, че в наблюдаваните минали стойности за процеса се съдържа информация, която обхваща съвкупното влияние на всички останали факторни променливи, предизвикващи измененията в оценявания показател.

Когато при един процес може дългосрочно да бъде наблюдавана някаква постоянна тенденция на развитие (възходяща или низходяща), то логично прогнозиращата функция за него би могла да бъде синтезирана на тази база.

Регресионният подход за екстраполация предполага, че определянето на съществените фактори и вида на прогнозиращата функция се извършват от изследователя на основата на априорни знания за прогнозирания времеви ред, а оценката на параметрите най-често се извършва по метода на най-малките квадрати.

Основни предположения при използването на метода са:

- Видът на функцията, участващите в нея фактори и лагови променливи се считат за вече определени;
- Факторите са независими (не корелирани);
- Разполага се с достатъчен брой наблюдения;

Регресионните методи се използват с цел изучаване връзките между дадени променливи, с помощта на което може да се правят прогнози или да се пресмятат стойностите на една променливи от вече известни или предполагаеми стойности на други променливи. При тези методи прогнозата ще бъде функция на определен брой

фактори, от които пряко ще зависи крайния резултат. Съществуват няколко вида регресионни анализи:

а) Единична регресия за изследване връзката между две явления Y и X

Y_1	X_1
Y_2	X_2
.	.
.	.
.	.
Y_n	X_n

- една зависима променлива (Y), следствие, резултат
- една независима променлива (X), обясняващ променлив фактор
- n на брой наблюдения

б) Множествена регресия: обяснява връзката между едно явление Y от други X1, X2, …., Xn. фактори.

Y_1	$X_{11} \ldots X_{1k}$
Y_2	$X_{21} \ldots X_{2k}$
.	. .
.	. .
.	. .
Y_n	$X_{n} \ldots X_{nk}$

- една зависима променлива (Y)
- няколко независими променливи(X1, X2, …., Xn)
- n на брой наблюдения

Единичните регресионни модели са по-ограничени в сравнение с моделите за множествена регресия. От друга страна са по-лесни и може да се окажат напълно достатъчно средство за много приложения.

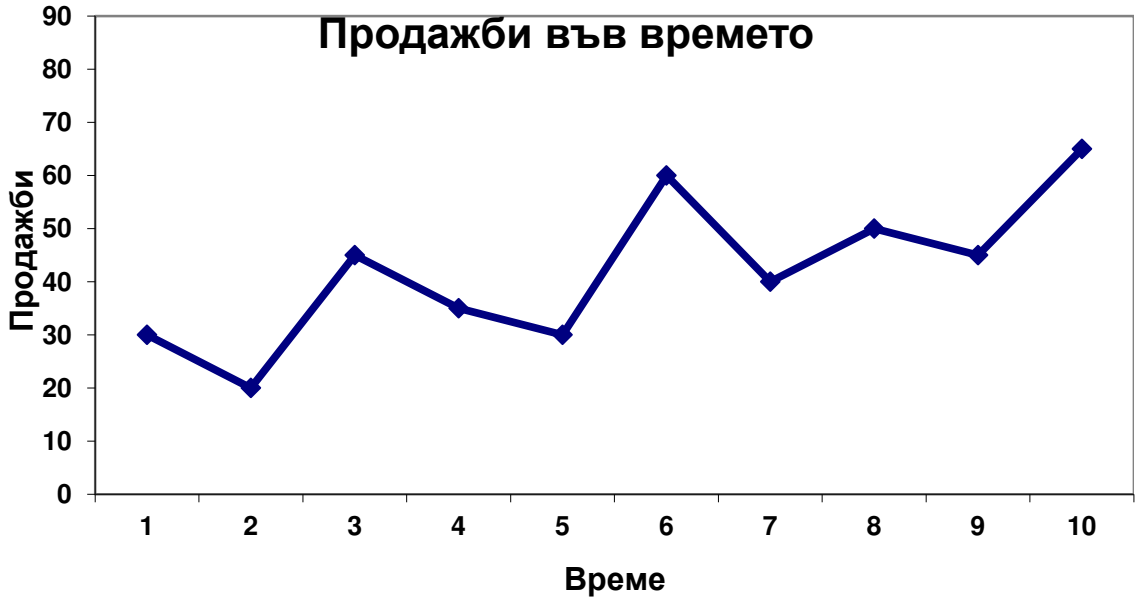
5.3. Единична регресия.

Това е регресионна връзка показваща зависимостта на един фактор Y (зависимата променлива) от друг фактор X (независимата променлива). Общия случай ще включва n наблюдения:

{Xi, Yi} for i = 1, 2, 3…. . n.

Таблицата и фигурата представят данни и сценарий за продажби във времето. В този случай и X и Y са „икономически" променливи и може да е възможно промените в Y да се „обяснят" с промени при X.

(Xi) Период	(Yi) Продажби	(Xi, Yi)Комбинирани данни
1	30	(1, 30)
2	20	(2, 20)
3	45	(3, 45)
4	35	(4, 35)
5	30	(5, 30)
6	60	(6, 60)
7	40	(7, 40)
8	50	(8, 50)
9	45	(9, 45)
10	65	(10, 65)



По метода на най-малките квадрати (LS – least squares) ако използваме Y за зависима променлива и X = t за независим фактор, то ще може да намерим права линия

$\hat{Y}t = a + b\ (t)$

където „a” е пресечната точка с ординатата; b – наклона. такава че: за дадена стойност от време t, квадрата на грешката е:

$et^2 = (Yt - \hat{Y}t)^2$

когато се сумира сумата му да е минимална. Това е стандартна процедура за метода на най-малките квадрати при която грешките са вертикалите към абцисата спуснати от правата (a+bt).

В случая описан в таблица 4, решението по метода на най-малките квадрати е:

$\hat{Y} = 23.33 + 3.39t,$

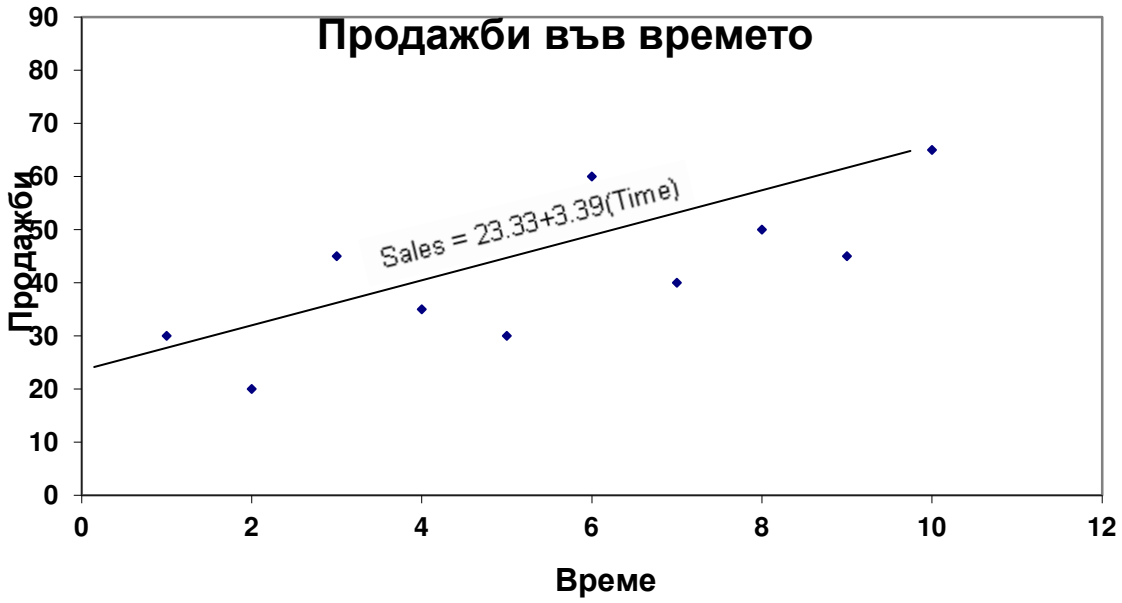
и наблюдаваните стойности на Y могат да бъдат обозначени като явление и грешка:

Y = явление +грешка,

Y = a+bt +e

Y = $\hat{Y}$ + e,

Важно е да се отбележи, че явлението е отбелязано с $\hat{Y}$.



Решението на системата става по следния начин. Използва се формулата за определяне на наклона „b” при проста линейна регресия, същата както е при уравнение (18)

$b = N\Sigma XY – (\Sigma X)(\Sigma Y)/N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2$

както и формулата за определяне на пресечната точка с ординатата е:

$a = \Sigma Y/N – b\Sigma X/N$

За да бъдат използвани тези формули успешно е необходимо да се сметнат само няколко сравнително лесни суми:ΣX, ΣY, ΣX^2 и ΣXY, което с помощта на съвременните компютри практически е никакъв проблем.

В изходната регресионна функция свободният член ще изразява началното равнище на разглеждания показател (първата му наблюдавана стойност), а регресионният коефициент ще показва средния абсолютен прираст за периода. Затова един от възможните подходи за оценка на адекватността на прогнозата е и на база на този коефициент на корелация (колко близка е стойността на ***r2*** до **1**), но с оглед осигуряването на реална съпоставимост за изводите от използването на различни методи. Така полезен извод, който може да бъде направен чрез регресионния анализ е за силата на зависимостта между резултативната и факторната променлива:

$$r2 = \Sigma(Yi – Y)2 / \Sigma(yi – y)2,$$

където ***r2*** (коефициента на детерминация) изразява частта от вариацията в ***y***, произтичаща от влиянието на факторната променлива ***x***. Колкото по-близка до **1** е тази стойност, толкова по-силна ще бъде въпросната зависимост, което съответно ще рефлектира върху по-голяма надеждност на прогнозата.

5.4. Множествена регресия.

Алтернативен подход за повишаване точността на прогнозиране при групата методи, базирани на регресионния анализ е добавяне на допълнителни факторни променливи, при което единичната регресия се разширява към множествена. Основно изискване за „чистота“ в използването му е тези променливи да не са корелирани помежду си. В този случай следва да бъдат синтезирани многофакторни прогнозиращи функции, което намира по-широко приложение в различни авангардни методи за прогнозиране и затова в настоящия етап от изложението няма да бъде разглеждан детайлно.

Множествената или многофакторната регресия е метод за прогнозиране и количествено измерване на едно следствие (една зависима променлива) и „n” на брой фактори (независими променливи). В общия случай множествената регресия има следния вид:

$$Y = \beta 0 + \beta\ 1X1 + \beta\ 2X2 + \ldots\ldots + \beta\ kXk + \varepsilon$$

където β0, β1, β2,. . . ., βk са фикс ирани параметри, а X1, X2,. . . . . Xk и са измерени без грешка. **ε** е произволна променлива дитрбутирана около нулата (средната аритметична на **ε),** и има вариация Vε.

Важно тук е да се отбележи, че уравнението (23) е с линейни коефициенти. Степенния показател на всеки един от фиксираните коефициенти е 1, линейни коефициенти, което означава че стойностите на „β” коефициентите могат ефективно да бъдат пресметнати по метода на най-малките квадрати. Графиката на функцията свързваща Y с няколко променливи X вече не е така лесна за изобразяване както при единичната регресия. Ако променливата е само една, има случай на единична регресия и

графиката на функцията е права линия. Ако има случай с две променливи X тогава графиката на Y може да бъде изобразена в равнината определена от двете променливи. В случая, когато променливите за повече от две, тогава Y се дефинира от хипер равнина (която е от по високо измерение)

В практиката задачите пред множествената регресия са да изчислява неизвестните стойности на модела представен по-горе. От вече известен набор от променливи, чрез метода на най-малките квадрати може да се определят b0, b1, b2, …. . bk, както и вариацията Vε. .Корен квадратен от стойността на варияцията е прието да се нарича *стандартна грешка на изчисление*. Затова и практическия модел на регресионния анализ при множествена регресия е както следва:

$$Yi = b0 + b1X1i + b2X2i + \ldots . + bkXk + ei$$

Където за i = 1, 2, …. ., N и се допуска че X1, X2i. . . . . Xk са измерени без грешка. За разлика от теоретичния модел:

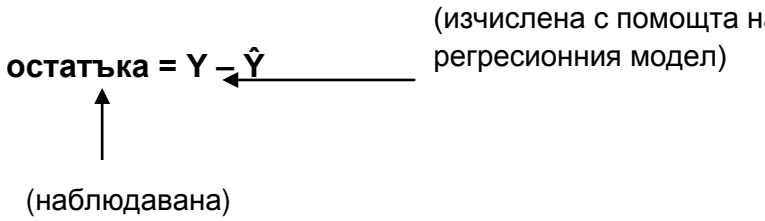
b0, b1, b2, ……bk,

са производни изчислени чрез метода на най-малките квадрати от β0, β1, β2,. . . ., βk вече са случайни променливи с обединяващо ги нормално разпределение.

ei(i = 1, 2, …. ., N) е пресметната грешка за іто наблюдение и се допука, че е зададен нзависимо от главното разпределение. Ако се използва пример с данни от банков баланс (таблица 1 – приложение 1), моделът представен с формула (24) може лесно да бъде решен:

$$\hat{Y} = -4295, 1 + 3363. 7(X1) – 28228, 7 (X2) – 1965, 7(X3)$$

Използва се $\hat{Y}$ (Y с шапка), защото така се отбелязва, че това е изчислената функция, а не реално наблюдаваната. Изчисленатаŷ се базира само на три независими променливи. Разликата между изчислената стойност на функцията и реално наблюдаваната показва до колко модела „пасва" на реалността, и разликата между двете се нарича остатък или грешка:



6. МЕТОДИ ЗА ПРОГНОЗИРАНЕ ЧРЕЗ ДЕКОМПОЗИРАНЕ НА ХАРМОНИЦИ.

6.1. Същност.

Спектралният анализ е свързан с изследването на цикличните тенденции в разглежданите данни. Целта на анализа е да декомпозира комплексни времеви редове с циклични компоненти. Всъщност, осъществяването на спектрален анализ на времевите интервали е като поставянето им в призма за да се определи дължината и важността на цикличните компоненти. Като резултат от успешния анализ могат да се открият няколко съответстващи цикъла с различна дължина във времевите серии от които се интересуваме, които първоначално се възприемат до голяма степен като случайни смущения.

За разлика от експоненциалното изглаждане, при спектралния анализ целта е да се определят сезонните колебания с различна дължина, докато при другите видове анализ дължината на сезонния компонент обикновено е известна (или се предполага) и след това е включена в някакъв теоретичен модел на пълзяща средна или автокорелация.

Повечето времеви редове от данни в бизнеса и икономиката съдържат четири съществени компонента, които когато се изследват индивидуално могат да помогнат на прогнозиращия да разбере начина на движение на данните и по този начин да направи по-добри прогнози. Тези четири основни компонента са дългосрочния тренд, сезонните колебания, цикличните движения, и непостоянните или случайните колебания. Моделите за разложение или декомпозиция на времевите редове могат да бъдат използвани за откриване на тези съществени компоненти, чрез разбиване на

редовете на техните съставни части и след това събирането отново на тези части в едно цяло за изграждане на прогнозата.

Тези модели са сред най-старите техники за прогнозиране, но все още остават много популярни и днес. Тяхната популярност се дължи най-вече на три фактора. Първо, в много ситуации прогнозирането чрез декомпозицията на времевите редове дава отлични резултати. Второ, моделите са относително прости за разбиране и обяснение на мениджърите и ръководителите, които вземат решенията. Това увеличава вероятността прогнозите да бъдат точно изтълкувани и правилно използвани. Трето, информацията осигурена от декомпозицията на времевите редове е съвместима с начина, по който мениджърите гледат на данните и често това им помага да реагират по-добре на движенията на явленията, тъй като тя им дава конкретни измерители на фактори, които в друг случай не са количествено определени.

Има редица различни методи за декомпозиране на времевите редове. Прогнозата при тях се изгражда като функция от споменатите четири съществени фактора. В зависимост от вида на прогнозиращата функцията и действията извършвани в нея, съществуват два основни модела на декомпозиране: мултипликативен и адитивен;

Y = T x S x C x I - мултипликативен

Y = T + S + C + I - адитивен

където

Y – е променливата, която ще се прогнозира

T – е дългосрочния тренд в движението на данните

S – е фактора на сезонните колебания

C – е фактора на цикличните колебания

I – са случайните колебания на данните

Много по-често използваният модел на прогнозиращата функция, при методите за декомпозиране на времевите редове, е мултипликативния. Причината за рядкото използване на адитивния модел е по-голямата му сложност, тъй като при него се приема, че отделните компоненти са независими. Тоест при него се допуска например, че тренда няма никакво влияние върху сезонния фактор и обратното, което усложнява процеса на отделяне на компонентите като самостоятелни части.

Методите за декомпозиране на времеви редове, които ще бъдат разгледани по-долу се причисляват към мултипликативния модел на декомпозиция. Някои от процедурите при тези методи са свързани с техниката на пълзящите средни, разгледана по-горе.

Едно от основните приложения на методите от групата на тренд-анализа в еволюцията на методите за прогнозиране, е неговото присъствие като съставен компонент в така наречения „хармоничен анализ“ или „анализ чрез декомпозиране на времеви редове“.

Основната хипотеза, на която се базират методите от тази група отново е свързана с предположението, че наблюдаваните стойности от миналото на разглеждания процес (показател) отразяват под някаква форма всички фактори, които влияят на неговото изменение, но когато налице е ярко изявен тренд, то тогава случайните колебания около него могат да бъдат изолирани като отделна компонента и анализирани (загладени) допълнително.

6.2. Мултипликативен метод.

Изчисляването на сезонни индекси се постига чрез използване на центрирани пълзящи средни, като се използва метод наречен “отношение към пълзяща средна метод”(ratio to moving average method). Необходимо е първо да се изчисли сезонността, понеже е много трудно да се измери тренд при силно изразени сезонни серии. По принцип декомпозирането на мултипликативен модел води до лесно изчисляване на индивидуалните компоненти в уравнението. Например:

$$Y_t = TCSe$$

следователно:

$$Se = \frac{Y_t}{TC} = \frac{TCSe}{TC} = S_e$$

Това означава, че настоящата стойност през период t, разделена на трендовия и цикличния компоненти, е равна на сезонния компонент и грешката. Както е посочено в практическата част, тренда и цикличността (TC) се изчисляват като се използва пълзящи средни. След като е идентифициран сезонния компонент може да се изчислят тренда и цикличния компоненти. Това се постига чрез следното уравнение:

$$\frac{Y}{S} = \frac{TCSe}{S} = TCe$$

където S=сезонен индекс за период t.

След като се използва уравнението се постига десезонност на реда. След това може да се приложи единична линейна регресия, за да се изчисли тренда за времевия ред. Като се използва метода на най-малките квадрати се стига до уравнението:

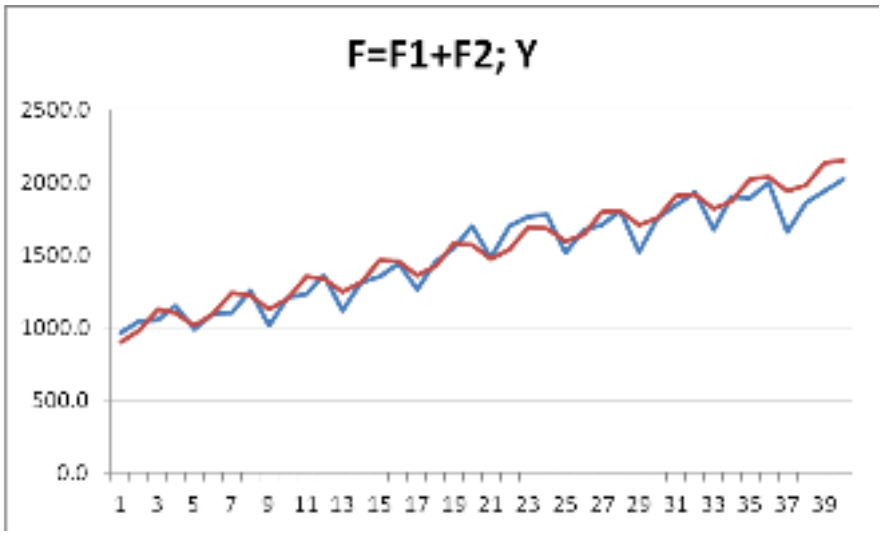
$$Тренд = \hat{T} = a + b * t$$

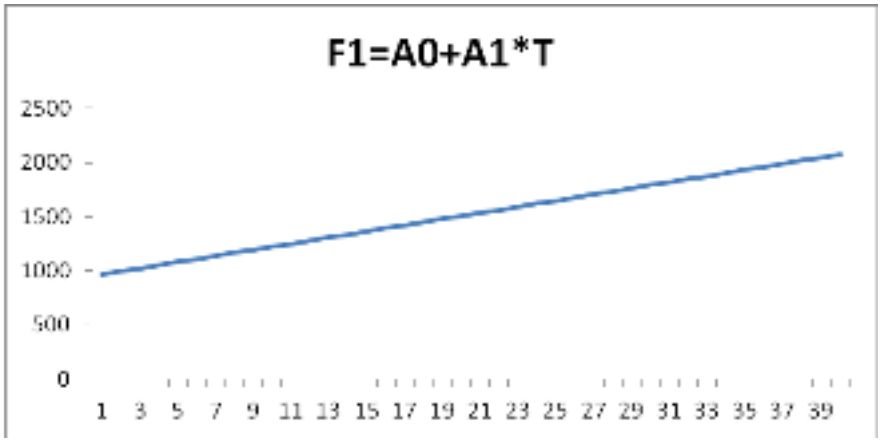
където t=1, месец първи на първата година. Това уравнение може да се използва, за де се изгради модел за прогнозиране.

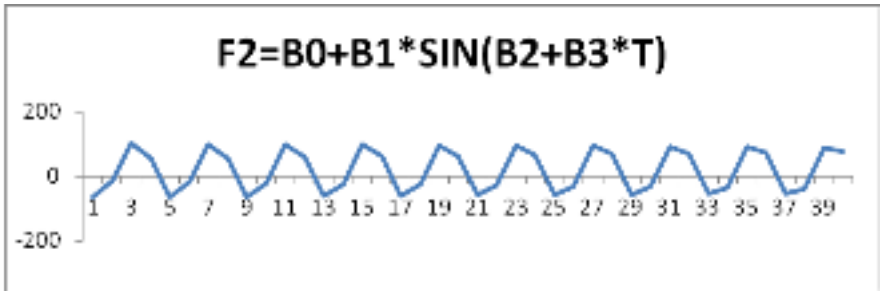
6.3. Адитивен метод.

Стъпките използвани при изграждането на този метод са сходни с тези на мултипликативния, като вместо умножение и деление, се използват събиране и изваждане. Уравнението е:

$Y = T + C + S + e$ -адитивен модел







Декомпозиция на времеви ред

По принцип, този метод е по-малко акуратен от мултипликативния. Въпреки това при някои времеви редове се

представя по-добре. При избор между мултипликативния или адитивния методи се предпочита този с по-малка грешка в прогнозата. Не трябва да се забравя, че освен всичко друго моделите трябва да се проверят за статистическа акуратност.

Така при този метод синтезът на прогнозираща функция започва от база:

F(T)= F1(T) + F2(T), където

F1(T) ще бъде стойност, изчислена от синтезираната на ниво „тренд-анализ“ прогнозиращата функция за тренда, а ***F2(T)*** ще бъде стойността, изчислена от допълнително синтезираната прогнозираща функция за случайни колебания или за остатъчната стойност. Тъй като изолирани от тренда, тези колебания в изменението на повечето икономически показатели с цикличен характер (каквито са и използваните за онагледяване в приложната част от настоящата разработка) имат ярко откроено движение по синусоида, едно от най-често използваните математически описания на остатъчната функция, което се използва в теорията и практиката на хармоничния анализ е:

F2(T)= a + b. sin(T)

, но за по-голяма прецизност (респ. точност на прогнозата) би могъл да се потърси допълнително и вътрешния тренд на вече изолираните колебания, при което прогнозиращата функция би придобила вида:

F2(T)= a + b. sin(c+d. T)

Възможностите на съвременната изчислителна техника позволяват във функция от подобен вид да се открият необходимите коефициенти по метода на търсенето в пространството на параметрите [2], така че да се осигури

достатъчно надеждна средносрочна прогноза. По отношение на трендовата компонента обаче е важно да се отбележи, че при приложението на този вече комбинативен метод, не е задължително „най-добрата“ прогнозираща функция от опростения тренд анализ, задължително да дава най-добри резултати и при приложението в хармоничния анализ, поради което последният следва да се провежда отново с мултивариативност.

7. МЕТОДИ ЗА ПРОГНОЗИРАНЕ ЧРЕЗ ПЪЛЗЯЩИ СРЕДНИ.

Тези методи използват идеята, че в предисторията на самия процес и само на него се съдържа достатъчно информация за неговото прогнозиране. Това се дължи на свойството ‘инертност’, присъщо на всички реални системи. Икономическа инертност, психологическа, механична, електро-магнитне и пр.

Специфично тук е, че се налага някакво предварително правило върху относителното тегло в прогнозата на различните лагови стойности на променливата.

“Пълзяща средна” е метод за прогнозиране, където всяка точка на пълзящата средна на времевите интервали е средна аритметична (претеглена средна) на определен брой последователни стойности. Броят на наблюденията при изчисляването на пълзящата средна е определен така, че да минимизира ефекта на сезонността или на други смущения в интервала.

Експоненциалното изглаждане е гъвкав метод, където на наблюдаваните стойности се придават различни тегла при изчисляването на прогнозата. Този метод е близък до пълзящата средна, но позволява да се изгладят предишни неточности при прогнозирането. Има предимството да подобрява прогнозата, като към предишната прогноза добавя определена част от предишната прогностична грешка.

7.1. Наивен метод за прогнозиране.

Как може един модел за прогнозиране да бъде оценен като добър, слаб или среден? Наивният модел за прогнозиране осигурява база за сравнение. Един модел за прогнозиране е слаб, ако не се проявява по-добре от наивния модел за прогнозиране. Да кажем, че реалните стойности на търсенето са известни за период t. Прогнозата на наивния модел за прогнозиране за търсенето през следващия период е реалното търсене през този период. Наивният модел за прогнозиране е представен като:

$$F_{t+1} = D_t$$

Наивния модел за прогнозиране приема, че времевите редове имат равномерно търсене. Ако тренда е налице във времевия ред, наивния модел за прогнозиране винаги изостава вследствие на тренда. Също така, ако сезонния компонент присъства във времевия ред, метод за прогнозиране със сезонни фактори би се проявил по-добре от наивния модел за прогнозиране.

Наивния модел за прогнозиране е добър метод за прогнозиране за някои икономически времеви редове, такива като дневните цени на акциите. Метода на случайния ход допуска че стойностите са създадени от

$$D_t = D_{t-1} + \varepsilon$$

където ε има неизвестно вероятностно разпределение. Ако ε има средна стойност 0, D_{t-1} е една безпристрастна прогноза за D_t.

7.2. Обикновена пълзяща средна.

Наивният модел за прогнозиране трябва да се използва като стандарт за сравняване на методите за прогнозиране за времеви редове с равномерно търсене. Варирането на наивния модел за прогнозиране е равно на варирането на времевия ред. За да се избегне варирането на наивния модел за прогнозиране, може да бъде изчислена аритметична средна на всички минали данни. Прогнозата за един период напред е обозначена F_{t+1}. За метода на прогнозиране с аритметична средна, ако търсенето от период 1 до период t е известно, прогнозата за период t+1 е

$$F_{t+1} = \frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t} Di$$

Понеже е допуснато равномерно търсене, прогнозата за търсенето във всеки бъдещ период е същата като прогнозата за следващия период. Като се приеме, че имаме търсенето в периоди от 1 до t, прогнозата за n периода в бъдещето е

$$F_{t+n} = \frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t} D_i, n = 1,2,...$$

В много ситуации прогнози за търсенето са необходими за стотици и хиляди продукти. Ако прогнозите са необходими за много продукти, важни съображения при избиране на модел за прогнозиране са изискванията на компютърното съхранение и лекотата на осъвременяване на прогнозите, когато новото търсене стане известно.

Пълзящата средна е прост и лесен за разбиране и използване метод за прогнозиране. Чрез този прост статистически метод обаче може да се изрази движението на определени данни много по-добре, отколкото със сложни математически функции. Поради тази причина това е един от най-често използваните количествени

методи за прогнозиране. Освен това този метод служи и като основа на някои други по сложни методи за прогнозиране, които ще бъдат разгледани по-нататък в тази дипломна работа.

Същността на прогнозирането с метода на пълзящата средна се състой усредняването на стойностите на изследвания показател от последните периоди на времевия ред, които имаме на разположение и използването на тази средна стойност като прогноза за следващия период. Броят на периодите, от които ще се изчисли пълзящата средна, прогноза за следващия период, се определя предварително в зависимост от особеностите на прогнозираните данни. Наименованието пълзяща средна произтича от факта, че когато се регистрират нови получени реални данни, пълзящата средна за следващия период се изчислява като се включват новите стойности и отпадат най-старите. Ако прогнозата се прави период за период, пълзящата средна включва получената нова стойност за настоящия период, а отпада най-отдалечената във времето стойност, по този начин средната "пълзи" по данните с течение на времето.

Прогнозирането на времеви редове с методите на плъзгащи си средни използва пресмятането на "средна" на наблюдаваните данни и след това използването на тази "средна" като прогнозна стойност за следващия период. Броят на наблюдаваните стойности включени в пресмятането на "средната" е определен в началото на процеса на прогнозиране. Използва се термина "пълзяща средна", защото колкото нови стойности станат възможни за наблюдение, нова "средна" се пресмята, като отпадат най-старите стойности и се включват новите. Когато се пресметне новата "средна" тя става новата прогнозна стойност. В заключение, всяка прогноза се занимава с един и същи брой наблюдавани стойности от наблюдаваните интервали и включва само най-новите от тях.

Методът на пълзяща средна изразен в алгебричен вид:

$$F_{t+1} = \frac{X_t + X_{t-1} + X_{t-2} + \ldots + X_{t-n+1}}{n} = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=t-n+1}^{t} X_i \right)$$

където:

n – интервал на осредняване

t – дискретно време

i – индекс на цикъла за осредняване

Y(i) – фактически стойности на динамичния ред, включени в осредняването

F(t+1) – прогнозна стойност за следващия период (момент)

където X_i и F_t са съответно реалните и прогнозните стойности. t отговаря на последната наблюдавана стойност, t+1 е за следващия период, а n е броя на наблюденията. Тази формула изисква наблюдателя да разполага с последните n стойности на наблюдавания времеви ред.

Като се прилага концепцията за добавяне на нови и отпадане на старите стойности, формулата приема вида:

$$F_{t+1} = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=t-n}^{t-1} X_i \right) + \frac{1}{n}\left(X_t - X_{t-n}\right) = F_t + \frac{X_t}{n} - \frac{X_{t-n}}{n}$$

Трябва да се отбележи, че формулата за “пълзяща средна” е просто изглаждане на прогнозата F_t от предния период. Очевидно, ако n нараства, изглаждащия ефект се увеличава, защото много по-малко изглаждане се прилага за всеки нов времеви период.

Метода на “пълзяща средна” е много привлекателна процедура за прогнозиране, ако изискванията към данните не са големи. Използва се повече отколкото средната аритметична на целия времеви ред. Той е по-гъвкав метод, тъй като n може да бъде

променен като стойност, за да отговори на наблюдаваните тенденции в данните.

Този метод изисква наблюдателя да разполага с последните *n* наблюдения (фактически стойности) на прогнозирания времеви ред. При поява на ново наблюдение се пресмята нова средна стойност, като при това от изчисленията отпада най-старото наблюдение (т. е. прозорецът на осредняване се измества с един такт напред във времето). Изчислената стойност става новата прогноза. Характерно за метода е, че всички наблюдения участват с еднакво тегло, независимо колко близки, или отдалечени са те във времето.

По същество методът работи като филтър, който “изглажда” динамичния ред. Очевидно, ако *n* нараства, изглаждащия ефект ще се увеличава, а прогнозните стойности ще са с по-големи лагове.

Ако е необходимо да се направи прогноза за няколко такта напред във времето (т. е. с по-голяма дълбочина на прогнозиране), се налага прогнозните стойности от предишните тактове да се използват като заместители на реалните наблюдения. Това води до бързо “израждане” на прогнозните стойности, които с увеличаване дълбочината на прогнозиране, клонят към една постоянна стойност.

Методът на пълзяща средна е удобен, когато изискванията за простота и нагледност преобладават над изисквнията за точност и дълбочина на прогнозиране. Пълзящи средни се използуват най-често тогава, когато изследвания процес е стационарен и не се забелязва ясно изразена тенденция или цикличност. Това е най-стария и най-простия метод за прогнозиране чрез екстраполация. Пълзящи средни се използват в борсовата практика вече няколко столетия и продължават да се използват и в момента.

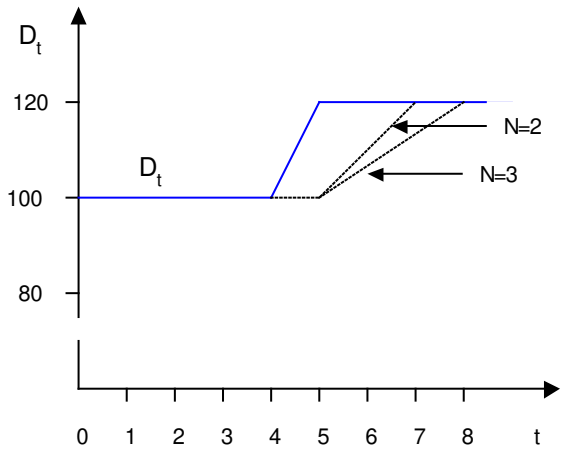
7.3. Претеглена пълзяща средна.

Ако бъдат взети под внимание изискванията за съхранение и леснотата на осъвременяване за метод за прогнозиране с N-периодна пълзяща средна, то данните за последните N периода и стойността на N трябва да бъдат съхранени. Ако всички данни до период t са били намерени, това са данни за периоди t, t-1, t-2, …, и t+1-N. когато наблюдението за период t+1 е намерено, най-старото наблюдение е изоставено и е изчислена новата средна за последните N периода. Общата сума на изискваните съхранения е N за наблюдения и 1 за стойността на N. За да се изчисли нова средна са необходими (N-1) събирания и 1 деление.

Едно съображение при избиране на N е леснотата на осъвременяване и обема на необходимите записи (съхранения). Когато се увеличи N осъвременяването изисква повече събирания и общата сума на необходимите съхранения се увеличава. Друго съображение е влиянието на избора на N върху качеството на прогнозите за един период напред. Трябва да се обърне внимание, че ако N=1, прогнозата за следващия период е равна на последното наблюдение. Така, че избирането на N=1 дава наивния модел за прогнозиране. Ако N е много голямо, N-периодната пълзяща средна започва да прилича повече на аритметичната средна. Ето защо, ако N е много малко, прекалено много тежест е дадена на последните търсения, а ако N е голямо, много малко тегло се дава на последните търсения и много на старите търсения. Най-добрата стойност на N зависи от процеса, който предизвиква явлението в миналото и от процеса, който създава бъдещите стойности на явлението.

Ако явлението е равномерно и базовото равнище не се променя в бъдеще, по-голямата стойност на N дава по-добри

прогнози. От друга страна, ако настъпи промяна в базовото равнище или се развие трендов компонент, по-малката стойност на N дава по-добри прогнози. Фиг. 2 показва разликата между 2-периона пълзяща средна и 3-периодна пълзяща средна, когато базовото равнище се променя от 100 на 120.



Фиг.2 Поведение на плъзгащата се средна при промяна в равнището

Един метод за определяне на N е да се създаде създаде процедура за изчисляване на пълзяща средна за различни стойности на N и да се направи избор сред резултатите, базирани на свойствата на грешките на прогнозата за един период напред.

N-периодна пълзяща средна задава тегла от 1/N на всяко от последните N търсения. Теглата са еднакви за всяко от наблюденията, включени във пълзящата средна. Една претеглена пълзяща средна дава най-голямо тегло на последното наблюдение, включено във пълзящата средна и най-малко тегло на най-старото наблюдение в пълзящата средна. Ако се направи това, претеглената пълзяща средна реагира по-бързо от пълзящата средна. Поради това, че претеглената пълзяща средна дава най-голями тегла на по-последните търсения, тя реагира по-бързо на промените във съществения процес, създаващ наблюдението – промени в базовото равнище или развитието на трендови компонент. Да кажем, че N=3 и търсенията са известни до период t

включително. Нека w_1 да бъде теглото на най-старото наблюдение, включено в претеглената пълзяща средна, w_3 да бъде теглото на най-скорошното наблюдение, и w_2 да бъде теглото на наблюдението за периода между първите два. Теглата трябва да дават сума равна на 1. Прогнозата за период t+1 е

Претеглената пълзяща средна, също като обикновената, се получава от реалните стойности за предишните n периода. Разликата между обикновената и претеглената пълзяща средна произтича от това, че обикновената пълзяща средна дава еднаква тежест на всяка компонента от реалните данни, докато при претеглената пълзяща средна на всеки период може да се даде различна тежест. Тя позволява всеки коефициент, даващ определена тежест, да бъде отнесен към всеки елемент от времевия ред. Условието е сумата от всички коефициенти да е единица.

Така например на по-старите действителни данни може да се придаде по-малко тегло, а последните, най-близки във времето данни да станат с най-голямо влияние върху прогнозата за следващия период.

Претеглената пълзяща средна е разновидност на моделите на пълзящите средни. Тя е хибрид между методите на пълзящите средни и изглаждащите методи, използващи изглаждащи константи.

Претеглената пълзяща средна, също като обикновенната, може да бъде изчислявана за различен брой периоди, т. е. тя се получава от реалните стойности за предишните n периода. Разликата между обикновенната и претеглената пълзяща средна произтича от това, че обикновенната пълзяща средна дава еднаква тежест на всяка компонента от реалните данни, докато при претеглената пълзяща средна на всеки период може да се даде

различна тежест. Тя позволява всеки коефициент, даващ определена тежест, да бъде отнесен към всеки елемент от времевия ред, при условие, разбира се, че сумата от всички коефициенти е единица. По този начин претеглената пълзяща средна има определено предимство пред простата пълзящата средна, тъй като претеглената средна може да промени ефекта, предизвикан от различно отдалечените назад във времето минали данни. Така на по-старите действителни данни може да се придаде по-малко тегло, а последните, най-близки във времето данни да станат с най-голямо влияние върху прогнозата за следващия период. Този вариант на избраните коефициенти с по-голямо тегло на последните данни е подходящ за времеви редове, при които се наблюдава изменение с бързи темпове на тенденцията независимо дали става въпрос за покачване или спад на стойностите. В този случай претеглената пълзяща средна ще даде по-добри резултати от простата пълзяща средна, тъй като по-голямата тежест на по-близките във времето данни ще резултира в по-бързо реагиране на измененията.

Да вземем например 3-периодната претеглена пълзяща средна. Формулата за нейното изчисление има следния вид:

$$F_t = \alpha X_{t-1} + \beta X_{t-2} + \gamma X_{t-3}$$

$$0 < \alpha, \beta, \gamma < 1$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

, където

F_t - е прогнозната стойност за период t

α, β, γ - са тегловните коефициенти

$X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-3}$ - са реалните стойности за период t-1, t-2 и t-3

По аналогичен начин се съставят формулите и за 4, 5, 6, 7 и т. н. периодните претеглени пълзящи средни като за всеки период се определя коефициент на тежест и общата сума от коефициентите трябва да е равна на единица.

За да се илюстрира същността на модела ще бъде изчислена 4-периодна претеглена пълзяща средна за данните използвани в примера за обикновената пълзяща средна. За стойности на тегловите коефициенти са избрани съответно 0. 1, 0. 2, 0. 3 и 0. 4 като съответно се дава по-голямо тегло на най-последните данни и най-малко тегло на най-старите данни. Взимат се стойностите за последните четири периода (от втори до пети) и умножавайки ги по съответните им теглови коефициенти се получава следният резултат:

$\mathbf{F_6 =}$ 0, 4. 36 + 0, 3. 33 + 0, 2. 38 + 0, 1. 29 = 34, 8

Това е съответно прогнозата за следващия шести период получена с помоща на претеглената пълзяща средна при зададените коефициенти.

Основата за доброто функциониране на модела на претеглената пълзяща средна е както избора на подходящия брой периоди участващи в нея, така и избора на подходящите тегла на коефициентите в зависимост от тенденцията на движение на реалните данни. И при този модел, принадлежащ към групата на пълзящите средни, поради спецификата му се прогнозира само един период напред във времето. Претеглената пълзяща средна, както и при обикновенната, не дава добри резултати при прилагането й за данни, при които има силно изразени сезонни колебания или цикличност. За това прилагането й в тези случай е неподходящо.

7.4. Претеглена пълзяща средна на Спенсър.

Това е разновидност на претеглената пълзяща средна разгледана по-горе. Тя е частен случай с фиксиран брой периоди и стойности на тегловите коефициенти. За изчислението на тази претеглена пълзяща средна, наречена на името на създателя си Спенсър, се използва 15-периодна база, т. е. необходими са реалните данни от поне петнадесет предишни периода. По-голямото количество периоди, които се използват за изчислението й, довежда до по-голямо изглаждане на данните. За сметка на това се губят голямо количество периоди, за които не може да бъде направена прогноза, и са необходими повече исторически данни за даденото явление за да се приложи този метод.

Специфичното при Спенсъровата претеглена пълзяща средна е, че стойностите на коефициентите, които дават теглата на отделните периоди, са фиксирани. Другата специфична особеност на този модел е, че за разлика от класическата претеглена пълзяща средна, където стойностите на коефициентите могат да приемат стойности между 0 и 1, при претеглената средна на Спенсър някои от коефициентите имат отрицателни стойности. Въпреки тези отрицателни стойности на част от коефициентите, е спазено изискването сумата от всичките теглови коефициенти да бъде равна на единица. Уравнението за изчислението на претеглената пълзяща средна на Спенсър има следния вид:

$$\mathbf{F_t = -\,0,009X_{t-1} - 0,019X_{t-2} - 0,016.\,X_{t-3} + 0,009X_{t-4} + 0,066X_{t-5} + 0,144X_{t-6} + 0,209X_{t-7} + 0,232X_{t-8} + 0,209X_{t-9} + 0,144X_{t-10} + 0,066X_{t-11} + 0,009X_{t-12} - 0,016X_{t-13} - 0,019X_{t-14} - 0,009X_{t-15}}$$

Както може да се забележи от уравнението стойностите на коефициентите са огледални, т. е. равно отдалечените от средния период коефициенти имат еднакви стойности. С помоща на

коефициентите с отрицателен знак се компенсира по-голямото тегло на тези с положителен знак и така се постига допълнителна корекция на прогнозата.

Методът на претеглената пълзяща средна на Спенсър не се използва много често като самостоятелен метод за прогнозиране. Най-честото му приложение е като част от сложните декомпозиционни модели, които ще бъдат разгледани по-долу. Функцията му в такиви случаи е да премахне случайните колебания от изследвания времеви ред.

7.5. Експоненциално изглаждане.

Съществуват много ограничения при използването на “пълзяща средна”.

1. За целите на пресмятане, последните n наблюдаване стойности трябва да бъдат достъпни.

2. Дават се еднакви тегла на всички наблюдавани стойности и същевременно за стойностите преди период t-n+1, не се определят такива. Последните стойности могат да съдържат повече информация отколкото старите данни за прогнозиране на бъдещите изменения. Следователно е необходимо да сложим повече тежест на последните данни при прогнозирането, отколкото на по-старите.

Методът, който опростява прогностичните пресмятания и има ниски изисквания към количеството данни, се нарича “експоненциално изглаждане”. Този метод изгражда само-коригиращи се прогнози с вградени изглаждания, които регулират прогнозните стойности, като ги променят в посока, обратна на тази на предишните грешки.

При експоненциалното изглаждане хипотезата за еднакво значение на всички наблюдения отпада (подобно на претеглената пълзяща средна). Приема се, че последните наблюдения от времевия ред съдържат повече информация за прогнозиране на бъдещите изменения отколкото по-старите. Това се постига чрез претегляне на наблюденията с относителни тегла, образуващи геометрична прогресия назад във времето. Множителят на тази геометрична прогресия се нарича коефициент на изглаждане. Ако той се означи с α, а началният й член се подбере да бъде $(1-\alpha)$. За развиване на метода първоначално се разглежда формулата:

$$F_{t+1} = \frac{X_t}{n} - \frac{F_t}{n} + F_t$$

като $F_t = X_{t-n}$. Па нататък това уравнение може да бъде написано като:

$$F_{t+1} = \frac{1}{n} X_t + \left(1 - \frac{1}{n}\right) F_t$$

Това уравнение е прогноза, която използва теглото на последното наблюдение на стойност 1/n и тегло на последната прогноза равно на 1-1/n. Тъй като номера на периодите е постоянен, отношението 1/n се изменя в отворен интервал от нула до единица. Ако заместим 1/n с α, основния модел се изписва така:

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha) F_t$$

където t е текущия времеви период, F_{t+1} и F_t са прогнозни стойности за следващия и настоящия период, а X_t е настоящата наблюдавана стойност. α се нарича “изглаждаща константа” и приема стойности от нула до единица. Тъй като горното уравнение съдържа само една константа, този модел се нарича “експоненциално изглаждане”.

Експоненциалното изглаждане с един параметър е много опростено, тъй като само една стойност- прогнозата за последния период, трябва да бъде запазена. Ако се изрази F_t от гледна точка на предходната стойност X_{t-1} и стойността на прогнозата F_{t-1}, уравнението за прогнозата за следващия период е следната:

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha)[\alpha X_{t-1} + (1 - \alpha) F_{t-1}]$$

което се опростява до:

$$F_{t+1} = \alpha X_t + \alpha(1 - \alpha) X_{t-1} + (1 - \alpha)^2 F_{t-1}$$

Това ново уравнение е модел за единично експоненциално изглаждане от втора степен. Това може да се направи за няколко по-ранни периода, което ще покаже че всички предходни стойности на X са отразени в текущата прогноза. Името на тази процедура произтича от последователните тегла $\alpha, \alpha(1-\alpha), \alpha(1-\alpha)^2, (1-\alpha)^3, \ldots,$ които намаляват експоненциално. Последните периоди от времевите интервали получават по-голямо тегло при изчисляване на прогнозите. Съответно по-малка важност за прогнозата притежават по-старите стойности на X. Всъщност най-старата наблюдавана стойност на X отпада. Процедурата по прогнозиране може да бъде модифицирана по всяко време чрез промяна на стойността на α. Голяма стойност на α води до малък изглаждащ ефект в прогнозата. Респективно малка стойност на този показател води до значително изглаждане.

Предходното уравнение може да се промени по следния начин:

$$F_{t+1} = F_t + \alpha\left(X_t - F_t\right)$$

следователно:

$$F_{t+1} = F_t + \alpha\varepsilon_t$$

където прогнозната грешка ε_t е фактическия минус на прогнозата. По този начин се вижда, че прогнозата осигурена от експоненциалното изглаждане е старата положителна корекция за грешките, които се появяват в последната прогноза.

Общият вид на прогнозиращата функция е следният:

$$F(t+1) = (1-\alpha).Y(t) + (1-\alpha).\alpha.Y(t-1) + \ldots + (1-\alpha).\alpha^{n-1}.Y(t-n+1)$$

За да се осигури намаляващият характер на относителните тегла, коефициента на изглаждане α трябва е строго между 0 и 1.

Методът по същество представлява изглаждащ филтър с два избираеми параметъра: интервал на осредняване *n* и коефициент на изглаждане α. В зависимост от избраните им стойности ще се постига различен изглаждащ ефект и различна степен на влияние на миналото върху прогнозните стойности. Използването на ограничен брой наблюдения в интервала за осредняване въвежда систематична грешка, тъй като условието, сумата на всички тегловни коефициенти да е равна на 1, е изпълнено само при $n=\infty$.

Процедурата за избор на стойността на α е да се направи прогноза за множество стойности на α. Ако една от стойностите на w дава прогноза с по-малко отклонение и вариация от останалите, тогава тя е за предпочитане. Ако няма признаци за ясен избор, тогава трябва да се направи компромис между отклонението и вариацията.

Когато α е близо до единица, новата прогноза включва съществена корекция на грешките в предишната прогноза. Ако α е близо до нула, новата прогноза ще включва само незначителна корекция на грешките. По този начин ефекта от големината на α е подобен на ефекта от различните стойности на наблюдаваните данни когато се изчислява “пълзяща средна”. В крайна сметка, единичното експоненциално изглаждане дава прогнози, които проследяват тенденцията в използваните данни. Това се получава, защото процедурата само коригира следващата прогноза с определен процент от последната прогнозна грешка и не може да предвиди промените в посоката на наблюдаваните данни.

Както и при метода на пълзящите средни, ако е необходимо да се направи прогноза за няколко такта напред във времето, се налага прогнозните стойности от предишните тактове да се използват като заместители на реалните наблюдения. Това води до

бързо “израждане” на прогнозните стойности с увеличаване дълбочината на прогнозиране.

Методите, базирани на експоненциални средни могат да се разглеждат като развитие на метода на пълзящите средни. И тук прогнозните стойности се определят само на базата на минали стойности от динамичния ред, включени в прозореца на осредняване. Експоненциалното изглаждане се използва в случаите, когато има основание да се мисли, че влиянието на миналите наблюдения върху прогнозните стойности намалява постепенно.

Простото експоненциално изглаждане, също като пълзящите средни използва минали стойности на времевите редове за прогнозирането на бъдещи стойности на същите времеви редове и най-често се използва, когато няма ясно изразен тренд, цикличност или сезонност на прогнозираните данни. С експоненциалното изглаждане, прогнозната стойност за всеки период е претеглена средна на стойностите от всички предишни периоди, като теглата намаляват геометрично с връщане назад във времето.

Експоненциалното изглаждане не може да бъде използвано винаги в практиката, защото то не отчита влиянието на тренда и сезонната компонента на данните. При наличието на такива влияния трябва да се използват експоненциалното изглаждане от втори ред, от трети ред или изглаждането с отчитане на тренда и сезонното изглаждане.

Този метод опростява прогностичните пресмятания и има ниски изисквания към количеството данни, за разлика от пълзящите средни, които изискват данни за последните n периода и съответно за тези периоди не определят прогнози. Простото експоненциално изглаждане изгражда самокоригиращи се прогнози с вградени

изглаждания, които регулират прогнозните стойности, като ги променят в посока, обратна на тази на предишните грешки. Този метод се използва за прогнозиране в много области, но той работи най-добре при следните условия:

- при сравнително кратък времеви хоризонт;
- при наличие на незначителна външна информация за взаимодействието между прогнозираните данни и независимите фактори, които им влияят;
- когато са необходими минимални усилия за извършването на прогнозата;

При простото експоненциално изглаждане средното тегло на стойностите от предишните периоди намалява експоненциално с остаряването на данните. Това се дължи на факта, че обикновнно последните стойности съдържат повече информация отколкото старите данни за прогнозиране на бъдещите изменения. Поради тази причина в този модел най-новите данни за наблюдаваното явление получават най-високо тегло в сравнение със старите, които получават по-малка тежест.

7.6. Единично експоненциално изглаждане с адаптирано-отговарящи стойности (ARRES).

Друг вариант на простото експоненциално изглаждане е така нареченото единично експоненциално изглаждане с адаптивно променяща се константа adaptive-response-rate single exponential smoothing (ARRES). Предимството на този метод пред простото изглаждане е в начина, по който се избира изглаждащата константа. При този метод дефакто няма изискване за избиране на точно определена стойност на изглаждащата константа α. При него не се използва постоянна стойност на изглаждащата константа, както при простото експоненциално изглаждане. Думата “адаптивно” в името на метода дава ключа към отговора на това как модела работи. Стойността на изглаждащата константа в модела не е просто едно постоянно число, а всъщност е динамична величина, която се изменя с изменението на данните на прогнозираното явление. Когато има промяна в основната схема на движение на данните, стойността на константата се адаптира към това изменение.

Например ако предположим, че данните за които ще се прави прогноза обикновено се движат около една средна стойност **p**. Най-добрата оценка за това как ще се променят данните през следващия период ще се движи около тази средна стойност **p**. Но ако предположим, че след определен период от време под влиянието на някакви външни фактори значенията на изследвания процес или явление се променят и средната стойност **p**, около която те се движат се променя, то стойностите започват да се движат около някаква нова средна стойност например **p’**. В такъв случай изглаждащата константа трябва да се адаптира към новото средно значение **p’,** около което се движат стойностите, за да може да се използва тази константа за адекватни прогнози в бъдеще. Всъщност

прогнозиращия би искал да адаптира модела на прогнозиране всеки път, когато средното значение на данните се измени. Понякога ще се налага да се адаптира модела доста често, ако средното значение се мени постоянно, в други случаи модела ще се адаптира по-рядко, ако и данните се менят по-рядко.

Заради простотата на метода и способността му да се адаптира към променящите се обстоятелства той е често използван в практиката. Трябва да се отчете обаче, че това е вариация на модела на простото експоненциално изглаждане и за да се постигнат добри резултати необходимо условие е в движението на данните да няма ясно изразен тренд или сезонни колебания.

Тъй като определянето на изглаждащата константа е проблем свързан с експоненциалното изглаждане, метод който не изисква определянето на α, има значителни предимство. ARRSES е сполучлив когато много единици трябва да бъдат прогнозирани. Терминът адаптивни означава, че този метод може да промени стойността на α на новите данни. ARRES променя стойността на α, когато е налице промяна в основната тенденция изискваща различна изглаждаща константа. Формулата за прогнозиране с ARRES е:

$$F_{t+1} = \alpha_t X_t + (1 - \alpha_1) F_t$$

където $\alpha = \left[\frac{E_t}{M_t} \right]$ и

$$E_t = \beta \varepsilon_t + (1 - \beta) E_{t-1}$$

е изгладена грешка,

$$M_t = \beta |\varepsilon_t| + (1 - \beta) M_{t-1}$$

абсолютна изгладена грешка,

$$\varepsilon_t = X_t - F_t$$

е грешка, а β= константа.

Първото уравнение показва, че прогнозата F_{t+1} е линейна комбинация от наблюдаваните стойност и прогноза от предишния период. Изглаждащата константа е абсолютна стойност на E_t, определена от M_t. E_t е линейна комбинация от прогнозната грешка ε_{t-1}от предния период. M_t е изгладена грешка и е линейно комбинация от прогностична грешка и е абсолютна изгладена грешка в предния период. Нека β приема стойност 0. 2, показваща, че в уравнения 2. 10 и 2. 11 на първото условие (βe_t и $\beta|e_t|$) е дадено по-малко тегло отколкото второто: $(1-\beta)E_{t-1}$ и $(1-\beta)M_{t-1}$. Със стойност на β=0. 2 второто условие е с четири пъти по-голяма тежест. Обикновено β приема стойност 0. 1 или 0. 2, като тези стойности намаляват ефекта на предната грешка ε и позволява отговора да се появява постепенно. По принцип може да се определи стойност на β различна от 0. 1 и 0. 2 и да избере стойност минимизираща MSE. Това е подобна процедура за избиране на константа; α за период t+1 вместо за период t, за да позволи на системата да се “приспособи “, като едновременно с това не бъде прекалено чувствителна на промените във времевия интервал. Стойността на α трябва да бъде в интервала (0, 1). По принцип, ако модела е добър, стойността на E_t е близо до нула, следователно като цяло отношението α ще бъде ниска. В случай, че модела не е добър стойността на E_t ще се приближава до M_t.

7.7. Метод на Чоу за адаптивен контрол.

Методът на Чоу за адаптивен контрол до голяма степен се приближава по своята философия до метода на адаптивно изменящата се константа. Отличителна черта на този метод е, че той може да бъде използван и за нестационарни данни. Начинът, по който се коригира изглаждащата константа α при този метод съществено се различава от този при ARRES метода. При метода на Чоу за адаптивен контрол, стойността на α всъщност остава постоянна, а нейното адаптиране се извършва с помоща на друга изглаждаща константа b. Това може да се види от уравненията, които се използват за прилагането на метода:

Ft = α***t. Xt + (1 –*** α ***t). Ft-1***

bt = α ***t. (Ft – Ft-1)+ (1 –*** α ***t). bt-1***

Ct+1 = Ft + (1 – α ***t)/*** α ***t. bt,*** където

Ft е изгладената стойност за период ***t***

α е изглаждащата константа за данните *(0<* α *<1)*

bt е адаптиращата константа

Ct+1 е прогнозата за период ***t+1*** [4];

Всъщност при метода на адаптивен контрол, α се адаптира, умножавайки я по b, посредством малки прирасти (обикновенно около 0, 05) с цел да се минимизира средното квадратично отклонение.

Метод на Чоу за адаптивен контрол, близък по замисъл до метода ARRES, но изглаждащата константа α не променя своята стойност, а се адаптира независимо с помощта на допълнителна изглаждаща константа ***b***:

7.8. Метод на Браун за линейно експоненциално изглаждане.

Когато последователна тенденция е очевидна във времевия ред, единичното експоненциално изглаждане, например единичната средна пълзяща е по-малко полезна[2]. Прогнозите могат да се правят чрез други методи за изглаждане и прогнозиране на времеви редове. Един от тези методи е да се разшири техниката на единичното експоненциално изглаждане към двойно експоненциално изглаждане. Тази техника е просто експоненциалното изглаждане на единичните експоненциални стойности.

Единичните експоненциални интервали се показват чрез формулата:

$$S_{t+1} = \alpha X_{t+1} + (1-\alpha)S_t$$

което е преработка на формулата за единично експоненциално изглаждане.

Уравнението за двойно експоненциално изглаждане е:

$$S'_{t+1} = \alpha S_{t+1} + (1-\alpha)S'_t$$

Приложението на двойното експоненциално изглаждане води до резултати, които по принцип изостават от движението на наблюдаваните стойности във времевите интервали.

Методът на Браун за линейно експоненциално изглаждане позволява допълнителна корекция, подобно на двойно средно пълзящата. При този метод, разликата между единичните и двойните изгладени стойности е добавена към единичната

[2] Алтернатива за експоненциално изглаждане е да се използват математически трансформация на оригиналната серия, за да се нагласи тренда, като например първа разлика или логаритмуване на серията.

изгладена стойност и приспособена към тенденцията в данните. Уравненията за тези приспособявания са:

$$a_t = S_t + (S_t - S_t') = 2S_t - S_t'$$

$$b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t - S_t')$$

$$F_{t+m} = a_t + b_t m$$

където m е номера на периодите, които ще бъдат прогнозирани. По принцип, резултатите от единично и двойно експоненциално изглаждане са по-малки, отколкото реалните стойности, когато тренда нараства. Ако тренда намалява, експоненциалните стойности ще бъдат по-големи от реалните стойности. Степента на различие между реалните и единичните експоненциални стойности е същата като степента на различие между единичните и двойните експоненциални стойности. Ето защо, ако се добави разликата между единичните и двойните експоненциални стойности, ще получим стойността на "*a"*. За да се изчисти още повече прогнозата, се изчислява "*b*" чрез уравнението за него и се прибавя към стойността на "*a*" при прогноза за един период напред. Ако е необходимо да се прогнозира за повече от един период, трябва да се замести с подходящия брой периоди, за които да се прогнозира в стойността на уравнението. При прогнозиране за по-дълъг период, резултатите са свързани с по-голяма неточност. Степента на точност при прогнозирането зависи от съответната стойност на изглаждащата константа α, използвана при изчисляването на единичните и двойни експоненциални изглаждащи стойности. Необходимостта от данни при този метод не е по-голяма от тази при единичното експоненциално изглаждане и значително по-малка от необходимостта от данни при втората пълзяща средна.

В заключения трябва да се отбележи, че този метод може да моделира тренд и като цяло е по-добър от единичното експоненциално изглаждане и двойната пълзяща средна. Недостатъците на експоненциалното изглаждане на Браун се състоят в това, че при оптимизиране на параметрите се губи известна гъвкавост, тъй-като най-добрите изглаждащи константи могат да нямат еднаква стойност. Друг основен недостатък е невъзможността да моделира сезонност.

7.9. изглаждане на Холт. Двойно параметрично линейно експоненциално

Този разширен модел на експоненциалното изглаждане, наречен на своя създател, може да се използва с цел прогнозните данни да се доближат още повече до наблюдаваните действителни. На практика този метод и метода на Уинтърс (разгледан в следващата точка) са най-често използваните техники, тъй като реалните данни често не проявяват толкова прости и елементарни тенденции, така че простото експоненциално изглаждане да дава прецизни прогнози.

Методът на Холт за експоненциално изглаждане съдържа два параметъра и е разширение на простото експоненциално изглаждане като при него се добавя фактор на растежа (или тренд фактор) към изглаждащото уравнение с цел нагаждане на прогнозата към тренда. Този разширен вариант на простото експоненциално изглаждане има за цел да нагоди изглаждащия модел към какъвто и да е тренд на реалните данни, тъй като при наличие на ясно изразен тренд простото експоненциално изглаждане ще регистрира големи грешки, които се наблюдават както в положителна така и в отрицателна посока. В някои случаи данните, които се разглеждат, изглежда, че нямат ясно изразен тренд, въпреки това с течение на времето почти винаги се появява постепенен лек тренд нагоре или надолу. Прогнозата в такъв случай може да бъде подобрена с коригирането ѝ според този тренд, използвайки метода на Холт.

Двойното параметрично линейно експоненциално изглаждане на Холт е развитие на метода на Браун, като се прибави растящ фактор към изглаждащото уравнение. Метода изглажда директно

трендовите стойности. В тази техника се включват три уравнения и две изглаждащи константи:

Уравнение $S_t = \alpha X_t + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$, където b е растящия фактор, приспособява S_t директно към нарастването на b_{t-1} от предишния период, чрез прибавянето му към изгладената стойност на S_{t-1} за предишния период. Ето защо предишната изгладена стойност е изгладена с линията на тренда и елиминира изоставянето в изглаждането. Трендът се проверява чрез уравнение $b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}$, където γ е новата изглаждаща константа за тренда, и се изразява като разлика на двете последни изгладени стойности. Когато съществува нарастване в наблюдаваните стойности във времевите интервали, новото наблюдение ще бъде по-голямо от предишното. Още повече, че там все още има елемент на случайност, който може да бъде изключен чрез изглаждане на растежа (S_t - S_{t-1}) в последния период чрез γ и прибавянето му към предишното изчисляване на растежа b_{t-1} умножено по (1-γ). Ето защо то се нарича изглаждащо уравнение за осъвременяване на тренд. Последното уравнение $F_{t+m} = S_t + b_t m$ се използва за прогнозиране на m периоди чрез прибавянето към базовата стойност S_t на растящия фактор b_t m пъти.

Както при всички експоненциални изглаждащи техники, точността на прогнозирането зависи от съответната на използваните изглаждащи константи. При този модел има изглаждащи параметри и следователно два източника на вариация. В сравнение с единичното експоненциално изглаждане метода на Холт и по-добър когато значенията на прогнозната грешка са по-малки. В границата на всички стандарти метода на Холт се предпочита пред единичното експоненциално изглаждане. Както при

досега разгледаните методи недостатъците на метода се състоят в това, че не може да моделира сезонност.

С помоща на този метод прецизно се отчита всеки линеен тренд в движението на стойностите на прогнозирания показател. Имайки в предвид това, за метода на Холт може да се използва описателното име линейно трендово изглаждане. При метода на Холт за експоненциално изглаждане могат да бъдат направени прогнози за повече от един период напред във времето, за разлика от досега разгледаните методи. Въпреки това не е подходящо правенето на дългосрочни прогнози по този начин, тъй като темпа и посоката на движение на тренда остават постоянни и по този начин стойностите на данните постоянно само нарастват или само намаляват. Дори и при по-краткосрочни прогнози е добре с постъпването на новите, реално получени данни, да се преизчислява модела поради опасността от резки промени и промяна на посоката на тренда.

При започване на изчисленията за прилагане на метода са необходими две начални стойности: една за първата изгладена стойност и друга за първата стойност на тренда. За начална изгладена стойност най-често, както и при единичното изглаждане, се взима първата реална стойност, която съществува, а за първоначална стойност на тренда най-често се определя 0, 00, ако няма предишни данни. За втората константа β, използвана при метода на Холт, се избира, аналогично на α, съответна стойност между 0 и 1, в зависимост от търсения ефект. На практика някои програмни продукти позволяват на прогнозиращия да минимизира стойноста на грешката чрез автоматично коригиране на изглаждащите константи и избор на първоначални стойности, което

естествено е за предпочитане пред правенето на множество корекции на ръка.

Допълнението, което прави метода на Холт към простото експоненциално изглаждане, за коригирането на прогнозите според тренда довежда до подобрение на точността на прогнозите при наличието на ясно изразен тренд на данните. Методът на Холт улавя тенденцията на движение на данните, но все пак не може да улови движения, които не са резултат от тренда, а са в резултат на сезонни колебания. За това метода на Холт е най-целесъобразно да се използва, когато данните проявяват линеен тренд, но имат много малки или никакви сезонни колебания.

7.10. Квадратично експоненциално изглаждане

По-висока степен на експоненциално изглаждане е наложителна, когато основната тенденция на наблюдаваните времеви редове е квадратна, кубична или от-голяма степен. За да се изгради квадратното условие в прогнозиращото уравнение, трябва да се въведе трето ниво на изглаждане (тройно изглаждане) в изчислителния процес. Третото ниво на изглаждане позволява изчисляването на квадратното условие в прогнозното уравнение. Уравнението за квадратното експоненциално изглаждане е следното:

$$S_t = \alpha X_t + (1-\alpha)S_{t-1}$$

$$S'_t = \alpha S_t + (1-\alpha)S'_{t-1}$$

$$S''_t = \alpha S'_t + (1-\alpha)S''_{t-1}$$

$$a_t = 3S_t - 3S'_t + S''_t$$

$$b_t = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2}\left[(6-5\alpha)S_t - (10-8\alpha)S'_t + (4-3\alpha)S''_t\right]$$

$$c_t = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2}\left(S_t - 2S'_t + S''_t\right)$$

$$F_{t+m} = a_t + b_t m + 0.5c_t m^2$$

Тези уравнения са значително по-сложни от уравненията, използвани при единичното и двойното експоненциално изглаждане. С изключение на тези изчислителни проблеми, подходът е идентичен с процедурите представени в по-опростените методи. Както при всички експоненциални изглаждащи техники, точността на прогнозирането зависи от избраните изглаждащи константи.

Когато тенденцията на данните е квадратична, квадратичното експоненциално изглаждане е най-полезно. Ако тенденцията във времевите интервали не е квадратна, прогнозната грешка ще бъде

голяма и използването на квадратния модел ще бъде незадоволително. В сравнение с метода на Холт, квадратния модел предлага по-добри нагласени[3] и прогнозни стойности, които по-точно се доближават до наблюдаваните стойности. Квадратичния модел няма да бъде подходящ при времеви редове с последователна линейна тенденция. В тези случаи метода на Холт се предпочита пред квадратния модел.

[3] Под нагласени стойности се има в предвид, стойностите получени в процеса на изграждане на модела.

7.11. Метод на Уинтърс за експоненциалното изглаждане при сезонни данни.

Икономическите статистици са стигнали до заключението, че данните от времевите интервали показват често повтарящи се тенденции през календарната година. Тези сезонни тенденции се изявяват все по-последователно от година на година. Уинтърс разработва модел за приспособяване на сезонните или периодични движения в структурата на линейното експоненциално изглаждане. Следователно процедурата може да бъде използвана за прогнозиране на времеви редове, показващи както тренда, така и сезонните тенденции.

Модела на Уинтър, който е три параметрично линеен и сезонен експоненциален изглаждащ модел, е разширение на дву-параметричния експоненциален изглаждащ модел на Холт. Разширението се състои в прибавянето на уравнение за изчисляването на сезонния компонент във времевите интервали. Тук са необходими четири уравнения за прогнозиране:

1. Осъвременяване на експоненциалните изгладени интервали:

$$S_t = \alpha \frac{X_t}{I_{t-L}} + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

където L е продължителността на сезонността, тоест броят на тримесечията или месеците в годината.

2. Осъвременяване на сезонната оценка:

$$I_t = \beta \frac{X_t}{S_t} + (1-\beta) I_{t-L}$$

където I е сезонния приспособяващ фактор.

3. Осъвременяване на трендовата оценка:

$$b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}$$

4. Прогнозиране за m периоди в бъдещето:

$$F_{t+m} = (S_t + b_t m) I_{t-L+m} \quad (2.\ 34)$$

Уравнение за експоненциалните интервали осъвременява изгладените интервали. То е вид вариация на уравнение $S_t = \alpha X_t + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$, което е от двойно параметричния модел на Холт. Уравнение на сезонната оценка изчислява сезонния компонент X_t/S_t, умножен по константата β, плюс старата сезонна оценка I_{t-L}, умножена по $(1-\beta)$. По този начин осъвременяването на сезонните оценки само по себе си е процес на експоненциално изглаждане. Още повече, че X_t е разделено на S_t, за да изрази стойността като индекс, а не като абсолютни условия. Това позволява осредняването на новата сезонна оценка със сезонния индекс за предишния период.

Същото уравнение е осъвременяването на трендовия компонент, което се постига чрез обикновеното експоненциално изглаждане. Уравнението е същото както при модела на Холт.

Окончанелно, след уравнението за експоненциалните интервали, уравнение за сезонната оценка се изчислява за m периоди в бъдещето посредством уравнение за бъдещи стойности. То е подобно на уравнението $F_{t+m} = S_t + b_t m$ на Холт. Разликата се състои в това, че оценката на бъдещия период t+m е умножена по I_{t-L+m}. Това е крайния сезонен индекс и представлява прогнозното приспособяване на сезонността.

Сезонното експоненциално изглаждане на Уинтърс е най-подходящо във времеви редове, които имат както сезонен, така и трендов компонент.

Статистическото сравнение между прогнозните грешки при модела на Уинтърс и този на Холт показват значително по-малък размер на грешката при модела на Уинтърс. Разликата в точността се дължи на това, че при модела на Уинтър се прави приспособяване към сезонната тенденция в данните, докато при Холт липсва такова приспособяване. При графично представяне се вижда, че модела на Уинтърс много точно следва движението на данните в графиката, докато модела на Холт едва следва основната насочена нагоре тенденция в данните и не се променя при смяната на годишните сезони.

Съществуват две принципни ограничения, отнасящи се за три параметричното експоненциално изглаждане. Първото, както при всички експоненциални изглаждащи процеси, подбора на изглаждащите константи (α, β и γ) се прави чрез намирането на най-малката грешка MSE. В следствие на това, че съществуват три параметъра, този процес може да бъде изключително труден. На второ място съществува цикличен компонент в множество наблюдавани времеви редове. Изключително трудно е да бъде построен цикличен фактор в модела на Уинтърс. Проблем се получава и при използването на модела при времеви редове без изявена сезонност или тренд.

8. МЕТОДИ ЗА ПРОГНОЗИРАНЕ ЧРЕЗ АВТОРЕГРЕСИОННИ ФУНКЦИИ.

8.1. Обща характеристика.

До някъде представляват развитие на идеята за пълзящите средни. И тези методи, както пълзящите средни, използват идеята, че в предисторията на самия процес и само на него се съдържа достатъчно информация за неговото прогнозиране. Отново се разчита на своството ‘инертност’, присъщо на всички реални системи. Икономическа инертност, психологическа, механична, електро-магнитне и пр.

Различават се от пълзящите по това, че не се налага някакво предварително правило върху относителното тегло в прогнозата на различните лагови стойности на променливата.

Това са методи, които използват някои от принципите на регресионните методи. Ако се вземе формулата дефинираща същността на метода на множествената регресия:

$$Y = b0 + b1X1 + b2X2 + \ldots . + bkXk + e$$

Където факторите „X” може да бъдат БВП, рекламни разходи, цени, парични приходи и др. Ако обаче тези променливи се дефинират по друг начин, а именно:

$$X1 = Yt-1;$$

$$X2 = Yt-2;$$

$$Xk = Yt-k$$

То тогава уравнението (24) би изглеждало по следния начин:

$$Yt = a + b1Yt-1 + b2Yt-2 + \ldots . + bkYt-k + et$$

Последнот уравнение все още е регресионно уравнение, но се различава от предходното уравнение по това, че от дясно има

предишни стойности на зависимата променлива Yt, вместо независими променливи. Това са просто отминали във времето стойности на зависимата променлива и затова този тип анализ се нарича авторегресия.

Авторегресията се отличава от регресионните методи по следните характеристики:

- При авторегресията основното допускане за регресионните методи на независимост на грешката е нарушено, тъй като независимите от дясната страна на уравнението имат зададена зависимост:

  - $b1Yt-1 = a + b1Yt-1 + et$
  - $Yt+1 = a + bYt + et+1$

$= a + b(a + b1Yt-1 + et) + et+1$

$= (a + ab) + b^2Yt-1 + (bet + et+1)$

Което ясно показва че грешката за период t + 1, която е (bet + et+1) е функция на et, и оттам е зависима от et

- Определянето на броя на миналите стойности Yt, които да бъдат включени в уравнението, не винаги е недвусмислено

Авторегресионните методи могат успешно да бъдат комбинирани с методите на пълзящите средни и така да формират една нова група методи наречени Авторегресионни Методи на Пълзящите Средни (АМПС).

8.2. Интегрирана авторегресионна пълзяща средна (ARIMA).

Моделът ARIMA (autoregressive – integrated – moving average) или моделът на авторегресионната интегрирана пълзяща средна е най-често свързван с имената на George Box и Gwilym Jenkins, които изучават и доразработват модела значително през 1976г. [1] Много често за име на модела като синоним на ARIMA се използва "методът на Бокс-Дженкинс".

За използването на този метод на прогнозиране са необходими голямо количество минали данни на времевия ред. Той може да бъде използван ефективно, както за прогнозиране в краткосрочен период, така и за дългосрочни прогнози. Поради сложността на съставянето на модела, подготовката на прогнозите изисква доста време. В следващите подточки ще разгледам по-подробно същноста на този сложен модел за прогнозиране, както и методите и процедурите за неговото прилагане.

Моделът ARIMA се различава от някои други модели на прогнозиране по специфичния начин, по който се разглеждат времевите редове. При другите модели, например при стандартния регресионен анализ, се търсят променливите, които обясняват получаването на изследваният времеви ред, като се приема за дадено начинът, по който те се преобразуват. Докато при метода на авторегресионната интегрирана пълзяща средна философията за това, как се получава разглеждания времеви ред съществено се различава. При него се приема, че полученият времеви ред произтича от следния процес:

Целта на ARIMA анализа е да намери точен модел, който да представи тенденцията във времеви ред:

[1] "[3]Forecasting: methods and applications" S. Wheelwright, V. McGee, S. Makridakis, стр. 413

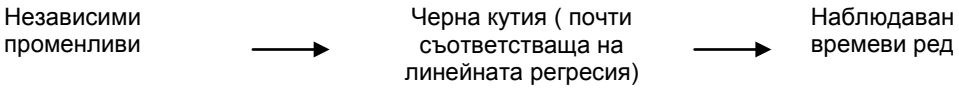
$$Y_t = Тенденция + e_t$$

където тенденцията може да бъде случайна, тренд или цикличност. Методологията на ARIMA[4] включва четири стъпки:

Да си представим за момент, че определен времеви ред е генериран от “черна кутия”.

Черна кутия → наблюдаван времеви ред

При стандартния регресионнен анализ ние се опитваме да намерим факторните променливи, които обясняват наблюдавания времеви ред; това, което приемаме за дадено е, че процесът в черната кутия всъщност почти съответства на техниката на линейната регресия:



В методологията на Box-Jenkins, от друга страна, ние не започваме с независимите променливи, а по-скоро с наблюдавания времеви ред; това което се опитваме да различим е точната черна кутия, която би могла да получи такъв ред от данни от “бял шум”:

Бял шум → Черна кутия → наблюдаван времеви ред

Термина “бял шум” заслужава малко обяснение. Тъй като ние не използваме независими променливи в подхода на Box-Jenkins, вместо това ние приемаме, че редовете, които наблюдаваме са

[4] Разгледаните четири стъпки на ARIMA са разработени от (Box, Jenkins and Reinsel, 1994).

започнали като бял шум и са били преобразувани от процеса в черната кутия в редовете, които се опитваме да прогнозираме.

По същество белият шум е чисто случайна серия от цифри. Той има две характеристики:

1. няма никаква връзка между последователно наблюдаваните стойности;

2. миналата стойност не помага при предсказването на бъдещата стойност.

Белият шум е важен при обясняването на разликата между стандартния регресионен подход и методологията на Box-Jenkins. Стъпките, които са необходими за всеки метод са показани в таблица 4. В стандартния регресионен анализ ние се придвижваме от независимите променливи(които избираме в резултат на знанията ни за реалния свят) към използване на техниката на линейната регресия за да оценим константата и коефициентите на наклона на модела. Тогава използваме регресионното уравнение за да направим прогноза за бъдещите стойности на времевия ред. Ако моделът няма добри резултати може да се променят някои или всичките независими променливи и да се опита отново докато не се получат задоволителни резултати.

В методологията на Box-Jenkins, обаче, се започва с изследвания времеви ред и изследване на неговите характеристики за да се получи някаква представа за това каква черна кутия може да се използва за да се преобразува реда в бял шум. Започва се с опитване на най-вероятните от много черни кутии, и ако се получи бял шум, се приема, че това е точният модел за генериране на прогнози на реда. Ако опитаме черна кутия и не завършим с бял шум, се опитват други възможни черни кутии, докато накрая не получим бял шум.

“Белият шум” (white noise) е термин, който по същество означава просто ред от случайни числа, които нямат тенденция и средната им величина има стойности около нулата. С други думи приема се, че времевите редове в началото са били бял шум, който след това е преобразуван от определена черна кутия и така се е получил времевият ред, който се опитваме да прогнозираме.

При методологията на Бокс-Дженкинс се тръгва по обратния път, като се започва с наблюдение на изследвания времеви ред. Оценяват се неговите характеристики с цел да се опитаме да определим каква точно черна кутия е съставила този времеви ред. Черната кутия всъщност представлява някаква математическа функция, от която се получава дадения времеви ред. Идеята на модела се състой в откриването на правилната черна кутия, която трансформира изследвания ред в бял шум. Изпробват се различни черни кутии, докато някоя от тях преобразува данните в бял шум, а това означава, че тя е правилния модел с помоща, на който могат да се съставят прогнози за бъдещите стойности на времевия ред.

За стандартния регресионен анализ:

1. Уточняване на казуалните променливи.
2. Изпозване на линеен (или друг) регресионен модел.
3. Оценка на константите и коефициентите на наклона.
4. Изследване на получените резултати и опитване на други характеристики на модела.
5. Избиране на най-желаните характеристики на модела.

Подходът тук е:



За методологията на Box-Jenkins:

1. Започва се с наблюдавания времеви ред.

2. Наблюдаваният времеви ред преминава през черната кутия.

3. Изследване на времевият ред, който е резултат от преминаването през черната кутия.

4. Ако черната кутия е точно определена трябва да остане само бял шум.

5. Ако получените редове не са бял шум трябва да се опита друга черна кутия.

Подходът тук е:



Когато се избира точната черна кутия, има само три базови вида модели, които се изследват; има, обаче, много други вариации вътре във всеки от тези три вида. Трите вида модели са: (1) модели на пълзяща средна, (2) авторегресионни модели, и (3) смесени авторегресионни с плъзгащи се средни модели (наречени ARMA).

8.3. Съставни елементи на ARIMA.

ARIMA предполага, че времевата серия е линейна функция на минали стойности на реда и случайни грешки:

$$Y_t = f[Y_{t-k}, e_t] + e_t$$

където k>0. В случая, целта на изследователя е да "премахне" всякаква тенденция на времевия интервал, за да може грешката[5] да е "бял шум". По определение "бял шум" е нормално разпределение, без тенденция, средна величина равна на нула и вариация равна на нула или по малка от тази на зависимата променлива Y_t.

Методът ARIMA е съставен от три отделни компонента, съответстващи на трите типа процеси, които се моделират – авторегресионен компонент (AR), интегриращ компонент (I) и компонент на пълзяща средна (MA). За улеснение са приети следните обозначения:

(AR I MA)
↓ ↓ ↓
(p d q)

където:

p= степен на авторегресия

d=степен на интегриране (диференсиране)

q=степен на пълзяща средна

Авторегресионни процеси. Уравнението на един авторегресионен модел е подобно на модела на пълзящата средна, с изключение на това, че зависимата променлива Y_t зависи по-скоро от свойте собствени предишни стойности, отколкото от реда с белия

[5] "white noise"

шум или остатъците. Авторегресионният модел се получава от реда с бял шум, чрез използване на следното уравнение:

$Y_t = a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + \ldots + a_p Y_{t-p} + e_t$

където:

Y_t = генерирания времеви ред с пълзяща средна;

$a_1, a_2, \ldots, a_p$ = коефициенти;

$Y_{t-1}, Y_{t-2}, \ldots, Y_{t-p}$ = стойности от предходните периоди на времевия ред (оттук и името *авто*);

e_t = серията с бял шум.

Ако моделът има само един Y_{t-1} член от дясната си страна, той се отнася към AR(1) моделите; ако има Y_{t-1} и Y_{t-2} членове, той се отнася към AR(2) моделите и така нататък.

Авторегресията е вид единична линейна регресия. Отговаря на процес на ARIMA(1, 0, 0), наричан още AR(1) модел:

$$Y_t = \vartheta_0 + \phi_1 Y_{t-1} + e_t$$

където, θ_0 и ϕ_1 са избрани така, че да минимизират сумата от квадратите на грешките. За този модел ARIMA (1, 0, 0), абсолютната стойност на коефициента ϕ_1 е по-малка от единица. Това ограничение се нарича “граница на стационарност”:

Ако процесът е ARIMA(1, 0, 0) или AR(1), т. е. p=1 тогава от дясната страна ще имаме само само реалната стойност от предишния период и само един параметър. Ако пък процесът е ARIMA(2, 0, 0), тогава ще имаме две реални стойности и два параметъра в уравнението. При авторегресията от първа степен коефициентът ϕ приема стойности между –1 и +1 като това се нарича граница на стационарност. При процесът от втора степен обаче този коефициент ϕ_1 може да приема стойности между –2 и +2,

а ограничителния интервал –1 - +1 се отнася за втория параметър ϕ_2. С избора на различни стойности на параметрите в тези интервали могат да бъдат създадени голямо количество уравнения. Обикновено за изчисляването на най-подходящите параметри се използват различни компютърни програми, но те могат да бъдат изчислени и на ръка. Това става чрез системата от уравнения на Юл – Уолкър, като след преобразуването им се достига до следните елементарни уравнения с помоща, на които се изчисляват параметрите:

при AR(1) $\phi_1 = r_1$

при AR(2) $\phi_1 = \frac{r_1(1 - r_2)}{1 - r_1^2}$ $\phi_2 = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$

където

$r_{1,\ 2}$ – са получените стойности на коефициентите на автокорелация

Граница на стационарност $|\phi_1|<1$

Ако тази граница се наруши[6], времевия интервал не е авторегресионен и трябва да се търси определена трансформация за дадения ред.

Пълзящи средни процеси. Моделът с пълзяща средна(MA) предсказва Y_t като функция на миналите грешки на прогнозата при предсказването на Y_t. Да предположи, че e_t е ред с бял шум. Тогава моделът с пълзяща средна ще има следната форма:

$$Y_t = e_t + w_1 e_{t-1} + w_2 e_{t-2} + \ldots + w_q e_{t-q}$$

където:

[6] Тоест, $\phi_1>1$.

e_t = стойността на реда с бял шум в период t;

Y_t = генерирания времеви ред с пълзяща средна;

$w_{1, 2...q}$ = коефициенти (тегла);

$e_{t-1, t-2, ..., t-q}$ = минали стойности на реда с бял шум.

Наименованието пълзяща средна, всъщност, не описва много добре този модел. Би било по-добре той да се нарече модел на претеглената средна, тъй като е подобен на експоненциалното изглаждане.

Ако моделът има само един e_{t-1} член от дясната си страна, той се отнася към АМ(1) моделите; ако има e_{t-1} и e_{t-2} членове, той се отнася към АМ(2) моделите и така нататък.

Тези процеси са подобни на експоненциалното изглаждане.

Уравненията са:

$$Y_t - \mu = -\vartheta_1 e_{t-1} + e_t$$

$$Y_t = \mu - \vartheta_1 e_{t-1} + e_t$$

където, θ_0 е изчислен коефициент, и стойностите на Y_t са корелирани единствено с предишната прогнозна грешка e_{t-1}.

Интегрирани процеси. Интегрираните процеси моделират нестационарни времеви редове. Пример за това са времевите интервали с тренд и “случаен ход”, тъй-като средната им величина не е константа.

Този модел би могъл да се получи от ред с бял шум чрез въвеждане на елементите, които вече видяхме при двата модела – с пълзяща средна и авторегресионния модели:

$$Y_t = a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + \ldots + a_p Y_{t-p} + e_t + w_1 e_{t-1} + w_2 e_{t-2} + \ldots + w_q e_{t-q}$$

Това уравнение дефинира смесен авторегресионен с пълзяща средна модел от клас p, q и обикновено се изписва като ARMA(p, q).

Уравнението е:

$$\hat{Y} = Y_{t-1}$$

$$Y_t = Y_{t-1} + e_t$$

В случая, най-добър модел за прогнозиране е чрез предишната стойност на времевия интервал. Този модел се обозначава ARIMA(0, 1, 0).

Изборът на метода на авторегресията, най–общо се осъществява в случаите, когато частичната автокорелация има единични стълбове или изпъкващи стойности, а стойностите на автокорелацията постепенно клонят към нула. Въпреки това процесът на идентифициране на моделите ARIMA не е напълно определен и точен процес и това става още по-трудно при модели от по-висока степен за това те рядко се разглеждат.

8.4. Характеристики на времевите редове.

В основата си ARIMA процесите трябва да определят тенденцията във времевия интервал. Например напълно случаен процес се обозначава ARIMA(0, 0, 0). В този случай автокорелацията е нула, което означава, че всяка прогнозна стойност не е корелирана с предишната такава. Нормално разпределените серии се наричат още “бял шум”[7].

ARIMA моделите са предназначени за стационарни времеви редове. Стационарни са тези редове, при които средната величина и вариацията им е константа във времето. Периодичната вариация и систематичните промени в средната величина трябва да се премахнат от реда, за да се постигне стационарност. Времеви редове, които не притежават тренд, тоест нямат тренд в средната величина, се наричат нестационарни в средната величина. Когато вариацията се променя във времето, времевия интервал се нарича нестационарен във вариацията.

При ARIMA моделите е много важно да се определи дали процеса определящ времевия интервал е стационарен. Ако е такъв, се определя подходящ прогнозен модел. Ако обаче е нестационарен, ARIMA моделите са неприложими. В такъв случай се търси определена трансформация, за да се постигне стационарност.

Стационарност

Стационарен времеви ред е този, в който две последователни стойности в този ред зависят само от интервала на времето между тях, а не от самото време. За всички практически цели това би било съвместимо с ред, чиято средна стойност не се променя с течение на времето. В практиката най-често времевите редове са

[7] “white noise”

нестационарни, т. е. средната стойност на този ред се променя през времето, обикновено заради наличието на тренд във времевия ред.

Ако времевия ред, който изследваме е нестационарен, автокорелацията, обикновено, е значително различна от нула в първия момент и след това постепенно спада до нула или те показват лъжлива тенденция когато лаговете се увеличат. Тъй като автокорелацията е преобладаваща в тенденциите на нестационарните редове, е необходимо нестационарните редове да се променят в стационарни преди да се пристъпи към възприемане като "коректен" модел един от трите базови модела.

Няма един единствен начин за премахване на нестационарността, но за постигане на стационарност в практиката най-често помагат два метода. Първо, ако нестационарността е причинена от тренд в реда, тогава изчисляването на разликите на времевия ред може ефективно да премахне тренда. Изчисляването на разликите означава изваждане на предишното наблюдение от всяко наблюдение в реда от данни:

$$Y'_t = Y_t - Y_{t-1}$$

където:

Y'_t = първата разлика на наблюденията в период t;

Y_t = стойността на наблюдението на времевия ред в период t;

Y_{t-1} = стойност на наблюдението на времевия ред в период t-1;

В някои случаи първата разлика не може да премахне тренда и може да е необходимо да се опита с друг по-висок клас на изчисляване на разликите. Например, втори клас разлика може да се получи както следва:

$$Y''_t = Y'_t - Y'_{t-1}$$

където:

Y''_t = втората разлика;

Y'_t = първата разлика на наблюденията в период t;

Y'_{t-1} = първата разлика на наблюденията в период t-1;

Вторият метод за премахване на нестационарността се използва, когато има промяна във варирането на времевия ред(т. е., когато има тренд във варирането). Този метод изисква правенето на логаритми на оригиналния времеви ред, което обикновено трансформира тренда във варирането в тренд в средните; този тренд може да бъде управляван чрез изчисление на разликите.

Когато изчисляването на разликите е използвано за да се направи времевия ред стационарен, то обикновено вида на модела, който би бил най-подходящ за прогнозиране е ARIMA(p, d, q). Буквата “I”, която е добавена към името на модела е свързана с члена на интегриране или на изчисляваните разлики в модела; d вътре в скобите е свързано със степента(порядъка) на изчисляваните разлики. Например, модел с един авторегресионен член, една степен на изчисляване на разликите и без член на пълзящата средна би могъл да се запише като ARIMA(1, 1, 0).

Автокорелация

Автокорелацията е понятие, което означава, че връзката между стойности на една и съща променлива в различни времеви моменти не е случайна, т. е. ако автокорелацията съществува във времевия ред, то има връзка или обща зависимост между стойностите на времевия ред в различните периоди.

Автокорелацията може да се изчисли по формулата:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}\left(Y_{t-k} - \overline{Y}\right)\left(Y_t - \overline{Y}\right)}{\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t - \overline{Y}\right)^2}$$

където:

r_k = автокорелация за *к*-периоден лаг;

Y_t = стойност на времевия ред в период t;

Y_{t-k} = стойност на времевия ред *к* периода преди t;

Y = средна на времевия ред.

Ако времевия ред е стационарен, стойността на r_k трябва бързо да намалява към нула, когато *к* се увеличава. От друга страна, ако има тренд, r_k ще намалява към нула бавно. Ако съществува сезонна тенденция, стойността на r_k ще бъде значително различна от нула при *к*=4 за тримесечни данни, или *к*=12 за месечни данни(а също и на техни кратни).

За да се определи дали автокорелацията в *к*-тия лаг е значително различна от нула, като основно правило може да се използват следните хипотези:

$H_0 : p_k = 0$

$H_1 : p_k \neq 0$

За всяко *к*, H_0 се отхвърля ако $| r_k | > 2/\sqrt{n}$, където n е броя на наблюденията.

Автокорелацията е първият важен инструмент за определяне на подходящия модел; ако оригиналните данни са напълно случаен бял шум, автокорелацията между стойностите с различни лагове(един, два и повече лага) би трябвало да бъдат приблизително равни на нула. Също така формата на автокорелацията ще ни помогне при определянето на това, кой от базовите модели е най-подходящ за времевия ред.

Частични автокорелационни коефициенти

Когато се анализира регресионния модел, можеда се разгледа влиянието на една независима променлива, ако ефекта на останалите независими променливи се поддържа постоянен. Това може да изисква регресия на Y относно X_1 (регресионен модел с две независими променливи), да се намерят грешките в модела и да се направи регресия на тези грешки относно X_2.

Частичните автокорелационни коефициенти измерват степента на силата на връзката на Y_t и Y_{t-k}, когато ефектът на другите времеви лагове спрямо Y са константи.

Частичната автокорелация позволява да се намери степента на силата на връзката между настоящите стойности на променливата и по-ранните стойности на същата променлива, като се ефекта на всички останали времеви лагове върху Y се поддържа постоянен.

Коефициента на частична автокорелация от порядък m се определя като последния авторегресионен коефициент на един AR(m) модел. Например, уравненията от (8) до (12) са използвани за дефиниране респективно на AR(1), AR(2), AR(3), …, AR(m-1), AR(m) модел. Последният коефициент на Y във всяко от тези уравнения е коефициента на частична автокорелация. Така $\hat{a}_1$, $\hat{a}_2$, $\hat{a}_3$, …, $\hat{a}_{m-1}$, $\hat{a}_m$ са първите m коефициента на частична корелация за времевия ред:

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + e_t$$

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + e_t$$

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \ldots + \varphi_{n-1} Y_{t-m-1} + e_t$$

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \ldots + \varphi_{n-1} Y_{t-m-1} + \varphi_m Y_{t-m} + e_t$$

Като се решат горните уравнения за φ_1, φ_2, …. ., φ_{t-m} и φ_m е възможно да се определят техните значения. Доста по-задоволителен подход за получаването на φ_1, φ_2, …. ., φ_{t-m} и φ_m се базира на техните автокорелационни коефициенти. Тези изчисления се извличат от следната формула:

$$\varphi_1 = \hat{\rho}_1 = r_1$$

Частичната автокорелация на един времеви лаг е φ_1 и r_1 е неговият измерител. За да се използва информацията за частичните корелации, трябва да се определи дали те са значително различни от нула.

Ако основният процес генерира дадените интервали в AR (1)-модел, само φ_1 ще бъде значително различно от нула, докато φ_2, φ_3, …. ., φ_{m-1} и φ_m няма да бъдат значително различни от нула. По подобен начин, ако генерираният основен процес е AR (2), тогава само φ_1 и φ_2 ще бъдат статистически значими, докато останалата частична автокорелация няма да бъде значима. По същия начин този принцип се прилага за AR- процеси от по-голяма степен.

В заключение, ако съществуват p-значими автокорелации, тогава моделът е AR (p). За целите за намирането на модела, частичните автокорелации се проверяват за определяне на степента на процеса. По нататък, степента на процеса е равна на броя на статистически значимите частични автокорелации.

8.5. Метод на Бокс-дженкинс.

Методологията на Бокс-Дженкинс (1976) е статистически усъвършенстван начин за анализиране за изграждане на прогностичен модел, който най-добре представя времевите интервали. Тази техника притежава редица предимства пред другите методи за анализ на времевите интервали. На първо място тя е логически и статистически акуратна. Второ, метода черпи голяма част от информацията от историческите данни на времевите интервали. Най-накрая методът показва повишение в точността на прогнозиране, докато в същото време използва минимален брой параметри в сравнение с подобните процеси за моделиране.

Идеята на техния подход може да бъде описана в четири отделни фази. На първо място методологията предполага да бъдат прогнозирани не точно определени тенденции от историческите данни на времевите интервали. С помощта на итеративен подход процедурата подбира възможно най-полезния модел от съвкупността на ARMA- моделите. След извършване на оценката избрания модел се проверява диагностично спрямо историческите времеви редове, за да се види дали ги описва точно. Ако грешките между прогнозата и реалните интервали са малки, слабо разпръснати и независими, то тогава може да се заключи, че ARIMA- моделът е благонадежден. Обаче, ако избраният модел е незадоволителен, процеса на Бокс-Дженкинс се повтаря с цел друг проектиран модел да подобри първоначалния. Този процес се повтаря докато се намери задоволителен модел.

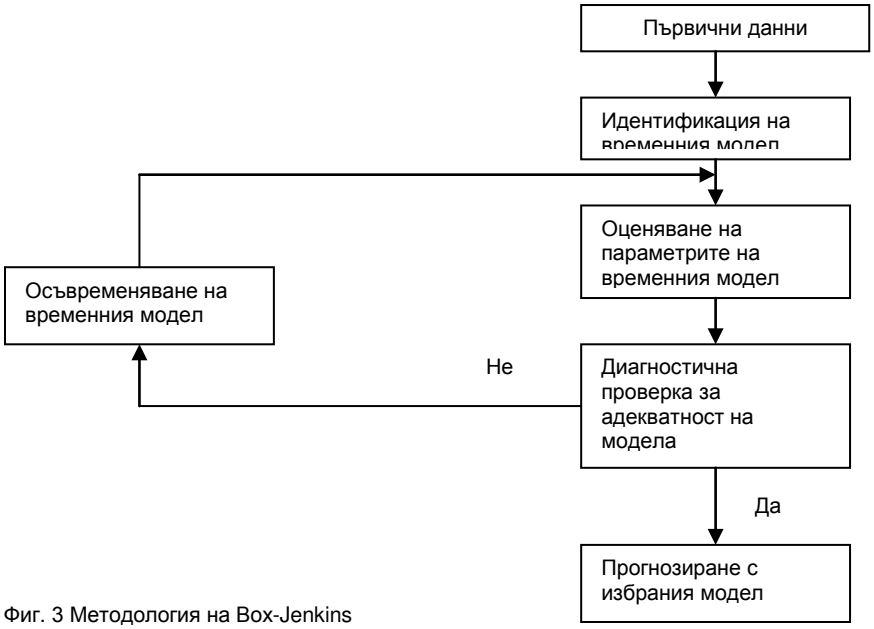
Методът е итеративен, като може да се наложи много пъти да се премине през него преди да се достигне до модел, от който да се получат задоволителни резултати. Според двамата учени процесът на приложение на модела се състои от следните четири стъпки:

1. Идентифициране на модела-Използване на графики, статистики, трансформации, за да се постигне стационарност на времевия интервал и моделиране на тенденцията.

2. Изчисление на параметрите

3. Диагностициране на модела-Използване на графики, статистики за определяне на валидността на модела. Ако модела е валиден се използва, в противен случай се повтарят процедурите от 1 до 3.

4. Проверка на прогнозата- Използване на графики, статистики, за да се определят доверителните интервали на модела и тяхната валидност.



Фиг. 3 Методология на Box-Jenkins

Тук най-важно и специфично е извършването на първата стъпка, където първичния времеви ред се изследва за да се определи един от многото налични модели, който временно ще се избере като най-подходящ за този времеви ред. Ако времевия ред не е стационарен, първоначално ще е необходимо да се модифицира оригиналния времеви ред (може би с първите разлики) за да се получи стационарен ред.

Начинът за подбор на специфичен ARMA- модел може да се покаже по следния начин:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \ldots + \phi_p Y_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \ldots - \theta_q e_{t-q}$$

Подборът на подходящите p и q стойности изисква изследването на автокорелационните и частичните автокорелационни коефициенти изчислени за данните.

Ако в горното уравнение предположим, че q=0 и p=0, 1, 2, 3, …., p тогава уравнението добива следния вид:

$$Y_t = e_t$$

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + e_t$$

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t$$

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \phi_3 Y_{t-3} + e_t$$

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \phi_3 Y_{t-3} + \ldots + \varphi_p Y_{t-p} + e_t$$

когато p=0 параметъра ϕ_1 ще притежава стойност, която статистически не се различава от нула. Ето защо резултата ще бъде AR(0)- процес и ϕ_1=0. В същата насока, ако p=1 ϕ_2 статистически няма да бъде различно от нула. В крайна сметка p-тия параметър на AR(p)-процес ще бъде статистически различен от нула само тогава, когато авторегресивния AR- процес е най-малко от степен p или по-висока степен.

Определянето на степента на AR- процеса може да се постигне чрез изследването на неговите частични корелационни коефициенти Частните автокорелации с по-големи от p-пъти лагове ще бъдат статистически значими, докато останалите коефициенти ще бъдат приблизително равни на нула. Тази резултатна стойност на p ще бъде и степента на AR- процеса

При използването на средна пълзящата (MA) се подхожда по по-различен начин и опита да се изчислят ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3,. . . . . ., ϕ_p е пример за това как се нагажда грешен модел към базата от данни. При MA процеса различните стойности на Y_t зависят една от друга. След като Y_t е функция на Y_{t-1} и e_t, Y_{t-1} е функция на Y_{t-2} и

e_{t-1} т. н., ще трябва да се изчислява нов параметър ϕ за всяко уравнение. Ето защо, ще са необходими неопределен брой от условия ϕ_j, за да се нагоди AR- модела към MA- базата от данни. Частичните корелационни коефициенти за MA- базата от данни ще бъдат неимоверно големи и магнитута им постепенно ще клони към нула. За разлика от частичните автокорелации AR- процесите, частичните автокорелации MA- процес не се прекъсват при наличието на p времеви лагове.

Общите правила, които трябва да бъдат следвани при идентификацията могат да бъдат обобщени като:

1. Ако автокорелационната функция внезапно спре в някоя точка – да кажем, след q шипа – тогава подходящ модел е MA(q);

2. Ако частичната корелация внезапно спре в някоя точка- да кажем, след p шипа – тогава подходящ модел е AR(p);

3. Ако нито една от функциите не спада внезапно, но и двете спадат към нула по почти един и същи начин, тогава подходящият модел е ARIMA(p, q).

10. НОРМАТИВНО ПРОГНОЗИРАНЕ И ПРОГРАМНО-ЦЕЛЕВИ ПОДХОД.

10.1. Същност и основни понятия.

При нормативното прогнозиране се изхожда от целите на фирмата. Тези цели се разгръщат във вид “дърво на целите” .

Програмно целевият подход е основно метод за управление на проекти. В определени случай може да се използва като метод за прогнозиране. Още коментар. По-долу ще разгледаме основните характерни особености на ПЦП.

Програмно целевия подход се базира на следните важни твърдения:

- Правилно формулираните цели са основа за планирането и за цялата останала дейност в стопанските системи.
- Тяхното формулиране е свързано с предварително изготвяне на научно обосновани прогнози за бъдещето и за евентуалните последици от изпълнението на всяка цел.
- Правилното изпълнение на функцията „Формулиране на целите” по същество означава прилагането на програмно-целевия подход в управлението на стопанските системи.

Исторически предшественици на Програмно целевия подход са планът ГОЭЛРО (1921г.); ППБ (1961г.); PATTERN (1963г.).

Основните понятия в програмно целевия подход са:

- Цел:

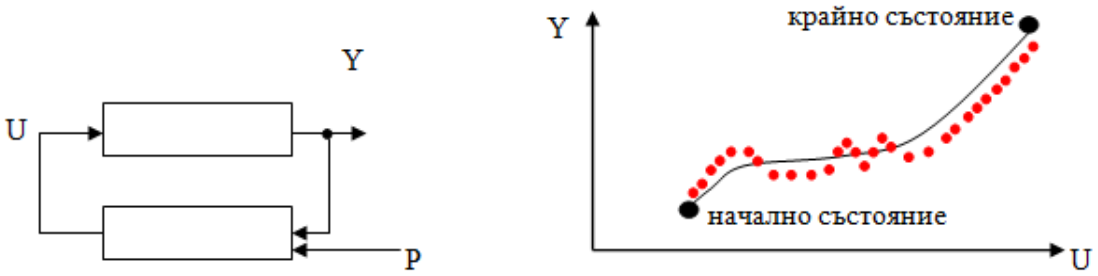
1. (Философско)Идеален образ на желания краен резултат, към достигане на който са насочени определени действия на субекта.

2. (Кибернетично)Желано състояние на системата, достигано чрез изработване на управляващи въздействия на основата на обратна връзка.

- Програма:

1. Законът за изменение на управленските въздействия във времето осигурява привеждането на системата от началното състояние в желаното крайно състояние.

2. Съвкупност от обвързани по ресурси и време целенасочени дейности, изпълнението на които довежда до постигане на определена цел.



Цел-система-траектория(ОПТ.)-управление-програма-ресурси-време

При това положение „програмно планиране" представлява разработка на програми, а „програмно управление" включва и реализация на програмите.

- Прогноза: Научно обоснована представа за бъдещето (бъдещо явление, последствие, развитие на процес, събитие и пр.).

- Програмно-целевия подход:

1. Акцентува върху предварително формулирани цели;

2. Това става на основата на научно обосновани прогнози за бъдещето;

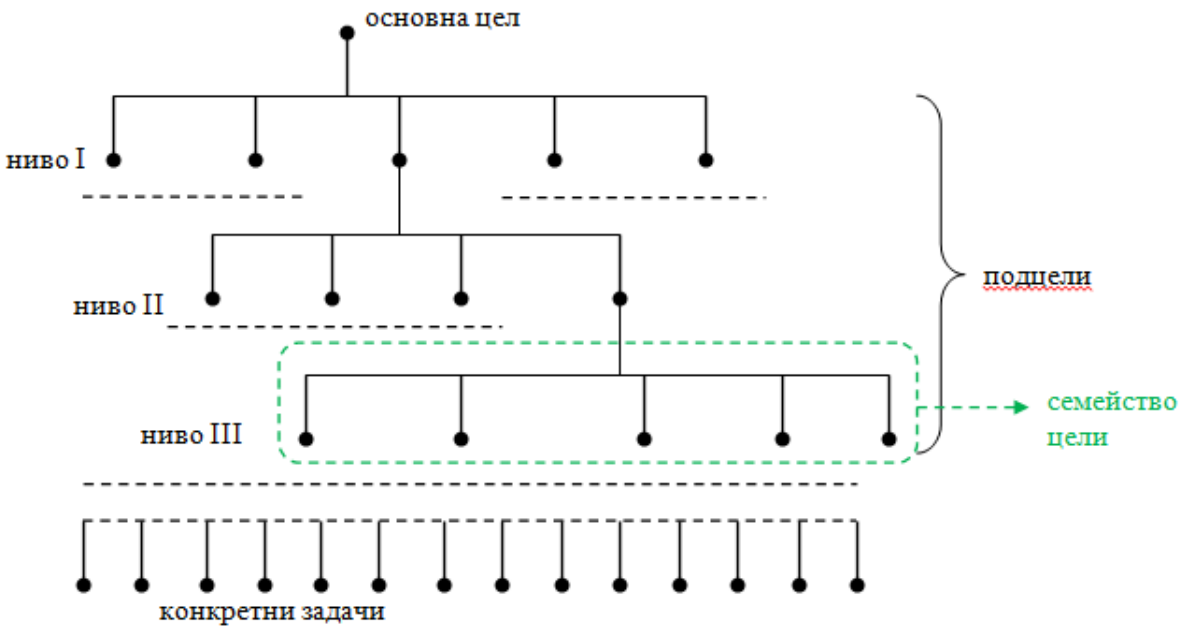
3. Обвързва крайните цели с ресурсите, дейностите и сроковете посредством програми.

10.2. Декомпозиция на целите и задачите. Дърво на целите.

За да има пълна представа за необходимите ресурси, проблеми, трудности, срокове и пр. за достигане главната цел е необходимо:

- Декомпозиция на целите (дърво на целите).
- Оценка на важността на целите и задачите.
- Оценка на взаимната им полезност.
- Отчитане времето (срока) за завършване и стадия на разработеност на задачата.
- Прогнози за последиците от достигане на определени цели.
- Оценка на възможните алтернативи.
- Сценарии на възможното бъдеще.
- Широко използване на експертни оценки поради високата степен на неопределеност.

Дърво на целите



Изпълнението на всички цели от по-ниското ниво гарантира изпълнението на по-високата цел.

На определена цел отговаря определена програма. На подцелите – подпрограми, реализацията на които в съвкупност осигурява целта.

Сценарий – описание на това, което ще представлява стопанската система в бъдеще при различни предположения за развитието й. Сценарият е основа за изграждане дърво на целите и съдържа основните концепции и висшите цели. Използва различни прогнози.

Използват се голям брой прогнози, получени по различни методи, не само в сценария, но и на всички по-ниски нива.

10.3. Оценка на относителната важност.

За оценка на относителната важност на всяка цел и подцел се използват коефициенти на относителна важност. Тези коефициенти се получават на базата на експертни оценки. След като окончателно са изчислени коефициентите, съобразно относителната важност на целите с разпределят дефицитните ресурси. Коефициенти на важност се изчисляват в рамките на:

- „семейство" цели (клон);
- Нивото (всички подцели от еднакво равнище);
- общо за цялото дърво на целите.

Методика за изчисление на коефициентите за относителна важност за семейство цели или за ниво от дървото е описана по-долу. За всяко ниво (респективно за всяко семейство) цели се съставя отделна таблица. При това могат да се използват различни критерии за различните нива.

Критерий	Тегло на критерия	Цели на ниво i				
		1	…	j	…	n
A	q_α	S^α_1	…	S^α_j	…	S^α_n
B	q_β	S^β_1	…	S^β_j	…	S^β_n
…	…	…	…	…	…	…
K	q_K	S^K_1	…	S^K_j	…	S^K_n
…	…	…	…	…	…	…
Ω	q_Ω	S^Ω_1	…	S^Ω_j	…	S^Ω_n
	$\sum_K q_K = 1$	r^I_1	…	r^I_j	…	r^I_n

S^k_j – относителен принос от постигане на цел j за удовлетворяване на критерий К

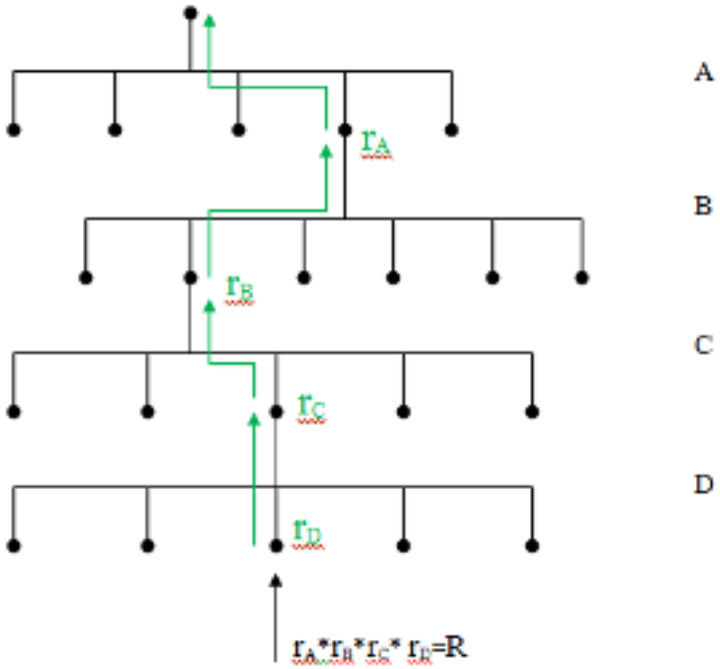
r^i_j – коефициент на относителна важност на цел j от ниво i

$$\sum_{K=\alpha}^{\Omega} q_K = 1;\ \sum_{j=1}^{n} S_j^k = 1 \rightarrow \sum_{j=1}^{n} r_j^i = 1$$

$$r_j^i = \sum_{K=\alpha}^{\Omega} q_k * S_j^K \qquad j=1, 2, \ldots, n$$

Методика за изчисление на коефициентите за относителна важност за цялото дърво. Така се изчислява общият коефициент на значимост на определена цел за постигане на главната цел. Общите коефициенти позволяват да се съпоставят по значимост всички цели и задачи. На тяхна основа могат да се разпределят дефицитните ресурси (средства, работна сила, научен потенциал и др.).





$0<r_i<1$

$0<R<1$

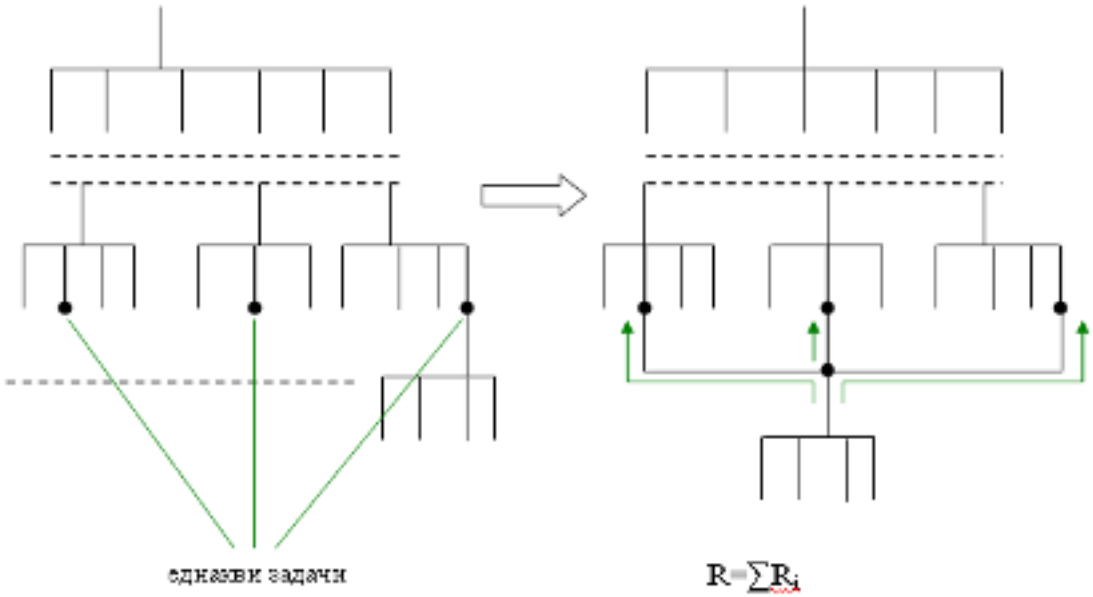
$$R = \prod_{i=1}^{N} r_i$$

N – брой на нивата

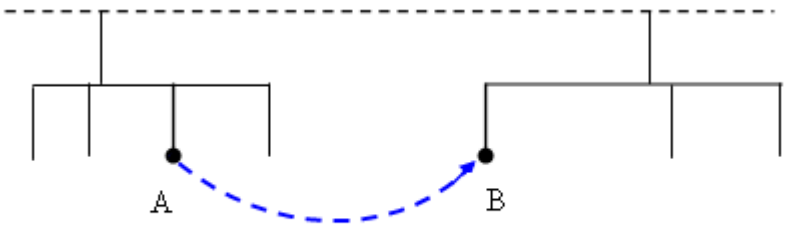
10.4. Оценка на съпътстващите фактори.

След оценката на коефициентите на относителна важност, трябва да бъдат отчетени и съпътстващите фактори, заради които се налагат корекции в коефициентите. Това се прави за следните случаи:

- Отчитане на взаимната полезност между целите (програмите). Когато идентична/еднаква задача е в различни семейства от цели, то тогава важността на задачата трябва да се повиши, заради относително по-високата ѝ важност за постигане на крайната цел, както следва:



- Отчитане на частично подпомагане между целите (програмите). Когато дадена задача от едно семейство от цели, частично допринася за изпълнението на други задачи, то тогава важността на задачата трябва да се повиши, заради относително по-високата ѝ важност за постигане на крайната цел, както следва:



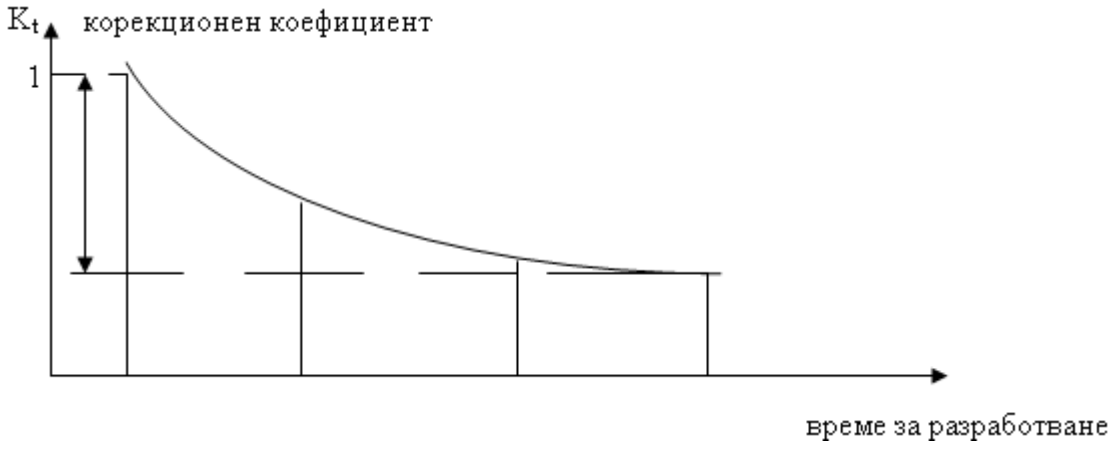
частично подпомагане

$$R_A = \overline{R}_A + R_B * K \ , \qquad 0<K<1$$

или

$$R_A = \overline{R}_A * \alpha \qquad \alpha>1$$

- Отчитане на срока за разработване на отделна задача (или цяла програма). Когато срокът за изработка на дадена задача (или програма) е по-кратък, то тогава важността на задачата трябва да се повиши, заради възможността за по-бързото й изпълнение, както следва:

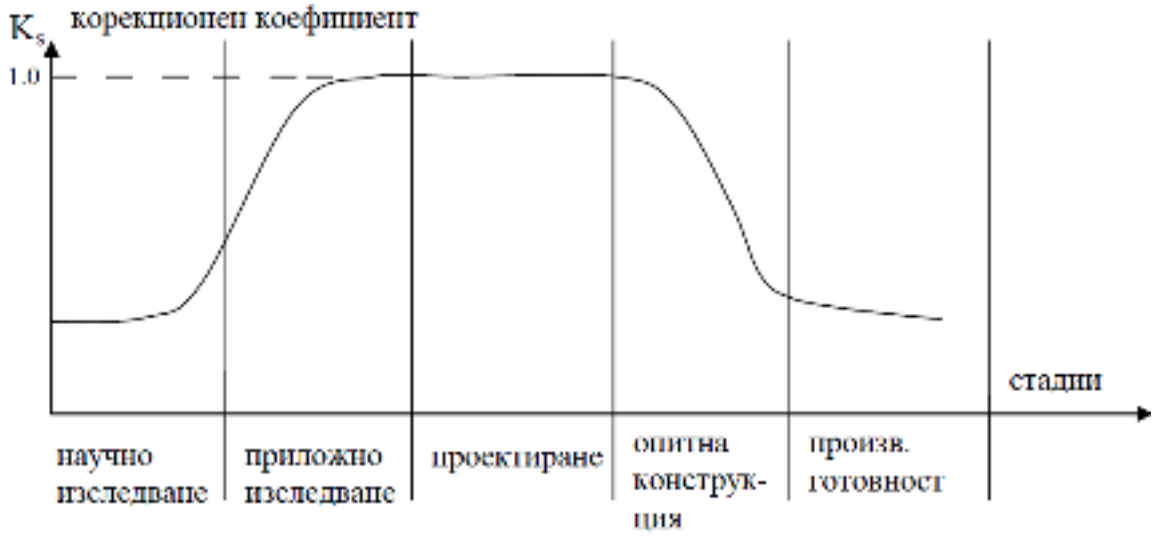


$$T = \frac{3 * \text{оптим.оц.} + 2 * \text{песим.оц.}}{5}$$

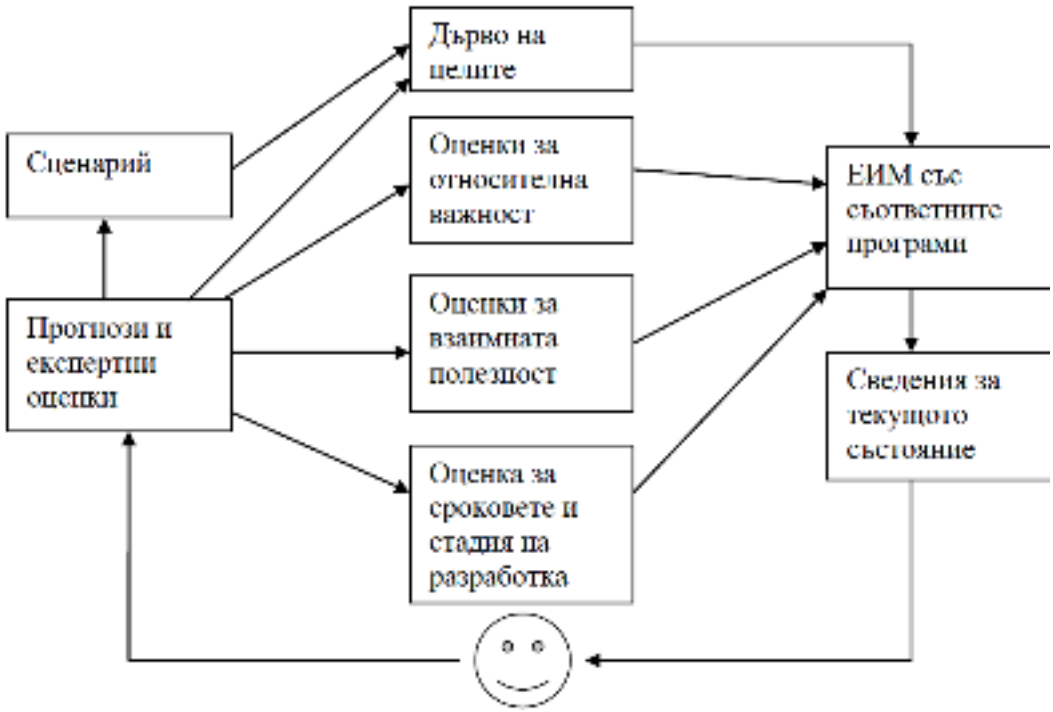
$$R = \overline{R} * K_t \qquad 0<K_t<1$$

- Отчитане на стадия на разработката на отделна задача (или цяла програма). Тук няма точна формула, а по-скоро се спазават два принципа. Когато стадият на разработка на дадена задача (или програма) е относително ранен (начално научно

изследване), то тогава важността на задачата трябва да се понижи, поради високата степен на неопределеност на разработването ѝ. Когато стадият на разработка на дадена задача (или програма) е относително късен (готовност за внедряване), то тогава важността на задачата трябва да се понижи, поради високата ѝ степен на готовност.



Използване на програмно-целевия подход в управлението - обща схема.



периодично преразглеждане и актуализация на дървото на целите

ЧАСТ 2. МОДЕЛИРАНЕ.

11. МОДЕЛИ И МОДЕЛИРАНЕ В СИСТЕМИТЕ ЗА УПРАВЛЕНИЕ.

11.1. Определения и основни понятия.

Моделирането е метод на научното познание, обединяващ етапите на построяване на модел на изследвания обект, провеждане на експерименти с него и трансформиране на резултатите от експериментите в информация за самия обект на изследването. В този смисъл моделирането е заместване на реална система с друг обект-модел с цел да се изследват свойствата или поведението в определени ситуации на оригинала чрез експериментиране с модела. [4], [5]

Реалната система може да бъде произволна система или процес, който може и да не съществува реално. Независимо от това, неговите системни свойства могат да се опишат чрез крайни множества, като например:

- системни параметри, характеризиращи вътрешното състояние на реалната система, нейната структура и функциониране;
- количествени характеристики на системните параметри, описващи главно резултатни от поведението признаци, важни при взаимодействието с други системи;
- външни въздействия, влияещи върху поведението на системните параметри.

При изследване на дадена система обикновено се изучава определено подмножество при конкретни външни въздействия, като дадена характеристика зависи от някакво подмножество (обикновено влиянието на останалите параметри се пренебрегва).

Организираните по този начин системни параметри дефинират т. нар. *поле на системата*, а *характеристиките* са *данните, описващи нейната организация*. В този смисъл обект на изследване се явяват както статични реални системи (полето и характеристиките не зависят от времето), така и динамични реални системи (полето и/или характеристиките зависят от времето).

Моделът е изображение на обект, система или понятие във форма, различна от реалното му съществуване. Той отразява или възпроизвежда обекта на изследването в достатъчна степен, позволяваща получаването на достоверна информация за неговото изучаване.

Обектът-модел може да се разглежда като някакво изображение на обекта-оригинал, реализирано в теоретичен аспект на базата на параметрите, характеристиките и външните въздействия на обекта-модел.

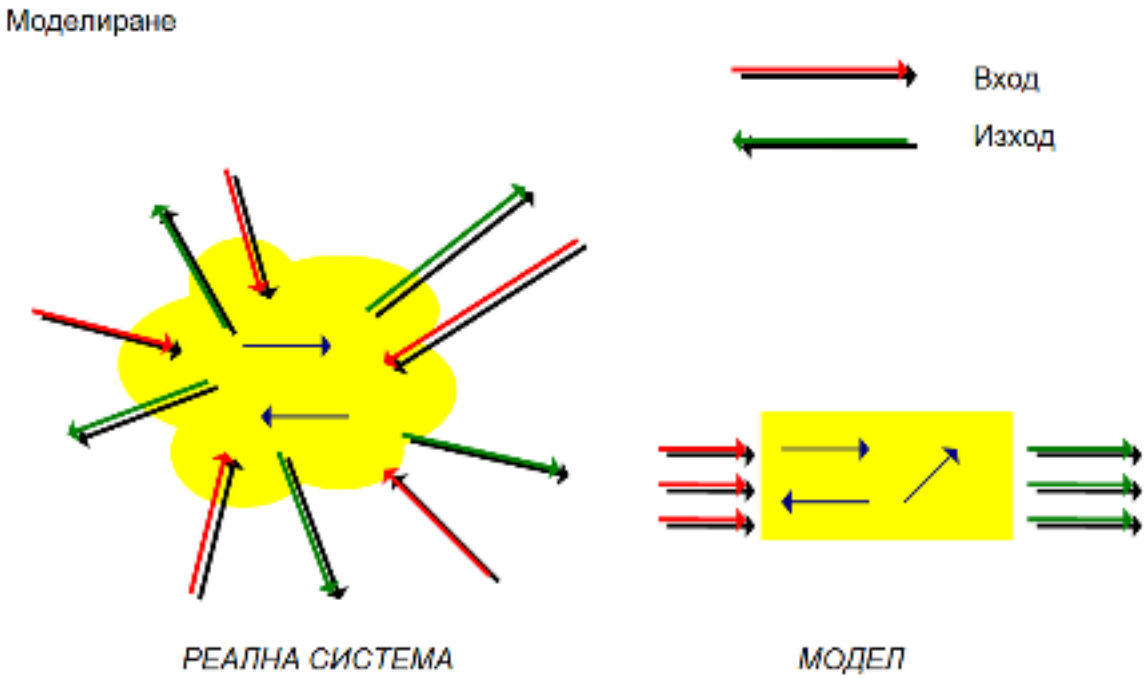
Моделирането може да се дефинира и като замяна на реална функционална зависимост, описваща поведението на обекта-оригинал във времето, с подходяща еквивалентна зависимост, при която обикновено моделното време е свързано с реалното време чрез мащабен коефициент. Проектирането и реализирането на един модел е свързано основно с изискването да се намери такава аналитична зависимост, която да описва с достатъчна точност поведението на оригинала за целите на изследването. Последното е свързано както с изискването за коректно дефиниране на основните моделни параметри, така и с допустимото ниво на грешката, получавана при тази замяна. Така се дефинира изображение, чрез което при достатъчна обоснованост на началната (априорната) информация при моделирането могат да се

направят изводи (с известно приближение) за поведението на системните параметри на оригинала.

Ако липсва достатъчно информация за поведението на някои системни параметри при определени външни въздействия се дефинира хипотеза, чрез която се изгражда модел на поведението на реалния обект.

Основната задача [4] на теорията на моделирането е да предостави технология за създаване и прилагане на модели при изучаване на системи и процеси с различна природа. *Моделирането като процес* се състои в *построяване на модел* на изследваната система, *извършване на експерименти* с модела и *интерпретиране* на получените резултати. То е целесъобразно, когато *реалният обект не позволява непосредственото му изучаване*. Трябва да се отчете, че моделът не може напълно да замени физическия обект. В процеса на проектиране на модела неговата адекватност изкуствено се изкривява поради *идеализацията на редица компоненти и влияещи фактори*. Това означава, че предварително се внася определено нарушение на сходството между модела и оригинала. Всичко това може да доведе до съществена разлика на моделните резултати от реалната ситуация. За целта е необходимо непрекъснато да се оценява *моделната точност*.

По въпросите на моделирането като метод за научно познание, съществува обширна литература. При това различните автори предлагат различни определения за понятията "модел" и "моделиране". При това различните автори предлагат различни определения за понятията "модел" и "моделиране”Само в [Уемов (1971), стр. 22-25] са събрани 37 различни определения на понятието"модел".



Общи черти:

А. Моделът е образ на реалната система, която е обект на моделиране.

Б. Моделът се създава с определена цел от изследователя, т. е. моделирането е целесъобразна дейност, а моделът е целесъобразно изградена система.

В. Моделът е опростен израз на реалната система, т. е. той отразява (с определена степен на точност) само онези нейни страни, които са съществени за целите на изследването.

Г. Моделът може да замества реалната така, че в хода на изследването му да е възможно получаването на нова информация за нея.

В подкрепа на горните твърдения ще приведем следните цитати:

„**Математическият модел** е идеализирано, приблизително описание на съществените страни на изучаваната система, представено чрез математични символи и изрази.”

"Моделирането е изследване на моделируемия обект, базиращо се на неговото подобие с модела и включващо построяването на модела, изучаването му и пренасяне на получените сведения към моделируемия обект"

"Под модел се разбира такава мислена представа, или материално реализирана система, която отразявайки и възпроизвеждайки обекта на изследването, е в състояние да го замести така, че нейното изучаване да ни дава нова информация за този обект."

"Моделът се конструира от субекта на изследването така, че да отразява характеристиките на субекта(свойствата, взаимовръзките, структурните и функционалните му параметри и т. н.), съществени за целите на изследването. Затова въпросът за качеството на това отражение - адекватността на модела към субекта, е правомерно да се решава спрямо определена цел. . . Конструирането на модела на основа на предварителното изучаване на обекта и отделяне на съществените му характеристики, експерименталния или теоретическия анализ на модела, съпоставяне на резултатите с данните за обекта, коректировка на модела и т. н. съставляват съдържанието на метода на моделирането. Предпоставка за относително по-голямата достъпност на модела за анализ в сравнение с обекта е това, моделирането като правило води към опростен образ на обекта. . . "

Моделирането е процес на генериране на абстрактни, концептуални, графични и/или математически модели. Съвременната наука предлага постоянно разширяваща се база от методи, техники и теории относно всякакъв вид специализирано моделиране. То позволява да се разглеждат и най-малките

елементи на едно общо цяло. Моделирането е основна част от всички научни дейности и дисциплини и има основно значение при анализа на различни видове системи.

Моделирането може да се дефинира и като процес, който изучава обектите, за да даде описание на дадена система, при това всеки модел дава едно от множеството описания на системата. Естествено е моделът да се различава от реалността, защото той описва с определена точност отделни страни на тази реалност (система).

Научният модел има за цел да представи “емпирични обекти, феномени, събития и процеси в логичен и обективен подход”[1]. Всички модели представляват опростена вариация и отражение на реалността, но въпреки това те биват изключително практични. Изграждането и имплементирането на различни модели се е доказало като фундаментален изграждащ блок за науката. Пълна и точно възпроизвеждане на даден процес или събитие понякога е невъзможно да бъде постигнато от определен модел, но въпреки това моделът може да спомогне до голяма степен в изследването на изучаваната система.

Моделът в науката има за цел да пресъздаде причино-следствените връзки на реалната система. Чрез параметри и променливи той кодира характеристиките на реалната система и ги имплементира в модела. След многократно тестване, проиграване, преповтаряне и настройка на модела, от него могат да бъдат събрани емпирични данни, който да имат приложение в реалният свят и да служат за решение на поставените задачи и проблеми. Чрез обратно декодиране на резултатите и параметрите, те могат да бъдат имплементирани за нуждите на реалната система.



Връзка модел-реална система

За науката моделът представлява инструмент, чрез който изследователя може да разшири многократно човешките процеси. Така например чрез модели, който са изградени с помоща компютърен софтуер позволява на изследоваля да използва компютърен левиридж т. е. чрез голямата изчислителна мощ и капацитет на съвремените компютърни системи и мрежи той може да симулира, визуализира, манипулира, придобие научна интуиция, събере емпирични данни за процес, феномен, система, която изследва. Благодарение на компютърните модели могат да се създадат модели, който иначе трудно биха били построени по-различен начин – например в съзнанието на хората. Възможността един модел да бъде разигран много пъти носи допълнителни бенефити към изследването. Тези компютърни модели са т. нар. изкуствени (от латински – in silico), докато другите научни модели се наричат „живи модели” (от латински – in vivo) и използват различни биологични видове за целите на изследването.

Моделирането сравнително от скоро се разглежда като самостоятелна наука, но винаги е присъствало в малка или голяма степен във всяка научна дисциплина. Съвременното професионално разработване на модели изисква голяма доза знания, умения и техники с цел да бъдат изведени верни резултати,

на които да се базира бъдещото планиране на определени дейности. Техниките за моделиране включват статистически методи, компютърна симулация, системна идентификация и подробен анализ. От особена важност при моделирането е да бъде разбрана динамиката на комплексната система. Създателите на модели трябва да са способни да различават дали даден модел адекватно отразява реалността и да идентифицират и да се справят с разминаванията между реалност и данни. Едни от най-важните похвати при моделирането са приемането на допускания за системата, която е обект на моделиране, и проследяване на резултатите, до които те биха довели.

11.2. Имитационно моделиране. Имитационен модел. Имитация.

История

Един от пионерите с концепциите за симулация е Джон Фон Нойман. В късната 1940, той разработва идеята за ръководенето на многочислените повторения на модел, събирайки статистична информация, и получавайки поведения на истинската система, базирана, на тези модели. Този метод става известен като Монте Карло метод поради употребата на случайно генерирани променливи за представянето на поведения, които не могат да бъдат определени точно, но могат да бъдат характеризирани статистически. Фон Нюман използва този метод, за да изучава случайните поведения на неутрони и ефективността на въздушни бомбени атаки. В началото са използвани аналогични на този метод техники за определяне на максималната потенциална производителност на фабрики.

Концепции за симулации на дискретни събития (Concepts for Discrete Event Simulations - DES) са били развити през 50-те години на миналия век. Първите такива програми са разработени в General Electric от К. Д. Тохер и Д. Г. Оуен. Те създават Програма за генерална симулация, с цел изучаване на производствени проблеми в компанията и я представят на втората Интернационална Конференция на Операционни Разработки.

За уточняване на използваната терминология е необходимо да се отбележи, че понякога в литературата вместо термините "имитация", "имитационен модел", "имитационно моделиране"се срещат съответните им синоними: "симулация", "симулационен модел", "цифрово моделиране"; "имитационна система", "електронна имитация", "машинна имитация" и по-тесните по

смисъл термини: "статистическо моделиране", "метод Монте Карло", "автоматно моделиране" и други.

Ще преминем към съществуващите определения на горните термини. една или друга степен те се засягат в ред литературни източници, но в повечето случаи авторите предпочитат да ги изясняват косвено – чрез примери, сравнения, разглеждане на характерни черти и областта на приложение на имитационните модели и пр. Определения в явен вид се срещат по -рядко.

"Имитационният модел е формализирано описание в ЦИМ на изучаваното явление в цялата му пълнота, на границата на нашите познания" /Н. Н. Моисеев /

"Имитационният модел за изчислителна машина представлява общо логико-математическо представяне на дадена система или операция, запрограмирано за решаване на бързодействащият ЦИМ"

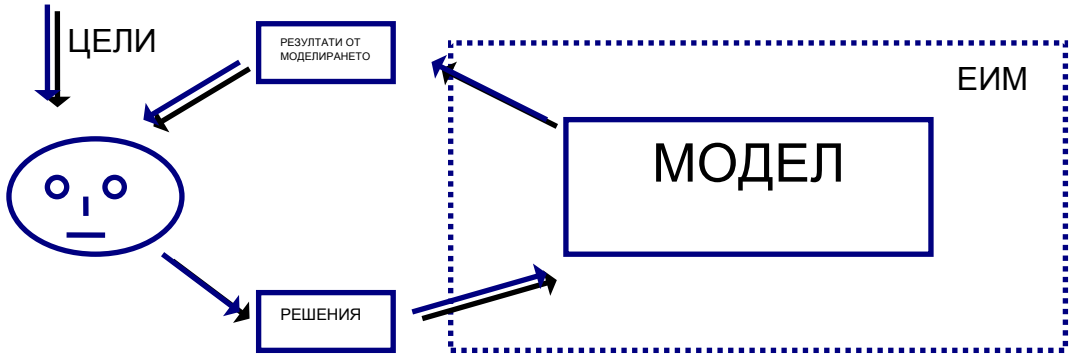
"Имитационното моделиране е процес на конструиране на модел на реалната система и постановка на експерименти с цел или да се разбере поведението на системата, или да се оценят (в рамките на ограниченията, наложени от някакъв критерий или съвкупност от критерии)различните стратегии, осигуряващи функционирането на дадена система"

"Машинната имитация е процес на управляем експеримент, провеждан на изчислителна машина като модела на системата. . . Моделът, представящ изследваната система, е програма за изчислителна машина, а експериментът се състои в наблюдение поведението на този модел при определени условия"

"Под имитация ще разбираме числен метод за провеждане на експерименти на цифрови изчислителни машини върху математически модели, описващи поведението на сложни системи в течение на продължителни периоди от време. За основа на всеки

имитационен експеримент на ЦИМ служи моделът на имитационната система. . . Принципно отличие на имитационния експеримент от експеримента в "реалния свят" се състои в това, че в процеса на имитацията експериментът се извършва с модела на реалната система, а не със самата система”

Имитация



Имитационният модел е формализирано описание на изучаваното явление в цялата му пълнота. Най-често представлява общо логико-математическо представяне на дадена система или операция, запрограмирано за решаване от компютърна система.

Под имитация се разбира числен метод за провеждане на експерименти на цифрови изчислителни машини върху математически модели, описващи поведението на сложни системи в течение на продължителни периоди от време. За основа на всеки имитационен експеримент служи моделът на имитационната система. Принципно отличие на имитационния експеримент от експеримента в "реалния свят" се състои в това, че в процеса на имитацията експериментът се извършва с модела на реалната система, а не със самата система.

ИМ на дадена стопанска система представлява целесъобразно изградена искуствена система, която:

1. Отразява най-съществените страни на реалната система, като:

• описва най-съществените (за целите на изследването) елементи и връзки в реалната система;

• има поведение, достатъчно близко (за целите на изследването) до поведението на реалната система.

2. Дава възможност за получаване на нова информация за реалната система, като:

• позволява да се проследи поведението й в бъдещи или минали периоди, при ускорен мащаб на времето;

• замества в известен смисъл (за целите на изследването) реалната система и позволява да се извършат числени експерименти с модела вместо с реалната система.

Моделът се създава с определена цел от изследователя, т. е. моделирането е целесъобразна дейност. Моделът се конструира така, че да отразява характеристиките на обекта (свойствата, взаимовръзките, структурните и функционалните му параметри и т.н.), съществени за целите на изследването, на основа на предварителното изучаване на обекта. Моделирането като правило води към опростен образ на обекта.

Симулациите се делят на такива описващи дискретно събитие, /тоест в броим интервал от време/ или непрекъснато събитие, т. е. в непрекъснат период от време, базирани на начина, по който се променят променливите. Дискретните събития се отнасят до факта, че променливите се променят веднага, в определени моменти от време. В непрекъсната симулация, променливите се променят продължително, обикновено през функция, в която времето е променлива. На практика, повечето симулации използват и дискретни и непрекъснати променливи, но едно от тези е преобладаващо и е причината за този тип класификация.

11.3. Аналитични и имитационни модели.

Много автори предлагат различни определения за "модел" и "моделиране" и още повече предлагат различни класификации на видовете модели. Важно е да се разграничат два основни класа модели: аналитични и симулационни.

Изложението в настоящия представя само най-важните дефиниции и пояснения в силно съкратена форма.

Аналитичните модели се изграждат на основата на дедуктивния подход който предполага, че съществените фактори и общия вид на математическото описание на моделирания процес се определят от изследователя на основата на априорни знания и допускания за моделирани системи. Тяхното основно предимство е наличието на аналитична общност на полученото решение, което е валидно за широк клас моделирани системи.

Аналитичните модели описват точно системата само в случаите, когато са получени явни и прости зависимости, свързващи търсените величини с параметрите на системата и началните условия. Ако, обаче, изследваната система е достатъчно сложна, то наложените допускания за получаване на аналитическото решение на задачата, пренебрегнат конкретни особености на системата. Така създаденият модел строго казано вече не описва реалната система, а описва друга абстрактна и идеализирана система, до някъде подобна на реалната. Въвеждането на влиянието на случайните фактори при аналитичните модели води до значителни и не винаги преодолими трудности. По тази причина вероятностните аналитични модели се използват за изучаване на сравнително прости системи, а изследването на сложни случайни процеси се провежда като правило чрез симулационни модели.

За аналитичните модели е характерно, че процесите на функциониране на елементите на сложните системи се записват във вид на някакви функционални състояния (алгебрически, интегро-диференциални, разноостни и т. н.) или логически условия.

Най-пълно изследване може да се проведе в случаите, когато са получени явни зависимости, свързващи търсените величини с параметрите на системата и началните условия. Обаче такъв резултат се получава само при сравнително простите системи.

Ако изследваната система е достатъчно сложна, то заради получаване на аналитическото решение на задачата, се налагат големи ограничения върху модела и се прибягва до опростявания. Налага се да се пренебрегнат някои особености на системата и следователно създаденият модел строго казано вече престава да отговаря на своето основно предназначение - да бъде средство за изучаване на разглежданата сложна система.

„Симулационните модели не използват явно описание на зависимостите между входовете и изходите. Това са математически модели в широк смисъл, изградени от описанията (моделите) на елементите на изучаваната система, между които се установяват основните взаимодействия, съществуващи между елементите на реалната система. Това позволява да се имитира функционирането на реалната система, като се отчита и действието на случайните фактори върху нейните елементи. Показателите на качеството, които представляват интерес, са изходните величини (или прости преобразования на такива велични) на някои от елементите.

Симулационните модели са по-гъвкаво и детайлизирано описание на системата (проблема) от математичния модел, тъй като предоставят полезна информация не само за входните и изходните величини, но и за междинни взаимодействия между

елементите на системата. Тяхното създаване обаче е по-скъпо и продължително, а използването им е свързано със значителни разходи на машинно време и често предполага наличието на специални програмни системи и езици за симулиране.”

"Преминавайки към моделите, наречени имитационни, ще подчертаем, че моделиращият алгоритъм приближено възпроизвежда самия процес - оригинал в смисъл на неговото функциониране във времето, при което се имитират елементарните явления, съставящи процеса, при съхраняване на тяхната логическа структура и последователност на прочитане във времето. И ако търсим аналогия, то този тип моделиране е близък да натурния експеримент".

При имитационните модели (за разлика от аналитичните) не е необходимо да се получи математическо описание на системата, имащо решения в явен вид спрямо изследваните величини. Достатъчно е да се намерят правдоподобни математически описания за отделните блокове в модела. Този тип моделиране е близък до директния експеримент.

Може да се каже, че аналитичният модел се решава, докато имитационният се проиграва. Получените с негова помощ резултати, обаче, нямат аналитична общност и се отнасят само за определена система, функционираща в определени условия.

11.4. Характерни черти, предимства, недостатъци и класификация на имитационните модели.

Имитационното моделиране, както и всеки числен метод, има недостатък, че полученото решение винаги носи частен характер, отговаряйки на фиксирани значения на параметрите на системата, входната информация и началните условия. Независимо от това, имитационното моделиране е най-ефективният метод за изследване на сложни системи (понякога и практически единствено достъпното средство за получаване на необходимата информация за поведението на системата).

Друг недостатък е, че построяването на имитационен модел на дадена система е твърде сложен и трудоемък процес, изискващ освен това висока и разностранна квалификация.

Имитационните модели могат да се изграждат като детерминирани или вероятностни модели. В последният случай те имат значителни предимства, тъй като опитът да се отчете в аналитическите модели влиянието на случайните фактори привежда към твърде значителни и не винаги преодолими трудности, докато въвеждането на случайни смущения не внася принципни усложнения. По тази причина вероятностните аналитични модели се използват за изучаване на сравнително прости системи, а изследването на сложни случайни процеси се провежда като правило на имитационни модели.

Имитационното моделиране е числен метод на математическото моделиране, заключаващ се в имитация на процеси, чрез възпроизвеждане на елементарните явления и актове на процеса в последователност, отразяваща реалните взаимовръзки и взаимозависимости. Позволява да се изследват сложни системи от произволен тип. Дава възможността за отчитане

на нелинейности, динамика, вероятностна природа на явленията. Дава възможности да се осъществява т. нар. ненатурен експеримент в ускорен мащаб на времето.

"Статистическото моделиране е числен метод на математическото моделиране, заключаващ се в имитация на производствените и икономически процеси на универсални ЦИМ, чрез възпроизвеждане на елементарните явления и актове на процеса в последователност, отразяваща реалните взаимовръзки и взаимозависимости. Статистическият модел (имитационен модел, модел Монте Карло в имитационен аспект) позволява да се изследват сложни системи от произволен тип. Възможността за отчитане на нелинейностите, динамиката, вероятностната природа на някои от явленията позволява да се направи статистически модел адекватен на действителността и изследвайки го, да се осъществява т. нар. ненатурен експеримент в ускорен мащаб на времето. Статистическото моделиране може да се използва при изследване на сложни икономически системи (отделни технологически процеси от дискретен или непрекъснат тип, предприятия, икономически комплекси, отрасли и цялото народно стопанство)както с цел решаване на въпроси с перспективен характер (определяне структурата на системата), така и с цел оперативно управление на системата".

Изграждането на симулационни модели в значителна степен се базира на индуктивен (или емпиричен) подход, при който синтезът на математически описания става на основата на база данни от наблюдения за входните и изходните стойности на съществените променливи на блоковете в модела.

Полученото решение от симулационното моделиране, винаги носи частен характер, отговаряйки на фиксирани значения на

параметрите на системата, входната информация и началните условия. Независимо от това, симулационното моделиране е най-ефективният метод за изследване на сложни системи (понякога и практически единствено достъпното средство за получаване на необходимата информация за поведението на системата).

Като правило СМ, се прилага в тези случаи, когато аналитичното решение на проблема е невъзможно, а непосредственото експериментиране с реалната система по едни или други причини е нецелесъобразно. Подобни ситуации възникват, преди всичко, при изучаването на т. нар. сложни системи, в които е трудно или невъзможно предварително да се предскажат последствията от едни или други управляващи решения, структурни или функционални изменения, а също така различни въздействия от страна на околната среда.

Следователно, най-важното предимство на симулационните модели е, че те дават възможност да се решават задачи, нерешими по друг начин, чрез извършване на експерименти с модела вместо с реалната система.

Имитационните модели се класифицират по три основни критерия, а именно:

Статичен и динамичен

- Статичен

Системата се разглежда в определен момент от време – т. е. времето не се взема под внимание като фактор. Статичните модели описват една система математически чрез условия на равенства, където потенциалният ефект от всяка алтернатива се установява чрез еднократно изчисляване на равенствата.

- Динамичен

Системата се разглежда с промените, които настъпват във времето. Докато статичния модел включва еднократно изчисляване на едно уравнение, динамичното моделиране включва много итерации. Динамичния модел постоянно преизчислява уравненията във времето.

Детерминиран и стохастически

- Детерминиран

Моделът не съдържа вероятностни (случайни) компоненти. Такъв модел е системата от диференциални уравнения, описващи определен процес. В този случай се получава решение при наличие на всички необходими входни величини.

- Стохастически

Въвеждат се входни данни, които са случайни величини. В тези случаи се получават резултати, които по своя характер са оценки на търсените параметри и се определят доверителните интервали за тези величини.

Непрекъснат и дискретен

- Непрекъснат

Процесът се разглежда във времето, при което всяка променлива на състоянието се променя плавно и непрекъснато. Най-често моделът се изразява чрез диференциални уравнения относно променливата “време” (съдържа функции на времето). В случаите, когато аналитичното решение не е възможно, се прилагат методи за числено интегриране. Съществуват редица програмни среди, които предоставят готови средства за решаване на този тип задачи, като MATLAB например.

- Дискретен

Дискретният модел отразява изменението на състоянието на обекта, респективно на променливите на състоянието в определени моменти от времето. Когато тези промени се разглеждат като резултат от настъпването на определени събития, моделите се определят като дискретно-събитийни. Тези проблеми се решават успешно чрез софтуер като SIMULINK, LINGO и др.

Използва се за построяване на модели, отразяващи поведението на системата във времето, при което променливите на състоянието се изменят мигновено в определени моменти от време. В тези моменти възникват събития, които се разглеждат като явления, които се случват в даден момент и предизвикват промяна на състоянието на системата.

12. ИЗПОЛЗВАНЕ НА МОДЕЛИ В УПРАВЛЕНИЕТО.

12.1. Област на приложение на имитационните модели.

Имитацията е най-добрият метод за изследване на системи с голяма сложност, особено в случаите, когато от една страна получаването на математическо описание на системата по аналитичен път е твърде затруднено, а от друга срана - непосредственото експериментиране върху нея е невъзможно, опасно, твърде скъпо или твърде бавно.

В частност, за болшинството стопански системи, прякото експериментиране (в условия, коректни от гл. т. на Теорията на експеримента) е дотолкова затруднено, че практически няма значение като научен метод. От друга страна, необходимостта от включване в техните математически описания на нелинейни зависимости, многочислени случайни величини с различна природа, едновременното описание на дискретни и непрекъснати процеси, отчитането на тяхната нестационарност и др. води до непреодолими трудности при аналитическото им описание, но не създава принципни затруднения при тяхното имитационно моделиране.

Като правило, се прилага в тези случаи, когато аналитичното решение на проблема е невъзможно, а непосредственото експериментиране с реалната система по едни или други причини е нецелесъобразно. Подобни ситуации възникват, преди всичко, при изучаването на т. нар. сложни системи, в които е трудно или невъзможно предварително да се предскажат последствията от едни или други управляващи решения, структурни или функционални изменения, а също така различни въздействия от страна на околната среда.

Следователно, най-важното предимство на имитационните модели на стопански системи е, че те дават възможност да се решават задачи, нерешими по друг начин, чрез извършване на експерименти с модела вместо с реалната система.

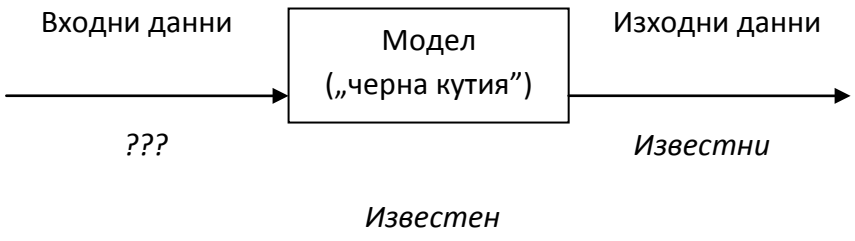
Обективна пречка за широкото използване на ИМСС е голямата сложност и трудоемкост на тяхното изграждане. Понякога до 90% от времето определено за изпълнението на даден проект, се заемат от изграждане на модела. Съществено съкращаване на необходимите време, сили и средства може да се постигне само чрез висока степен на автоматизация в процеса на изграждане на ИМСС.

12.2. Задачи, решавани с помощта на модели.

Могат да бъдат идентифицирани три основни компонента на всяка система, а именно вход, изход и „черна кутия”, която представлява модела, превръщащ входните данни в изходни. Познаването на модела ни позволят да разберем как всъщност работи системата. В такъв случай е възможно да изчислим и резултатът от дейността на системата в зависимост от всякаква промяна на входните данни. На тази база могат да бъдат разграничени три вида задачи, които се решават с помощта на многоредната селекция, в зависимост от това кой компонент е неизвестен.

Оптимизация

При оптимизационните задачи са известни моделът („черната кутия”), както и желаният резултат (или неговото описание), а целта е да се намерят входните данни, които биха довели до изходните. Като пример може да се посочи задачата с пътуващият търговец, при която трябва да се намери най-краткият път между няколко града. Разполагаме с формула (моделът), която на база на всяко пътуване между градовете (входните данни), изчислява дължината на пътя (изходните данни). Желаният изход е оптималността, при която тази дължина е минимална, като се търсят входните данни, при които това би било възможно.

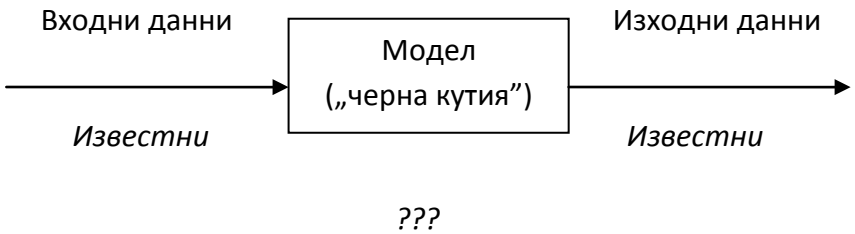


Използват се модели от типа:

- Оптимизационни модели
- Линейно програмиране;
- Целево програмиране;
- Интегрално програмиране;
- Динамично програмиране.

Идентифициране на математическо описание

При задачите за идентифициране или моделиране на математическото описание, известни са входните и изходните стойности, а от модела на системата се изисква да пресметне правилно изходните данни на база зададените му входни. Пример за това е фондовата борса, където индексът Дау-Джоунс се явява като резултат, а на входа стоят различни икономически и социални индекси като ниво на безработица, цената на златото, обменния курс на еврото и долара и т. н. Задачата е да се намери формула, която да свързва известните данни на входа и да ги превръща в известните ни изходни данни. Ако бъде намерен правдоподобен модел за данните от миналото и се разполага с доказателства, че описаните връзки не са се променили, то е създаден модел за пресмятане на коефициента на Дау-Джоунс с бъдещи данни.

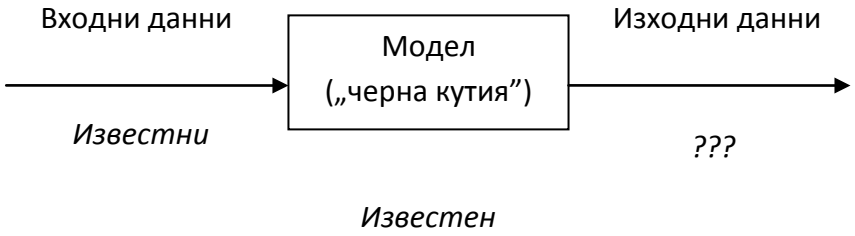


Използват се модели от типа:

- Статистически методи:
- Проста и многочислена регресия;
- Иконометрични модели;
- Анализ на риска;
- Симулации.

Оценяване на стойности на същвствени променливи

Този тип задачи се свежда до оценяване на съществени променливи, включително и настройка на коефициенти (входни данни) в математическото описание. В този смисъл прогнозирането е частен случай. В симулационните задачи са известни моделът и входните данни, като целта е да се намери това, което стои на изхода на системата.



Използват се модели от типа:

- Статистически методи:
- Проста и многочислена регресия;
- Времеви модели;
- Експоненциална крива;
- Симулации.

12.3. Приложение на имитационното моделиране в човешката дейност.

Имитационното моделиране е намерило приложение на практика във всички области на човешката дейност. Непрекъснато се появяват публикации за имитационни модели на най-различни по своята природа системи (ИМ на атомни реактори, химични технологии и екологични процеси и пр.

Според нивото на моделиране системите могат да се посочат:

1. Имитационни модели на производствено-икономически системи (предприятия, складове, системи за масово обслужване, транспортни процеси, конвейерни производства и пр.)

В тази група попадат по-голяма част от разработените ИМСС. Като правило тези модели се използват за решаване на въпроси, свързани с рационалната организация на моделираната система, или с нейното оперативно управление.

2. Имитационни модели на фирми и корпорации.

Най-пълно събрание на такива модели е направено. Разглеждайки сводирани резултатите от подобно допитване до голям брой корпорации в САЩ, Канада и Западна Европа относно използването на ИМ. Независимо, че 39% са отговорили, че ИМ обхваща цялата дейност на корпорацията, авторът на допитването сочи само 3 действително цялостни ИМ. При това 80% от моделите отразяват преди всичко финансовата дейност на моделираната система.

3. Имитационни модели на национално ниво.

В тази група могат да се посочат ИМ на много национални икономики. Прави впечатление, че по-голямата част от разработените модели са построени във вид на системи от

едновременни уравнения, синтезирани с иконометрични методи. Също така значително внимание се отделя на изграждането на моделите(разработка на алгоритми и програми, подпомагащи изследователя).

4. Имитационни модели на глобално ниво.

В тази група могат да се посочат няколко модела, придобили широка известност поради предизвиканите от тях спорове и критики.

Заслужава внимание проекта ЛИНК /68/, който има за цел чрез обединяване на голям брой национални и регионални модели да се създаде модел на световната икономика, позволяващ да се извършват различни имитационни експерименти.

Като цяло прави впечатление, че:

а) преобладаващият брой от съществуващите разработки представляват ИМ на производствено-икономически системи и в по-малка степен - финансови модели;

б) практически липсват ИМ за действието на икономическия механизъм в социалистически стопански организации;

в) моделите на национално и глобално ниво са предназначени преди всичко за изследователски цели и за прогнозиране.

12.4. Управленски задачи, решавани с помощта на ИМСС.

Управленски задачи, решавани с моделирането (Трябва да се отбележи, че тези направления са обособени доста условно. В действителност границите между тях са твърде размити, а един и същи модел може да се използва в няколко от тях):

1. Използване на ИМСС за изследователски цели (т. е. като средство за разкриване и анализ на действащите в реалната система закономерности).

Може да се каже, че изграждането и използването на ИМСС за изследователски цели стои в основата на всички други направления за използване на ИМСС (доколкото изграждането на всеки ИМСС предполага изследователска дейност). От друга страна, построеният модел систематизира и концентрира в себе си наличните значения на тази система, натрупани до момента. Изследвайки чувствителността на модела по различните му параметри, става ясно кои страни от изследваната система трябва да бъдат изучавани на първо място. Експериментите с модела позволяват да се получат нови сведения за системата. Всичко това води до по-нататъшно усъвършенстване на модела.

По този начин, имитационното моделиране на дадена система и нейното изучаване са два взаимно свързани и взаимно обособяващи се процеса, протичащи в една обща итеративна процедура.

Много съществен при това е проблема за адекватността на модела. На този проблем ще се спрем по-долу. Тук трябва да се посочи, че оценката на адекватността на един ИМСС, предназначен за изследователски цели, обезателно трябва да включва съпоставка между поведението на модела и реалните данни, характеризиращи поведението на изследваната система. Ако

моделът възпроизвежда поведението на системата с достатъчно за целите на изследването точност, то това е най-важното доказателство за неговата адекватност.

Трябва да се отбележи, че особен интерес за нас представлява изследването на различни страни на икономическия механизъм в конкретни организации с помощта на имитационното моделиране.

2. Използването на ИМСС като основа за управленски (операционни, делови, образователни) игри.

Термините"учебна игра", "делова игра", "управленска игра", "имитационна игра", "операционно игра", "икономическа игра", са твърде близки и могат да се считат почти за синоними. Разглеждайки термина "управленска игра" трябва да отбележим, че този термин се свързва главно с обучението на ръководни кадри. В настоящата работа ще използваме и термина "учебно игра", за да подчертаем, че става въпрос за игри, предназначени за управление на студенти.

"Деловата игра"представлява числен експеримент с модел, функционирането на който предвижда активно участие на човека в отделните етапи на взимане на решения".

"В този случай моделът, изпитван на изчислителна машина, представлява управляемата система, а хората, участващи в играта, взимат необходимите решения в процеса на самия експеримент. Такъв способ за имитация се използва както за обучение на персонала, така и за изследване на сложни системи, функциониращи с участието на хора, дейността на които не се поддава на формално описание".

"Деловите игри са един от методите за активно обучение на ръководните кадри на изкуството на управление, инструмент за изследване на икономически механизъм с цел тяхното опознаване и усъвършенстване. Ще отбележим, че към активните методи за обучение се отнася също методът на анализ на конкретни стопански ситуации и методът на разиграване на роли, които често се бъркат с деловите игри. Всяка методика по своему хубава в зависимост от мястото, целите, средствата, контингента обучаеми и изучавания предмет. Исторически игрите са последната(и за сега висшата)степен в развитието на методиката за активно обучение.

Игрите се изграждат на основата на едни или други модели на производствената или стопанската дейност, от отделни предприятия до отрасли и региони. Разиграват се и международни ситуации(отношения и икономически връзки). В зависимост от сложността на изходният модел, деловите игри могат да се провеждат с или без използване на изчислителна техника(т. нар. настолни игри), или с използване на ЦИМ и широк набор терминални устройства".

В последното десетилетие управленските игри навлязоха широко в практиката на обучението на ръководни кадри и студенти в много страни. Така например, едно допитване до 125 школи за бизнес в САЩ през 1975 г. е дало следните резултати: от 92 отговорили, 84 са посочили, че използват поне една игра, а болшинството, че използват по няколко игри.

Трябва да се подчертае, че управленските игри, построени на основата на ИМСС, в преобладаващия брой случаи се използват за обучение на ръководни кадри. За обучение на студентите се използват много по-малко.

В съществуващите разработки на други автори у нас липсват учебни игри, построени на основата на ИМСС и предназначени за обучението на студенти.

Трябва да се отбележи, че на настоящия етап едно от най-важните(ако не и най-важното)направления за използване на ИМСС е изграждането на управленски учебни игри. Това е така по следните съображения:

1. Използването на учебни игри, построени на основата на ИМСС и реализирани във вид на програми за ЦИМ е най-перспективният от активните методи за обучение.

2. Използването на ИМСС в учебния процес запознава широк кръг бъдещи специалисти с възможностите на имитационното моделиране и по такъв начин съдейства за неговото разпространение.

3. Разработката на имитационни модели за учебни цели понастоящем е най-удобният и най-реалистичният път за развитие на имитационното моделиране като научно направление. Това е така, тъй като, от една страна, изграждането на такива модели е по-лесно(изискванията за адекватност не са така високи както при изследователските модели), а, от друга страна, при внедряването им не възникват непреодолими проблеми.

4. Игрите, построени на основата на ИМСС могат да се използват не само за обучение, но и за оценка на кадрите, а така също и за изследване на сложни системи, функционирането на които е свързано с действието на субективни фактори, неподдаващи се на формализация.

3. Използване на ИМСС за прогнозиране на бъдещото поведение на реалната система.

Прогнозирането на бъдещото развитие при различни външни условия и различни управленски въздействия е задача, която възниква постоянно при планирането и управлението на стопански системи. За решаването на тази задача могат да се използват ИМСС. Това е особено целесъобразно, когато е необходимо да се прогнозира поведението на разглежданата система по отношение на голям брой характеризиращия променливи и с отчитане на взаимовръзките между тези променливи. При това вероятността прогнозата за всяка отделна променлива до се отклони твърде много от действително възможното и да достигне безсмислени, абсурдни стойности, силно намалява, тъй като връзките между променливите в модела (отразяващи зависимости в реалната система)"поддържат" отделната променлива. По такъв начин имитационният модел може да се разглежда като усъвършенстван екстраполатор, оценяващ бъдещите стойности едновременно на голям брой взаимозависими променливи.

Прогнозирането има и друго важно приложение при изграждане на модел. При оценката за адекватност за конкретен модел, задължително трябва да се извърши оценка на точността на възпроизвежданите от модела на досегашното поведение на реалната система и на точността на модела в режим на прогнозиране.

Особен интерес представлява провеждането на имитационни експерименти от типа " Какво ще стане, ако. . . ?", които позволяват да се разработят варианти за възможното бъдещо развитие на системата при различни управленчески решения (т. е. разгъване"ветрилото" на възможните бъдещи траектории). По такъв

начин могат да бъдат съпоставени, сравнени и оценени различни алтернативи при вземането на стопански решения и очакваните от тях резултати.

4. Използването на ИМСС за проектиране, или модернизация на системата.

Дизайнери прибягват до симулация, с цел да характеризират или визуализират система, която все още не съществува и за която те искат да вземат оптималното решение. Моделите в производство могат да опишат капацитетите на индивидуалните машини, времето за подготвяне на материала за определена дейност, времето за прехвърляне на материалите от една машина на друга, ефектът от оперирането на работна ръка в дадени етапи от производствения процес, капацитета на производствените опашки и съхранението на машините и др. Симулации на нови части от оборудване, могат да оценят тяхното поведение, транспортиране, човешки интерфейс, потенциални заплахи за околната среда и пр. Моделирането на бизнес процеси може да редуцира прегледа на купища документация и да открие повторения на ненужни операции и реконструирайки ги, да оптимизира процесите, така че същото количество работа да бъде извършено за по-малко време и с по-малко усилия. Големи авиолинии използват симулации, за да изучават комплексни мрежи от въздушни пътища за голям на брой самолети, които пътуват, по света. Стремежът е да бъдат идентифицирани най-натоварените пътища и да бъдат използвани възможно най-ефективно.

5. Използване на ИМСС като средство за предварително проиграване на управленски решения и анализ на техните последствия.

Сценарият представлява възможно потенциално развитие на моделираната система. Включва набор от специфични начални условия и списък от последователни бъдещи събития, логически обвързани помежду си. Сценарият се определя въз основа на априорни данни за моделираната система и за модела. Могат да бъдат обособени следните етапи при проиграване на сценарии с модела и използуване на резултатите на моделирането.

1. Определяне на входните параметри с цел поставяне на необходимите начални условия съгласно избрания сценарий.

2. Съставяне на план на последователността на симулираните събития съгласно избрания сценарии.

3. Изготвяне на управляваща програма за проиграване на сценария.

4. Проиграване на сценария.

5. Оформяне на резултатите.

6. Анализ на резултатите и изводи.

При необходимост предварително може да се модифицира модела (или някой отделен негов блок), с цел да се доведе до вид удобен за проиграване на съответния сценарий.

Освен сведения за изследваната система, резултатите от експериментите могат да дадат полезни съображения за бъдещо усъвършенстване на модела.

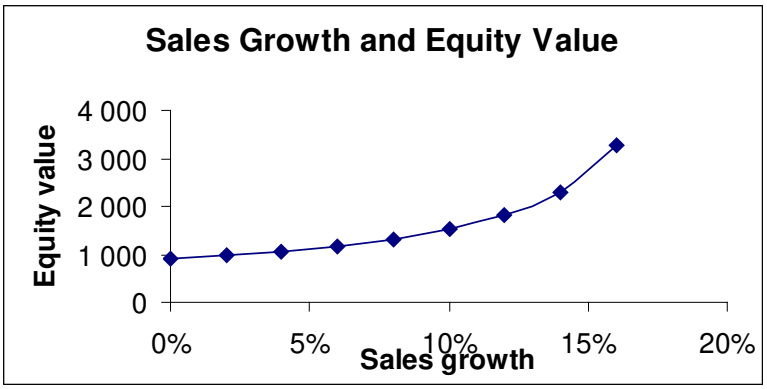
6. Използване на ИМСС за оценка на влиянието на различни външни променливи, параметри и начални условия, както и на вътрешни организационни и други изменения върху поведението на системата(т. е. изследване на чувствителността на системата).

Използвайки експерименти от типа “Какво. . ., ако. . . ?” може да се стигне не само до установяване на наличие на промяна в изходните данни в следствие на входните. Реално може да се направи и измерване на чувствителността на различни параметри.

Чувствителността съотнася с колко единици се е изменила стойността на даден зависим параметър със промяната на един независим входен фактор с една единица.

Анализът на чувствителността се състои в множество последователни експерименти от типа “Какво. . ., ако. . . ?”, като се променя само стойността на един фактор, без да се променят останалите (т. е. в рамките на един сценарий).

Графично може да се представи така:



На графиката е демонстриран най-простият случай – двумерният т. е. такъв, при който се изследва чувствителността на един параметър спрямо един фактор. По-сложен случай е, когато се анализира чувствителността на два параметъра спрямо един

фактор (тримерен случай). Още по сложен е когато се изследват няколко/група зависими параметри (n-мерен случай).

7. Използване на ИМСС в планирането (за предварително проиграване и сравняване на различни варианти на плана).

Анализът засяга процеса на определянето на поведението или способностите на действаща система. За разлика от дизайна, анализът може да използва събраните от актуалната система данни, за да изгради поведението на модела. Моделът може да бъде променен, за да определи оптималната конфигурация или имплементация на истинската система. Компютърна мрежа, например, може да бъде определена от обема на преносимия трафик, капацитета на проводниците, действието на рутерите и т. н. На база размерите на преносимите данни, компютърните мрежи могат да бъдат конфигурирани, така че да пренасят максимално информация използвайки най-късите или най-надеждните налични пътеки. [8]

В медицината и системата по здравеопазване, моделите се използват да определят работния график на доктори, работна ръка, оборудване и пациенти с цел да подобрят времето за обслужване и да намалят разходите. Социални тенденции могат да бъдат симулирани, за да определят какви услуги или стоки ще бъдат необходими в определен момент на специфичен сектор на обществото. Въздействията на стареенето, здравето, семейната композиция, както и други фактори могат да бъдат представени и анализирани чрез подходящ социален модел.

[8] Такъв тип проблем се нарича проблем за оптималния поток (max flow problem)

12.5. Технология и технически средства на имитационното моделиране.

Технология. Въпреки че симулациите се различават много що се отнася до функциониране и имплементация, повечето споделят общи черти, по отношение постигането на поставените цели.

Управление на събития. Симулация е създадена на база състояния, събития, и обекти. Състоянията са групи от променливи, които описват анализираната система, в специфичен момент. Събития са дейности, които променят състоянието на системата. Обектите са точно тези, които биват представени при симулация, елементите на системата, описани от променливите на състоянието й, и точно тези, с които се случват събития. Събития са ключовите елементи, които правят трансформациите в модела и които определят неговото поведение по време на различните операции. Това например могат да бъдат пристигането на част от материал при машина за мелене, излитането на самолет от летище, донасянето на съобщение в мрежа и др. Те обикновено се имплементират чрез употребата на многочислените списъци или опашки в модела. [9] Опашките идентифицират това, какви събития са готови, за да бъдат преработени, кои чакат до определено време и кои трябва да бъдат активирани от специфични състояния.

Опашките управляват събития като ги подреждат и освобождават според определени критерии. Най-често използваните видове опашки са на принципа „първи влязъл, първи излязъл" (т. нар. FIFO принцип – First In First Out), „последен влязъл, първи излязъл" (т. нар. LIFO принцип - Last In First Out), подредени или случайни. Всеки вид освобождава събития в симулацията,

[9] Това са структури, които се използват при компютърното програмиране, те представляват носители на информация, която е подредена и в която елементите могат да бъдат прибавяни или изваждани по определен начин.

използвайки различен метод и всеки е уникално полезен в специфични ситуации. Опашка тип FIFO може да съдържа план във формата на събития, които трябва да бъдат изпълнени (пример за това е график за предизборна кампания). Опашка тип „подредена" често се използва в тренировъчни симулации, в които времето, в което се случва дадено събитие определя неговия ред на освобождаване в симулацията. Опашка тип случайна освобождава събитията без значение от техния приоритет или ред.

Управление на времето. В симулацията, напредъкът (движението) на времето е извършен използвайки променлива, която може да бъде контролирана, както която и да е друга и не трябва да бъде свързана с истинското време, или вътрешния часовник на компютър. Обикновено, симулациите се „движат" чрез употребата на време, базираното на събитие (сменяне на фазите на събитието) или чрез постепенно увеличаващите се единици време (времеви стъпки). Първият тип симулация показва, че единствените промени, в модела на системата, стават в моментите, в които се случват събития. В този смисъл моделът скача от едно планирано събитие към друго, пренебрегвайки междинни моменти и ускорявайки времетраенето на симулацията, като операции, които не влияят на промяната на състоянието на симулацията, биват елиминирани. От друга страна, вторият вид симулации се използват, когато има голям брой взаимодействия между обекти, базирани на общи събития. Тренировъчни симулации използват този метод, поради необходимостта от представянето на последователен поток от време и събития на лицето, което взаимодейства със симулацията.

Много разработки са направени в областта на управляване на симулациите чрез постепенно увеличаващите се единици време (времеви стъпки). Тези симулации са дискретни, стъпвайки от една

времева единица на друга използвайки постоянното увеличаване на определена променлива. Това увеличение може да бъде дефинирано, така че всяка стъпка да е една минута, една секунда или една микросекунда дълга, или може да бъде променлива, такава, че размерът на стъпката е определен от дейността, която е симулирана. Може да бъде необходимо, например, да се представи времето в части от секундата по време на сражение, или в дни за политическа кампания.

С развитието на симулациите, те започват да се пускат на мрежи от компютри или на паралелни компютри, така моделите се разделят на части, които представят част от проблема, и съществуват като многочислени софтуерни програми на многочислени машини. Това е довело до нуждата от въвеждането на метод, който да синхронизира програмите и който очевидно не може да бъде ефективен, използвайки само обикновени опашки и списъци, както преди в отделната програма. Паралелното управлението на времето е било първоначално постигнато чрез употребата на общ часовник, към който всички програми се отнасят. Новите разработки ползват алгоритми, които могат да осигурят синхронизиране на времето без употребата на общ часовник.

Паралелното управлението на времето може да бъде постигнато чрез консервативна или оптимистична синхронизация. И двата метода използват механизъм, за да разберат времето на всеки от процесите. Консервативната синхронизация избира да установи постоянство сред всички процеси докато тече симулацията. Оптимистичната синхронизация, от друга страна, позволява на всеки процес да се предвижда напред толкова бързо, колкото е възможно, поставяйки всеки процес в различен момент. Когато събитие е получено, като резултат от друг процес, който влияе на минали събития в локалния процес, симулацията ревизира

своите операции и „се връща във времето”, за да включи действието на новото събитие. Консервативният метод предполага, че взаимодействията между процесите са толкова чести, че постоянна синхронизация е най-ефикасният метод за предвижване напред в бъдещето. Оптимистичният метод предполага, че взаимодействията се редки и проблема може да бъде по-ефикасно решен, работейки възможно най-бързо, реагирайки с „връщане във времето” само когато са налице взаимодействия.

Генериране на случайни числа. Много модели налагат употребата на случайните числа за представянето на разнообразието, причинено от статистично, а не причинно-следствено представяне на събитията. Генератори на случайни числа са използвани за компютърните програми, за да имитират създаването на серии числа, които са случайни и независими едни от други. Реално тези алгоритми са базирани на причинно-следствени връзки и просто създават впечатлението за случайност. Обикновено от алгоритмите се очаква да бъдат бързи, повторими, да използват малко памет и да създават обикновено числа в интервал (0, 1) на случаен принцип. За създаването на друг вид случайно разпределени числа се използва втори алгоритъм - нормална, експоненциална, Поизон, Гама, Биномиална и др. вид дистрибуция. [10]

Физическо моделиране. Традиционно моделите са представяли способностите на машини и системи базирани на техните физически отличителни черти и основните закони на физиката. Фокусът е бил в разбирането и представянето на физическата среда - разстояние, скорост, тежест, плътност и др. В производствени системи, моделите представят обекти въведени в

[10] Този тип модели се използват най-вече в статистичните изследвания, както и в моделиране на кредитния риск

системата, в която събития са създадени от статистически разпределения. В аналитична физична симулация, моделите представят специфичното поведение на химични състави при различни условия. В тренировъчните симулации, моделите възпроизвеждат физическия свят, даващ на хора да взаимодействат със задания терен, сгради и други обекти. Всички тези примери изискват уникално представяне на основните променливи и алгоритми използвани да представят физическото поведение на системата. Сблъсъкът на взимане на решения от страна на човека и разнообразието на процеса се смекчава чрез употребата на статистически методи, които представят разнообразието с помощта на употребата на случайни числа.

Моделиране на поведението. С нарастването на ролята на симулацията, нуждата за по-внимателно представянето на човешките и групови поведения се увеличава. За да се удовлетворят тези нужди, компаниите, разработващи симулации, са се обърнали за съдействие към общността, разработваща изкуствен интелект. Моделите сега съдържат броими състояния на машини, експертни системи, неутрални мрежи и базирани на различни случаи разработки, за да представят поведението на човека в детайли. Специфични физически състояния активират определени човешки поведения, които трябва да бъдат изрично показани, за да бъдат постигнати подходящи резултати. Моделиране на поведението е изключително полезно при тренировъчните симулации, където опоненти с предизвикателно, но реалистично поведение, биват контролирани от компютър.

Управление на модела. Компютърната симулация е система на софтуер и хардуер, която трябва да бъде развита и ръководена в съгласие със същите принципи на системи и софтуерно инженерство, които направляват и други приложения. Въпроси,

които не са пряко свързани със същността на симулацията, са много важни за бизнеса със симулации. От особена важност е привлекателният и удобен потребителски интерфейс. Системи, които са представяли просто текстови входящи/изходящи данни, дават път на такива с графичен потребителски интерфейс и много-измерно представяне на симулираното пространство. Управлението на конфигурацията на моделите спомага за стабилността на симулационната програма. Документацията предоставя постоянство на експертизата чрез записване на допусканията на модела, използваните алгоритми, събраната информация и резултатите от проверката за валидност. Това създава възможност полезният живот на даден модел да бъде удължен и дори понякога да надминава очакванията на фирмата производител. Създадена е цяла област от „архитектурни матрици", които пресъздават съществени компоненти и взаимодействия на цели семейства от симулации. Желанието е да бъде създадена структура, която да елиминира повторно производство и да подпомага многократната употреба на модули или компоненти, които предлагат обща функционалност и интерфейс в цяла фамилия от симулации.

Технически средстава. Симулациите, повече от другите науки, се влияят много силно от съвременните технологии. Алгоритмите и информацията, които се изискат за създаването на много сложен модел, обикновено превишават мощността на наличния хардуер и софтуер, необходими за пускането му. Програми за симулация стават все по-широкообхватни и по-полезни като директен резултат от напредъка в компютърната наука. Няколко от най-използваните технологии са описани тук.

Мрежи. Способността за провеждането на симулация през компютърна мрежа води до по-подробни, по-успешни, по-сложни и по-достъпни модели. Използвайки синхронизатор на събития и

разпространявайки съобщения между компютрите, става възможно един проблем да бъде посрещнат с голям брой традиционни компютри в мрежа. Разпространението на стандартизирани мрежи, комуникационните системи и други инструменти създават условия, в които симулации могат да бъдат провеждани на компютри, които почти изцяло покриват реалния свят и да произвеждат информация в реално време. Това до голяма степен размива границата между реалния и симулирания свят.

Паралелно изчисляване. Паралелното изчисляване, предоставя много от преимуществата на компютрите в мрежа, но прибавя и допълнителни характеристики. Някои проблеми могат да бъдат разделени в хиляди отделни процеси, но взаимодействията между тях са толкова чести, че мрежа, създадена за генерални цели, има забавяне, което силно увеличава времето за действие на симулацията. В тези случаи, паралелното пресмятане може да предостави тясното взаимодействие между процесор и памет, което дава възможност симулацията да бъде проведена доста по-бързо.

Изкуствен интелект. Представянето на човешкото и групово поведение е станало съществена част от общността на симулацията. Редица техники, развити под крилото на изкуствения интелект и познавателното моделиране, могат да решат някои от тези проблеми. Симулациите включват най вече броими състояния на машини, експертни системи, неутрални мрежи, базирани на специфични случаи данни, и генетични алгоритми, с цел да представят човешкото поведение с по-голяма вярност и реализъм.

Компютърни графики. Симулационните данни се представят много ясно в графични дисплеи. Фабрики и бойни полета могат да бъдат представени в тримерна анимация, използвайки техники за виртуална реалност и хардуерни устройства. Графичните

потребителски интерфейси предоставят лесно конструиране на модел, работа, информационен анализ, и информационно представяне. Тези инструменти дават нов и по-привлекателен имидж на симулацията, която до преди разчиташе само на въображението за визуализация. Това води често до по-добро приемане на моделите и техните резултати от страна на заинтересуваните страни.

База данни. Симулациите могат да генерират голямо количество данни, които ще бъдат анализирани, и често имат нужда от голяма по обем входяща информация, за да оперират. Наличността на обектно-ориентирана база данни е направила задачата на организирането и достигането до тази информация много по-ефективна и достъпна. Преди, от компаниите, разработващи симулационни модели се изискваше да създават свои собствени конструкции за съхранение на данните, както и командни езици, което беше причина за изместване от истинския фокус върху проучванията със симулации.

Библиотеки. Симулациите могат да бъдат групирани във фамилии, или множества, където едни и същи софтуерни архитектури могат да бъдат използвани, за да изградят цели класове от проблеми. Това откритие на т. нар. базисни симулации прави възможно капсулирането на определена функционалност, като този модел може да бъде доразвит до всичко, от модел на фабрика, до моделиране с цел намиране на оптимални въздушни пътища.

Световната мрежа. Развиването на интернет възможностите и световната мрежа е довело до експерименти със симулации, които или се разпространяват чрез интернет или са достъпни чрез него. Тези симулации използуват стандартни протоколи и допускат

разпространението на симулации през многочислени компютри, за които не е необходим пряк контрол от създадена за целта мрежа. Потребители на симулацията не трябва непременно да притежават компютрите, които провеждат симулацията. Вместо това, потребителят има достъп до тях чрез мрежата, може да подаде входящи данни, да контролира провеждането на симулацията и да получи резултатите от нея, без да притежава свое лично копие от симулационния софтуер или необходимия компютър за него.

Програмни езици и пакети. Голям брой симулационни езици и пакети са разработени изцяло с цел подпомагане на производителите на модели на системи. Тези програмни езици служат като общ ресурс за изграждането на софтуер за решаване на различни проблемни области. Сред тях са: FORTRAN, C, Pascal и Ada. Съществуват и специфични програмни езици, разработени с конкретна цел. Например, такъв програмен език е Simula. Той е първия специфичен програмен език за симулации, разработен от О. Дал и К. Найгард от Норвежкия компютърен център през 1967 год. Това е бил първия обектно-ориентиран програмен език предоставящ множество от класове, интерфейси, капсулиране на обекти и т. н. Този програмен език именно мотивира създаването на C++.

В настоящата дипломна работа ще бъдат имплементирани програми на модели за управление на инвестиционни портфейли в среда MATLAB. Причина за избора на този програмен език е големият диапазон на възможностите му, възможността за графична презентация на изходните данни, широкия спектър на вградени икономически, статистически и математически логаритми.

13. ЕТАПИ ПРИ ИЗГРАЖДАНЕ НА МОДЕЛИТЕ.

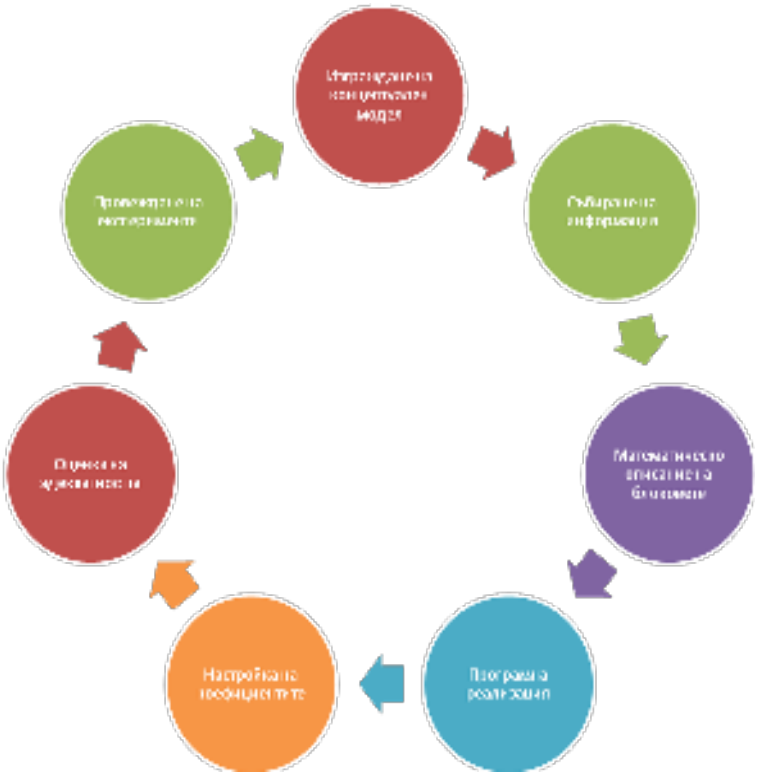
Компютърното моделиране е последователност от фази за решаване на специфични задачи по създаването на достоверен модел за изследване на обекта-оригинал. Независимо от особеностите на различните методи за моделиране разработването на компютърен модел може да се представи като обобщена последователност от абстрактни стъпки, дефиниращи методологичната схема на компютърното моделиране. Тя предвижда четири основни фази – формулиране на концептуален модел, проектиране на компютърен модел, уточняване на моделната адекватност, реализация на моделни експерименти и анализ на резултатите. По същество това е итерационна схема за последователно достигане на желаната достоверност на разработвания компютърен модел. Това включва и възможността за разработване на пълния молел чрез модификации с последователно усложняване, започвайки от опростен вариант. Такъв подход при моделирането се препоръчва при много сложни за описание обекти или когато липсва достатъчно информация за тях.

Основни етапи

1. Изграждане на концептуален модел;
2. Събиране на информация за реалната система;
3. Математическо описание на блоковете в модела;
4. Програмна реализация на модела;
5. Настройка на коефициентите и подбор на блоковете в модела;

6. Оценка на адекватността на модела;

7. Експерименти с модела и използуване на резултатите на моделирането.



13.1. Формулиране на проблема и създаване на концептуален модел.

1. Изграждане на концептуален модел

1.1. Формулиране на целта на изследването и постановка на задачата за изграждане на ИМСС.

1.2. Изработване на подробно описание на моделираната система.

1.3. Съставяне на списък на основните блокове на модела.

1.4. Текстово описание на отделните блокове на модела.

1.5. Съставяне на списък на променливите, характеризиращи поведението на изследваната система (и съответно на модела)

1.6. Разработка на блок-схема на модела, показваща входните и изходните променливи за всеки блок, както и взаимните връзки между блоковете.

1.7. Определяне на наблюдаваните променливи на съответната система (и съответно модела), т. е. тези променливи, по които ще се извършва оценката за близост между поведението на модела и изследваната система.

1.8. Определяне на критериите за оценка на адекватността на отделните блокове в модела и на модела като цяло.

1.9. Проверка на концептуалния модел.

1.10. Документиране на концептуалния модел.

Първата фаза на компютърното моделиране е свързана с уточняване на задачата и целите на моделното изследване, както и вземане на решения относно използваните методи и средства. На този етап трябва точно и ясно да се дефинират обектът на моделирането, изходните условия и хипотезите на изследването,

както и да се определят критериите за оценка на моделната ефективност. Във фазата на формулирането се разработва концептуалният модел – описание и дефиниране на проблема в абстрактни термини и понятия. Обикновено това е словесно описание, дефиниращо предназначението, структурата и функциите на модела, основните режими на работа, приетите апроксимации, диапазона на променливите, критериите за ефективност, очакваните резултати от моделирането и областта на приложението.

Дефиниране и анализ на задачата. Включва ясно определяне на основната задача и планиране на действията за нейното решаване. Дефинирането на задачата цели да даде обща представа за решаваните проблеми, обема на провежданите действия и евентуалното оформяне на подзадачи. Последното е свързано с декомпозиране на задачата, която може да продължи и на следващо ниво. Броят на нивата на декомпозиция се определя от сложността и изискванията, поставени към концептуалния модел. Освен това общата формулировка на задачата трябва да включва и процедурата за нейното решаване. От друга страна, първоначалната концепция може да бъде доуточнявана в резултат на провеждания през цялата фаза анализ, свързан с избора на моделните параметри, определяне на критериите за ефективност, уточняване на апроксимациите при реализация на моделите и др.

Първата стъпка при развиване на симулация е точното дефиниране на проблема, който трябва да бъде решен чрез разработването на модел. Целите и изисквания на проекта трябва да бъдат изложени заедно с определената точност, която се очаква от резултатите. Трябва да бъдат дефинирани границите между проблемната област и обграждащата я околна среда. Определянето на точния обхват на проблема е от много голямо значение, тъй като

не може да бъде изграден модел, без ясно определяне на очакваните резултати.

След като проблемната област е опредена, могат да бъдат дефинирани един или повече подходящи концептуални модели. Това включва определяне на алгоритмите, които ще бъдат използвани, за да се пресъздаде системата, необходимите входящи данни, както и какъв тип изходящи данни ще бъдат генерирани. Допусканията, които са направени за системата, се документират в тази фаза, както и възможните ефекти от тези допускания върху резултатите или точността на симулацията. Трябва точно да се дефинират ограниченията, така че симулацията да може да се използва по подходящ начин.

Първоначалната концепция за модела се изгражда в съзнанието на разработващия го, за което той трябва да има достатъчно дълбоки познания за изследвания обект. Важно е не само какво да бъде включено в модела, но и кои страни или елементи могат да бъдат пренебрегнати, така че да се получат достоверни резултати за конкретно изследване. Формулирането на концептуалния модел определя нивото на детайлизация (декомпозиране на системата) при дефиниране на статичната структура на модела, както и определяне на функционалните процеси, отразяващи най-точно динамиката в изследваната система. Фазата на формулирането включва следните последователни стъпки:

Изграждането на ИМСС е итеративен процес. Съответно концептуалният модел се изменя, уточнява и усъвършенства непрекъснато, в зависимост от получаваните в следващите етапи резултати, събраната информация, натрупания опит и пр.

В началните стадии от изграждане на един модел обикновено се наблюдава тенденция към пре-усложняване на модела и включване на излишни елементи

Концептуалният модел включва описание на количеството време, брой персонал и оборудване, които се изискват за създаване на модел и работа с него. Всички възможни модели са сравняват, променят се определени части от тях, докато не се вземе единствено решение, което да удовлетворява изискванията на проблема и за което могат да бъдат конструирани алгоритми и може да се придобие необходимата входяща информация.

Определяне на основното съдържание на модела. Свързва се с прилагания метод за моделиране, като отчита особеностите на реалната среда, поставената задача и средствата за нейното решаване. Реалната среда е съвкупността от операции, средства и взаимоотношения за реализация на реалните процеси и предоставя изходния материал за моделирането. Подпомага намирането на отговор за възникващи при решаване на задачата въпроси, свързани с типа на реализираните функции и тяхната апроксимации, влиянието на основните фактори върху работата на системата, детерминираността на процесите и пр. Правилните отговори определят достоверността на модела, отчитайки фактора време и наличните ресурси. Това е свързано и с правилен подбор на необходимите технически и технологични средства за решаване на задачата в зависимост от нейната цел и отношението й към реалния свят. Резултатите от този подетап включват: формулиране замисъла на модела, описание на реалните процеси, избор на апроксимации и тяхното обосноваване.

Определяне на моделните параметри и променливи и избор на критерии за ефективност. Преди създаване на

математическото описи ние на модела е необходимо да бъдат определени основните и допълнителните системни параметри (първични и вторични фактори), както и входните въздействия и изходните реакции (моделните променливи). Те отразяват структурата на моделираната система и динамиката на протичащите процеси, като влияят върху проектирането на бъдещия план на моделното експериментиране чрез възможностите за тяхното управляване или следене. За достигане на висока точност на математическия модел е необходимо да се определят значимите параметри, както и влиянието на несъществените към цялостната работа на системата. За всеки моделен параметър или променлива трябва да има описание, което да включва избрания символ, дименсия, диапазон на промяна, характеристики (еднозначен или многозначен, управляем или наблюдаем и др.), приложение в модела, източник на параметъра или променливата. Съвкупността от параметри и променливи представя характеристиките на изследваната система. За определяне на тяхната ефективност при описанието е необходимо да бъдат уточнени съответни критерии. Това означава да се дефинират подходящи функционални зависимости, представящи реакцията на системата при промяна на моделните параметри и променливи. Една такава функция може да бъде зададена аналитично или графично.

Абстрактно описание на модела. Фазата на общото формулиране на задачата завършва със създаване на абстрактен модел, представляващ описание на концептуалния модел в избрана система от абстрактни термини и понятия. Резултатите от предходните стъпки намират своето място в абстрактното описание, използвано за реализация на математическия модел. Важен момент е обосноваването на апроксимациите и приетите хипотези и

допускания, крито могат да се отразя върху формата и смисъла на абстрактното описание. Необходимо е точно да се посочат детерминираните и вероятностните характеристики и възможностите за замяна на някои от тях с осреднени стойности. Абстрактното описание трябва да включва и проверка за достоверност на концептуалния модел. Тази задача е сложна преди всичко поради самата абстрактност на описанието, но независимо от това съществуват някои достатъчно ефективни методи за решаването ѝ. Един от тях е изпълнението в обратен ред на действията, довели до абстрактния модел. Така може да се достигне отново до реалния обект, като резултатът може да се сравни с началния вариант. Изводите ще дадат оценка за адекватността на концептуалния модел и неговото абстрактно описание.

При създаване на логическата блокова схема на модела се използват два типа модули - основни и помощни. Основните модули представят базовите елементи в структурата на моделирания обект, специфичните операции при функционирането и логиката на управление на процесите. Помощните модули обикновено имат универсално предназначение и не са свързани със спецификата на конкретния модел. Примери за такива блокове са различните генератори на случайни числа и разпределения, датчици за регистрация на събития, средства за натрупване и обработка на статистически данни, блокове за управление на моделното време и пр. В логическата блокова схема трябва да се използват ясни формулировки и символи, изразите и математическите зависимости трябва да съдържат достатъчно информация за еднозначното им определяне. Това включва и ясно указване на изпълняваната функция за всеки блок, което ще облекчи следващото програмиране.

13.2. Събиране на информация за моделираната система.

2. Събиране на информация за реалната система

2.1. Проучване на съществуващите нормативни документи и литературни източници.

2.2. Допитване до специалисти, познаващи реалната система.

2.3. Проучване на съществуващи в реалната система документи.

2.4. Подготвяне на таблица на наблюденията, съдържаща динамичните редове на наблюдаваните променливи (необходима за настройката на модела)

2.5. Събиране на данни за входните и изходните променливи на отделните блокове (необходими при синтез на техните математически описания).

2.6. Оценка на обема количеството на събраната информация.

След като моделът вече е избран следва да бъде събрана входящата информация за него. Това е труемък етап и събирането на такава информация може да окаже тежка задача. Такива данни могат да бъдат събрани от поведенията на работещи системи, информация от статистически иследвания или разпределния, както и на детерминирана случайна база. Събраната информация ще служи за параметрите на модела както и за самите поставени алгоритми.

В момента, в който е взето решение за модела, който ще бъде използван, информацията, която се изисква за създаването и оперирането с модела, трябва да бъде събрана. Това включва информация, която ще служи като входящи параметри, ще помага

на развитието на алгоритмите и ще оценява действието на симулационните експерименти. Тази информация включва известните поведения на работещи системи, както и информация за статистическите разпределения на случайните варианти, които ще бъдат използвани. Събирането на точна входяща информацията е една от най-трудните фази на симулационния процес и най-податлива на грешки и неточности.

Уточняване на изискванията към началната информация. Това е информация, чрез която се получават количествени и качествени изходни данни за разработвания модел. Изисква се уточняване на типа на необходимата информация, как може да бъде получена и чрез какви методи да бъде обработена. Едва след решаването на посочените въпроси може да се премине към непосредственото натрупване на необходимата информация. Това може да стане чрез преглед на литературни, периодични и каталожни издания: анализ на различни източници на информация, документи и отчети; анализ на експериментални данни; консултации със специалисти и експерти. Ако непосредственият достъп до информацията е затруднен или невъзможен, трябва да се намери начин за замяната ѝ с подходящи данни, например чрез допълнителни експерименти или чрез използване на други молели. Натрупаната информация трябва ла бъде оценявана в зависимост от целта на създавания модел. Почти винаги голяма част от нея се оказва ненужна за конкретното приложение. Освен това не винаги е представена в удачен вид, което налага нейната предварителна обработка и анализ.

Приемане на хипотези и допускания. Налага се при отсъствие на достатъчно информация за реализацията на модела. Хипотезите се отнасят за типа на възможните изходни резултати или средата, в която се развиват процесите. Допусканията заменят

липсващите данни или тяхната непълнота. Обикновено това е свързано с опростявания, които не изменят съществено моделираната среда. При формулиране на хипотезите и допусканията трябва да се отчетат факторите: количеството налична информация и нейната приложимост за конкретното моделиране; подзадачите, за които няма достатъчно начална информация; ресурсите за решаване на задачата; очакваните моделни резултати. В процеса на експериментирането хипотезите и допусканията могат да се потвърдят или отхвърлят.

При моделиране на стопански системи, липсата на необходима информация е обичайно явление, което, обаче, затруднява изграждането на ИМСС. Често недостигът на информация налага изменения на концепцията на модела. Осигуряването на информация е един от най-важните практически проблеми.

13.3. Синтез на математическите описания на блоковете в модела.

3. Математическо описание на блоковете в модела;

Основните етапи при синтезиране на математически описания са:

3.1. Предварителен анализ на реалните данни за изследвания блок.

Анализират се статистическите свойства, динамиката, тенденциите и взаимозависимостите на динамичните редове на входните и изходните променливи на изследвания блок.

3.2. Проучване на съществуващите теоретични схващания.

Обикновено съществуващите знания сдават само начална ориентация на вида на математическото описание за даден блок. Окончателно определяне на това описание само въз основа на съществуващите знания се отдава в редки случаи.

3.3. Определяне на математическото описание на някои блокове на основа на съществуващата нормативна база.

3.4. Определяне на математическото описание на някои блокове на базата на мнения на специалисти.

3.5. Синтез на математическото описание на част от блоковете на модела по данни за техните входни и изходни променливи, чрез традиционните статистически методи.

3.6. Синтез на математическото описание на част от блоковете на модела по данни за техните входни и изходни променливи в хода на многоредни селекционни процедури.

3.7. Проверка на адекватността на полученото математическо описание.

Едно математическо описание е адекватно тогава, когато осигурява максимална близост между реалните и изчислените данни, съответства на теоретичните знания за моделираните процеси и при равни други условия, има най-простата математическа форма.

Математическият модел дава формализирано описание на статичната структура и функционалните процеси на изследваната система и предоставя апарат за аналитичното й изследване. Разработването на математически модел зависи от съставения абстрактен модел на обекта и целта на изследването, като в общия случай това е някакво формализирано описание в явен вид на зависимостта за множеството на характеристиките, в което са включени множествата на външните въздействия и на системните параметри, функционалните алгоритми за поведението на обекта и времето. Така неявно дефинираната в първата фаза концепция за протичащите процеси тук намира конкретно математическо описание в явна форма на аналитичните зависимости.

Едно такова представяне е свързано с първоначална подготовка на изходните фактически данни, които в по-голямата си част са случайни величини, както и с подбор и уточняване на законите за тяхното вероятностно разпределение. В общия случай математическият модел е описание чрез подходящи аналитични или вероятности уравнения на абстрактния модел и приетите апроксимации на функционални зависимости за протичащите в реалния обект процеси на базата на въведените допускания и хипотези. За целта могат да се използват известни формули, зависимости или закони, както и да се създават чрез тях уравнения за конкретни параметри.

За определени класове от системи има разработени схеми за формализация и математически методи за функционално описание, някои от които допускат дори и аналитично изследване. Такива средства са автоматното и теоретикомножественото описаните, графите и диаграмите на преходите, стохастичните мрежи и системи за масово обслужване и др. За тях има разработени подходящи математически апарати, позволяващи точно и ясно описание на специфичните структурни елементи на абстрактния модел и представяне чрез явни математически зависимости на протичащите процеси.

След като вече има събрана достатъчна информация и моделът е определен е време той да бъде изграден и конструиран. В тази стъпка биват изграждани самите математически описани, разработват се алгоритмите, въвеждат се коефициенти. Разработването на алгоритмите трябва да бъде съобразено и с определените допускания и ограничения за модела дефинирани в етап I

Математическото описание на даден блок от модела дава връзката между изходните и входните променливи на този блок. То може да представлява отделно уравнение, система от уравнения или изчислителна процедура.

При моделирането на сложни системи обикновено съществуващата информация не е достатъчна за пълно математическо описание на всички блокове. Така че за дадени блокове съществуват по няколко различни хипотези за математическите им описания, а за други не достига дори за изграждането на една хипотеза.

Ако видът на описанието е вече определен по теоретични съображения и се разполага с необходимите данни, коефициентите могат да бъдат оценени с помощта на статистически методи.

Програмният модел е реализация на математическото формално описание в дадена езикова и операционна среда за моделиране. За целта се избира метод за моделиране и подходящи технически и технологични средства за компютърна реализация. Характерни са два етапа:

а) уточняване на структурата на модела, свързана със създаване на логическа блокова схема за ясно, еднозначно и конкретно реализиране на математическия модел;

б) програмиране на модела – представяне на логическата блокова схема в термините на избрания език за програмиране.

Уточняването на структурния модел е свързано с декомпозиране на общата функция на подфункции, всяка от които може да бъде описана като отделен модул в програмната реализация. Този подход позволява използването на стандартни модули, лесното описание, модифициране и разширяване, както и удобната проверка на работоспособността на програмния модел.

13.4. Програмна реализация на модела.

4. Програмна реализация на модела.

4.1. Съставяне на блок-схема на програмата.

4.2. Съставяне на пълен списък на променливите и масивите на програмата.

4.3. Проверка относно възможността за използване на готови програмни блокове.

4.4. Програмиране на алгоритмичен език.

4.5. Изчисляване на грешките и тестване на програмата.

4.6. Документиране на готовата програма.

Симулационният модел се конструира на база на определеното решение за модел и събраната информация. Математическите и логическите описания на истинската система се кодират във форма, която може да бъде възприета от компютър. Създаването на компютърна симулация, както и всеки друг програмен продукт, трябва да бъде направлявано от принципите на софтуерното инженерството.

Програмната реализация на модела по същество е задача за създаване на едно програмно приложение, решаването на която се подчинява на технологичните принципи на програмирането. В значителна степен първите две фази от моделирането покриват основните етапи от жизнения цикъл на програмното разработване (анализ, спецификация, проектиране на общата структура, проектиране на модулите, програмна реализация, тестване на модулите, интегриране на модулите с общо тестване). В този смисъл програмирането на модела е описание на концептуалния и математическия модел чрез езиковите средства на избрана

програмна среда, предназначена за конкретна компютърна система. При избор на техническите и технологичните средства се оценяват възможностите на езика за описание на конкретния модел, достъпността на компютърните средства за реализация на експериментите, възможностите за бързо получаване на достоверни резултати при минимални загуби на време и средства и др. Конкретните изисквания относно създавания компютърен модел се отразяват върху избора на универсален програмен език (процедурен или обектно-ориентиран) или на специализиран проблемноориентиран език, предназначен за описание на определен тип модели.

Преходът от структурния модел към програмната реализация включва разработване на непосредствения алгоритъм и неговото програмиране, както и проверка на тяхната достоверност. Блоковата схема на алгоритъма може да не повтаря явно логическата структура, но трябва да реализира точно протичащите процеси при конкретното програмно изпълнение. За целта трябва да има пълно съответствие между операциите в алгоритъма на програмата и аналогичните действия в структурния модел.

За проверяване на достоверността на програмния модел могат да бъдат използвани подходящи тестове както за отделните модули, така и за цялата програмна реализация. Тестовете трябва да са сравнително прости, но и достатъчно ефективни при проверка на математическите изчисления и логиката на общото управление на процесите.

Това трябва да бъде извършено на определен програмен език/език на моделиране и вкарано в компютър. Вкарването в компютър позволява използването на неговата изчистлителна мощ за целите на модела. Същинското вкарване става посредством

определен софртуер, който е подходящ за целите и характеристиките на модела и има възможноста да работи с избраният език на моделиране.

Целесъобразно е всички блокове на модела да се програмират самостоятелно и да се вместят в една неизменна структура, независеща от изграждания модел. Тази структура, заедно с вариантите на блоковете е удобно да се оформят във вид на програма, която осигурява за всеки блок от модела да има по няколко хипотези.

Използва се изготвения (и модифициран до сега) концептуален модел. Всеки блок от модела отговаря на блок от програмата. Съставят се пълен списък на променливите и масивите на програмата.

13.5. Подбор на блоковете и настройка на коефициентите.

5. Настройка на класификациите и подбор на блоковете в модела

5.1. Определяне на смислените комбинации от хипотези за блоковете на модела.

5.2. Съставяне на списък на настройваните коефициенти и предварителна оценка на стойностите им по априорни данни:

- определяне на границите на изменение на коефициентите;
- определяне на началната стойност на настройваните коефициенти;
- определяне на ограничителните съотношения между коефициентите на модела

5.3 Подбор на блоковете в модела

5.4 Настройка на коефициентите на модела.

5.5 Оформяне на резултатите в удобен за използване вид.

5.6 Документиране на синтезираните модели.

Настойката на коефициентите е последната фаза от този етап и е последваща от валидацията и експериментирането с модела. Определен модел може да се характеризира с множество коефициенти или да бъде изграден повече от променливи. Настойка и на двата елемента може да бъде необходима, ако бъде идентифицирана след горните фази. Причина за необходимост от настойка може да бъде прекаленото отклонение на модела от реалната система при неговото изграждане, идентифициране на неточности в ограниченията и др.

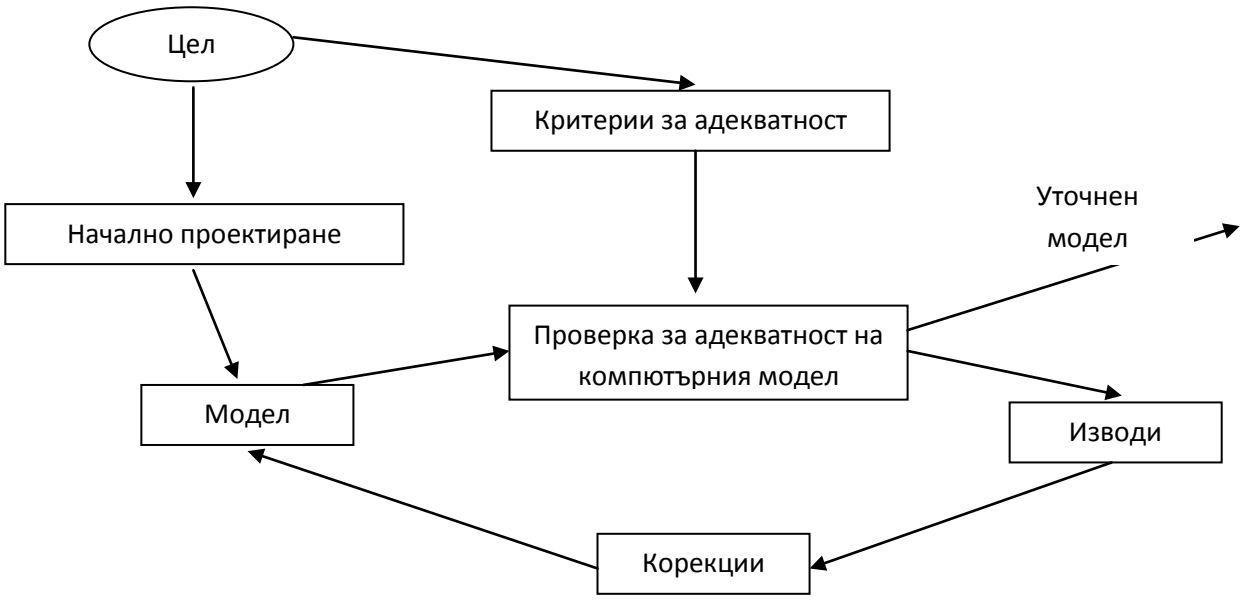
В този етап се провеждат и експерименти с модела. Те представляват частни тестове на математическите описания и алгоритми и поставянето им пред екстремни условия или такива чийто резултат е едноличен, за да бъдат проверени. Експериментът е различен от симулацията и е по-скоро частен случай на проиграването, тъй като в него се тестват само опредлени аспекти на модела, който са подложени на съмнение, имат ключова роля в системата или се характеризират с голяма комплексност.

13.6. Оценка на адекватността и избор на окончателен вариант на модела.

6. Оценка на адекватността на модела.

Целта на предвидените в тази фаза действия е цялостното валидиране на проектирания компютърен модел и потвърждаване на неговата адекватност. За тяхната ефективност съществена роля имат оценките на текущата адекватност в предходните две фази, особено за концептуалния и математическия модел. В този смисъл тук се обръща по-голямо внимание на достоверността при програмната реализация на модела, като конкретните извода могат да доведат до промени в резултатите от предходните фази. В общ план фазата може да се представи като итеративна процедура, допускаща няколкократно модифициране на разработвания модел. Целта е достигане на устойчивост на модела - достоверни резултати за цялото множество стойности на входните параметри.

Итеративност на фаза „Уточняване”



Основната проверка за достоверността на модела е доколко точно той отразява реалния обект и как осъществява регистрацията на необходимите данни. В общия случай компютърният модел е съвкупност от отделни структурни елементи, математически уравнения, изрази и зависимости. Използването на елементи с доказана достоверност (например потвърдени уравнения за математически и природни закони) осигурява адекватността на целия модел. Включването на един недостоверен елемент може да доведе до фатални резултати за цялостната адекватност на модела.

Адекватността на отделните блокове са само необходимо, но не и достатъчно условие за адекватността на целия модел. Окончателна оценка може да се направи само след завършване на процеса на настройка на модела. Ако модела бъде оценен като неадекватен, е необходимо да се направят корекции в концептуалното му описание и да се започне нова итерация по изграждането му. След доказване на адекватността му, моделът е готов и може да се пристъпи към неговото използване.

Оценката за адекватност трябва да бъде комплексна т. е. да се базира на голям брой различни критерии. Задължително трябва да се извърши оценка на точността на възпроизвежданите от модела на досегашното поведение на реалната система и на точността на модела в режим на прогнозиране.

Моделът се оценява първоначално по своето съответствие с емпиричната информация. В случай, че моделът противоречи на наблюденията, т. е. показва поведение на системата, което не може да съответства на действителността, моделът трябва да бъде променен или отхвърлен. Но само показвайки адекватно поведение на системата не е достатъчно условие даден модел да бъде приет

като валиден. Съществуват редица други фактори, които трябва да бъдат разгледани с цел оценяване на даден модел, сред които са:

- Способността да обясни минали наблюдения
- Способността да предвиди бъдещото поведение на системата
- Способността да контролира събитията
- Цената на употребата на модела
- Възможността да бъде установена степента на точност
- Простотата (разбираемост) на модела

Положителните отговори на поставените въпроси свидетелстват за достоверен модел, правилно отразяващ структурата на изследвания обект и динамиката на функционалното му поведение. Частични отговори по някои от поставените въпроси могат да се получат още в предишните фази. Така например отношение към първите два въпроса имат формулировката на задачата, създаденият концептуален модел и неговото абстрактно описание. Третият въпрос е свързан с правилността на математическите уравнения, използвани при създаване на математическия модел. Това включва и съгласуваност на размерността на структурните данни и дименсиите на моделните параметри. Функционалният алгоритъм е преходът от структурния модел (създаден на базата на абстрактното описание и математическия модел) към програмната реализация и представлява ключов момент за достоверността на компютърния модел. Отношение към него има четвъртият въпрос, който се свързва и с непосредственото програмиране в избраната среда. Един подход за потвърждаване достоверността на програмния модел е обратното му преобразуване (от независим експерт) в

блокова схема и сравнение с началния функционален алгоритъм. Последният въпрос е свързан с изпълнение на програмния модел за избрани контролни примери, които включват проверка на изходните резултати за съществени операции в модела.

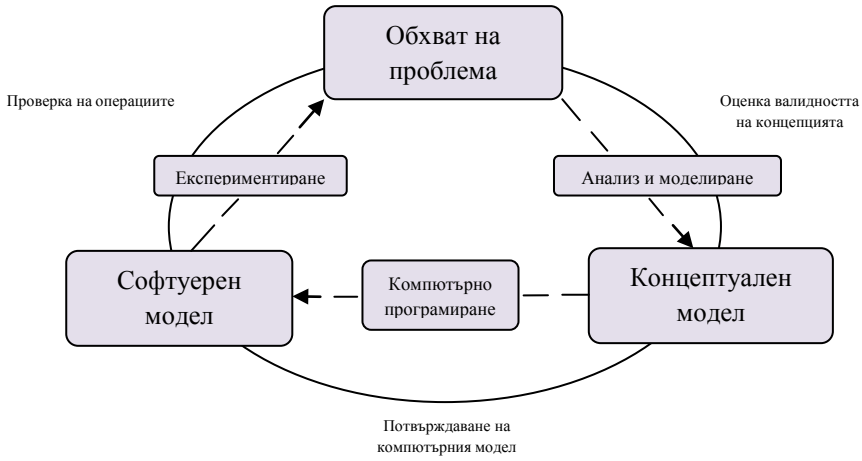
Валидацията на модела е следващата важна стъпка в неговото пълно изграждане. Това е процес, в който се проверятва дали въведените математически описания, алгоритми, дефинирани ограничения и допусканията, който вече са имплементирани в модела са коректни и могат да фукционират като едно цяло. Самият модел може да достигне ниво на много сложна система и връзките в него да се хакартеризират с голяма комплексност – всичко това предпоставя дори и малките грешки при неговото изграждане да провалят реалноста на модела. Чрез валидация на компонентите и елементите се подсигурява, че те са правилно поставени и конструирани.

Валидацията също е проверка за това дали моделът е конструиран съобразно проблемите, които той има за цел да реши. Възможно е да бъдат възникнат оклонения при самото разработване на модела и това да се отрази в целите, които той е способен да достигне. Тази стъпка подсигурява това, че моделът е правилно изграден и има възможност да реши предварително поставените пред него задачи в първият етап.

Тази проверка служи също за потвърждение дали избраният концептуален модел е всъщност най-подходящият. На този етап може да бъде потвърдена неговата достоверност и съответствие с реалната система чрез изпълнението на по-опростени тестове и сравнение с познати и сходни данни и системи. Това ще докаже, че концептуалният модел е най-правилният измежду всички алтернативи да възпроизведе натурата на изследваната система.

Проверката, потвърждаването на валидността и признаването на модела (Verification, validation, and accreditation) са съществена фаза за потвърждаване, че алгоритмите на модела, входящите данни и допусканията, заложени при изграждането, са точни и решават проблема, дефиниран в началото на процеса. Тъй като симулационният модел и данните от него са закодирани концепции, които трудно могат да бъдат точно дефинирани, лесно може да бъде създаден модел, който е или неточен или решава проблем, различен от този, който е бил първоначално определен. Процесът по проверка, потвърждаване на валидността и признаване на модела е създаден да идентифицира тези проблеми преди моделът да бъде конструиран.

Процес по проверка, потвърждаване на валидността и признаване на модела



Проверката е процес на установяване, дали концептуалният модел отразява аспектите на проблема, които трябва да бъдат анализирани и дали изискванията на проучването могат да бъдат удовлетворени. Проверката също така се използва, за да се определи дали операциите в крайния софтуерен модел отговарят на реалния свят, като това обикновено се прави чрез експериментиране и сравнение с множество от добре познати данни. Потвърждаване на валидността е процесът на определяне

дали софтуерният модел отразява точно концептуалния модел. Признаването на модела е официалното одобрение на софтуерния модел за определено предназначение. Един модел с определено предназначение може да бъде неподходящ за друго, въпреки че е признат за валиден що се отнася до дизайн.

13.7. Използване на изградения модел. Провеждане на моделни експерименти.

7. Експерименти с модела и използуване на резултатите на моделирането.

7.1. Определяне на типа на експериментите и диапазона на изменение на варираните параметри.

7.2. Съставяне на план на експериментите.

7.3. Програмиране на управляваща програма за провеждане на експериментите.

7.4. Провеждане на експериментите.

7.5. Оформяне на резултатите.

7.6. Анализ на резултатите и изводи.

1) Планиране на моделен експеримент. Включва определяне на стойностите на параметрите, входните данни и техните комбинации, с които трябва да се извършват изчисленията, или при които да се изпълни моделът. Правилно съставеният план на експеримента дава възможност за получаване на максимален обем информация при минимални разходи на машинно време. Входните променливи на модела обикновено се определят като стохастични. Всички моделни променливи са наблюдаеми (достъпни са за измерване) и входните променливи са управляеми.

Изборът на определен план на експеримента зависи от това, какви резултати се очакват от моделирането. За получаване на икономичен и достатъчно ефективен план обикновено се използват статистически методи. Статистическият план включва:

- избор на стойности за управляемите фактори при провеждане на експериментите;
- определяне на подходящ начин за формиране на статистически извадки за наблюдаемите фактори;
- уточняване на необходимия брой повторения на експеримента.

При повечето експерименти интерес представлява влиянието на множество от фактори (входни въздействия, параметри, променливи). В този случай са възможни два основни подхода:

а) еднофакторен план, позволяващ вариране на стойностите за един избран фактор при произволни комбинации от другите фактори, приемани за постоянни;

б) многофакторен план, използващ методите на факторния анализ – случайна извадка, рандомизиран план, систематична извадка, статистически независим (ортогонален) план, метод на случайния баланс и др.

В статистически аспект планирането на моделния експеримент трябва да подсигури следното:

а) получаване па неизместени оценки за влиянието на различни фактори при различни работни условия;

б) отстраняване на възможностите за съвместно влияние между наблюдаемите фактори;

в) адекватна оценка за допустимата експериментална грешка;

г) да осигури минимално възможна корелация между останалия величини и др.

2) Осъществяване на експеримента. Предполага следните дейности:

а) подготовка на входните данни;

б) компютърна реализация на експеримента;

в) получаване и първична обработка на моделните резултати.

Моделният експеримент трябва да се извърша на два подетапа – *контролен* и *работен*. Контролното моделиране има за цел да провери работоспособността на модела да определи чувствителността на резултатите към изменението на параметрите на модела и входните данни и да даде ориентировъчна оценка на необходимото време за работа. В работния подетап се реализира истинският моделен експеримент и се получават резултатите от изследването.

Контролното моделиране е още една възможност за проверка на достоверността на съставения програмен модел. Целта е да се потвърди, че предвидените операции и действия се изпълняват вярно и изходните променливи реагират на изменението на входните параметри. За проверка на чувствителността на модела може да бъде приложен частичен случаен план с избор на изходни параметри и анализ на тяхната промяна с избор на входни въздействия.

При работното моделиране се изпълнява разработеният план на експеримента. За целта входните данни трябва да бъдат правилно комплектовани при всяко поредно изпълнение. От значение е дали междинните резултати ще бъдат съхранявани, нулирани или натрупвани при последователните експерименти. Експериментирането продължава до пълното изпълнение на плана. В самия план трябва да са решени въпросите с техническото осигуряване на експериментите, например изискванията към изходните устройства за съхраняване и документиране на

резултатите, средствата и начина за въвеждане на входните данни (директно от оператор, от файл, от друг модел) и др.

Анализ и интерпретация на моделните резултати. Провеждането на моделните експерименти води до натрупване на голямо количество експериментални данни, които подлежат на анализ и обработка за получаване на оценки за изследваните системни характеристики и моделни параметри. Така се определят двете основни страни на заключителния етап от компютърното моделиране - анализиране на информацията от моделирането за получаване на оценки и тяхната интерпретация чрез подходящи средства.

Анализ на резултатите и оценки. Анализът на резултатите от моделирането позволява да се уточни множеството от информативни параметри, както и съдържанието на формираните от експериментите извадки. Най-използваните методи за основен анализ на резултатите от моделното изследване са на базата на статистическата обработка на данните:

- корелационният анализ установява връзката, между две или повече случайни величини;
- регресионният анализ изследва причинната взаимовръзка при количествени фактори;
- дисперсионният анализ се прилага за установяване на относителното влияние на различни фактори върху стойностите на входните характеристики.

В резултат на провежданите анализи се получават различни оценки за системните характеристики и параметри на моделирания обект. За оценка на стохастичните променливи могат да се формират честотни хистограми, а при наличие на линейна връзка и

нормален закон на разпределение - чрез изчисляване на коефициентите на проста и множествена корелация. Ако моделната променлива е случайна величина, функция на времето, за нея могат да се дадат оценки за средна стойност, математическо очакване, оценка на дисперсията и др.

Интерпретация на моделните резултати. Обикновено анализът на данните и получените оценки се представят в подходящ вид — таблици, хистограми, графични зависимости, диаграми. Съвременните програмни системи за моделиране или тези, използвани за математическа обработка на информацията, разполагат с добри графични средства за визуализация на моделните резултати и подходяща графична интерпретация на получаваните оценки. Независимо от това за отразяване на специфичната същност или определени аспекти на изследвания обект може допълнително да се направи графично представяне. При избор на подходящите графични средства съществено значение имат приложеният математически метод за анализ на данните и илюстративните възможности. Очевидно е, че графичната зависимост в подходяща координатна система ще даде по-добра илюстрация на една функция от табличната интерпретация.

В голяма степен тези заключителни действия се определят от субективните умения и представи на експериментиращия, свързани с оформяне на окончателните резултати и оценки, както и с възможностите за получаване на изводи от тях.

В тази фаза се подбират най-продуктивните и точни методи, за да може извършването на симулацията да създаде желаните отговори. Могат да бъдат използвани статистически техники, за да се проведат експерименти, които да дават най-точните и

некомпрометирани резултати с минимум провеждания на симулацията. Когато провежданията на симулацията са скъпи и костват много време, експерименталният дизайн може да бъде много подходящ при сравнително ниска цена и за кратък период от време.

Това е процесът по пускането в действие на замисления, конструиран и потвърден модел и експериментиране с него. Пускането на симулацията генерира изходяща информация, която спомага за решаването на предварително поставения проблем. В случая на метода Monte Carlo например може да са необходими стотици или хиляди експерименти, за да се достигне до статистически надеждни резултати. Едновременно с пускането на модела, получената информация е събрана, организирана и сортирана. Този процес се смята обикновено за част от модела, но трябва да се разглежда отделно, тъй като е възможно изходните данни да бъдат променени без да се променят алгоритмите или дизайна на модела.

Информацията, която е събрана по време на пускането на симулацията, може да бъде твърде обемна и да се отнася за различи времеви периоди. Трябва да бъдат направени подробни анализи, за да се извлекат дългосрочните тенденции и за да се дадат отговори на тези въпроси, заради които е конструирана симулацията. Анализът може да доведе до систематизиране на информация в табличен или графичен вид, вид на карта, анимация, както и във формата на текстово резюме. Съвременните потребителски интерфейси са много развити в това отношение, като данните се презентират във форми, лесно разбираеми от разнородна публика.

Анализа на данните много често може да се окаже най-трудоемкият процес и изискващ най-много време като ресурс. Крайните данни могат да бъдат твърде обемни особено, ако броят на симулациите е голям. За да бъдат взети крайните решения е необходимо те да бъдат сортирани и разпределени по подходящ начин. Използването на графики и таблици често се оказва добър метод за прилагане в тази фаза. Крайният продукт може и да бъде визуализиран чрез компютърна анимация, която по-лесно да се приема от широката публика без тя да бъде обременявана с големият обем от събрани данни.

Резултатите от симулационното проучване трябва да бъдат документирани и разпространени между заинтересованите лица. Тези лица трябва да установят до каква степен симулацията е отговорила на специфичните въпроси, както и какви евентуални насоки за подобрения могат да се дадат. Освен сведения за изследваната система, резултатите от експериментите могат да дадат полезни съображения за бъдещо усъвършенстване на модела.

Симулационните модели са скъпи и трудни за конструиране. Поради тази причина, веднъж построен даден модел, бива модифициран за други аналогични проекти, като се удовлетворяват нови изисквания, създава се за нови потребители и целия процес по разработването се пресъздава многократно.

14. СИНТЕЗ НА ЕДНОФАКТОРНИ И МНОГОФАКТОРНИ МОДЕЛИ.

14.1. Синтез на математическо описание на модела.

Математическото описание на модела дава връзката между изходните и входните му променливи. То може да представлява отделно уравнение, система от уравнения или изчислителна процедура.

Ако видът на описанието е вече определен по теоретични съображения и се разполага с необходимите данни, коефициентите могат да бъдат оценени с помощта на статистически методи.

Основните етапи при синтезиране на математически описания са:

1. Предварителен анализ на реалните данни за изследвания модел.

Анализират се статистическите свойства, динамиката, тенденциите и взаимозависимостите на динамичните редове на входните и изходните променливи на изследвания блок.

2. Проучване на съществуващите теоретични схващания и определяне на вида на модела.

Обикновено съществуващите знания дават само начална ориентация на вида на математическото описание за даден блок. Окончателно определяне на това описание само въз основа на съществуващите знания се отдава в редки случаи.

3. Синтез на математическото описание на модела по данни за техните входни и изходни променливи, чрез традиционните статистически методи или в хода на многоредни селекционни процедури. .

4. Проверка на адекватността на полученото математическо описание.

Едно математическо описание е адекватно тогава, когато осигурява максимална близост между реалните и изчислените данни, съответства на теоретичните знания за моделираните процеси и при равни други условия, има най-простата математическа форма.

14.2. Еднофакторни и многофакторни модели.

Еднофакторни модели

Еднофакторните модели са най-простият вид модели. Те могат да се оприличат на времевите прогнозиращи функции, но вместо да се отчитат поредните номера на периодите, се взимат реални данни отнасящи се до един независим параметър, наречен още фактор.



Еднофакторният модел може да се представи като линейна или нелинейна функция на независимия фактор.

Y(x)=a+b. x

където:

a – свободен член

b – факторен коефициент (наклон на зависимостта)

x – независим фактор

Като примери за други често използвани във финансите еднофакторни модели, могат да се посочат:

- полиномиален еднофакторен модел

$$F(x) = a_0 + a_1.x + a_2.x^2 + ... + a_m.x^m$$

- логаритмичен еднофакторен модел

$$F(x) = a_0 + a_1.\log x$$

- степенен еднофакторен модел

$$F(x) = a_0.x^{a_1}$$

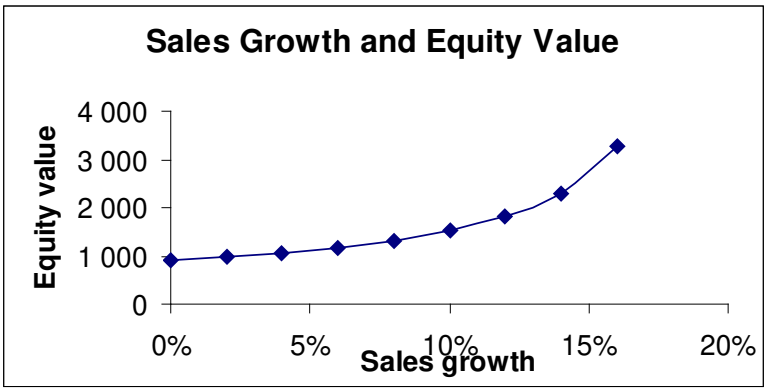
- синусоиден (цикличен) еднофакторен модел

$$F(x) = a_0 + a_1 \sin x$$

- реципрочен еднофакторен модел

$$F(x) = a_0 + \frac{a_1}{x}$$

Графичното представяне на еднофакторен модел представлява двумерна графика. По абсцисата се разполагат стойностите за независимия фактор, а по ординатата се разполагат стойностите за зависимия параметър.

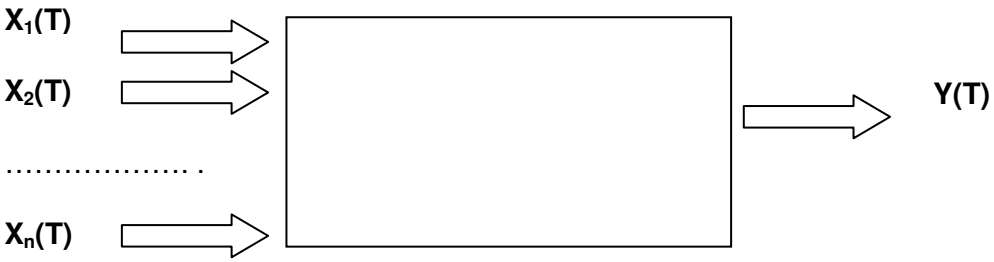


Графиката показва с колко единици се е изменя стойността на даден зависим параметър спрямо промяната на един независим входен фактор с една единица.

При провеждането на анализ на резултатите от еднофакторния модел се изследват няколко явления, на базата на и априорни знания за моделираното явление – еластичност, зависимост (наклон), причини за нелинейност и т. н.

Многофакторни модели

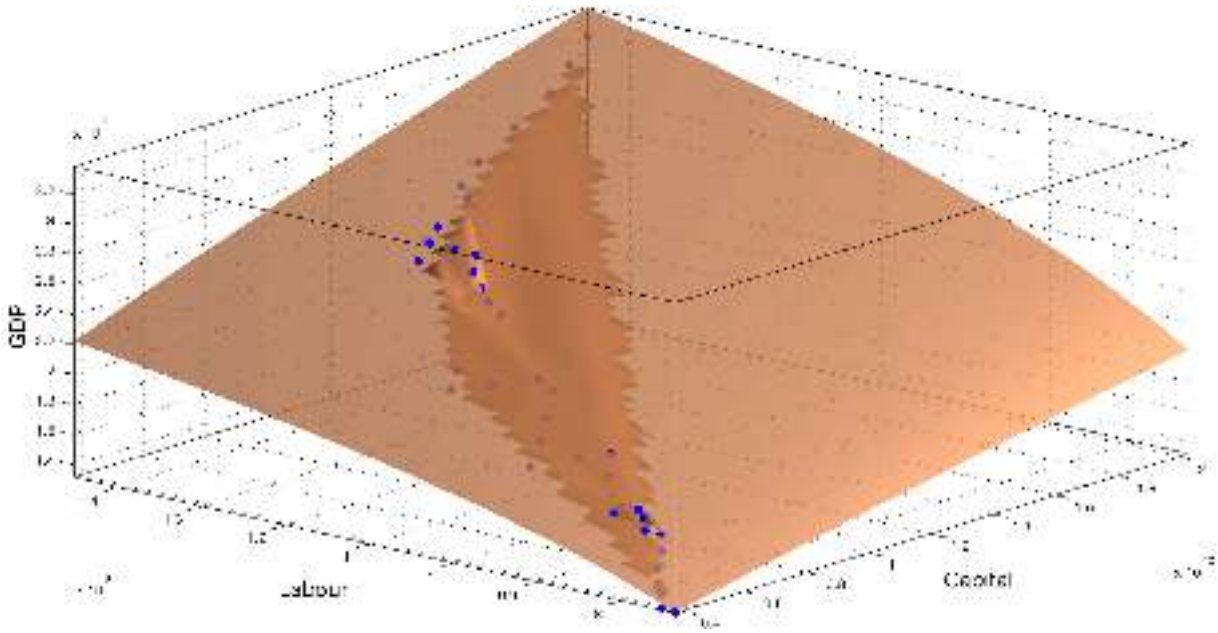
Многофакторните модели са второ ниво по сложност модели над еднофактроните. Чрез тях се симулира дадена реална система като зависеща от повече от един независими фактора и с един резултативен параметър.



$Y = a_0 + a_1 . x_1 + a_2 . x_2 + \ldots + a_n . x_n$ /линеен вид/

Бидейки по-усложнен метод те са по-близки до реалната система, тъй като очитат действието на повече външни фактори, влияещи върху симулираното явление. Това, обаче, изисква значително по-голям обем първични данни, усложнен синтез и затруднено използване.

Онагледяването на многофакторен модел има ограничения. Тъй като стандартните методи за изчертаване на графики могат да включват максимум три измерения, графичното представяне на многофакторен модел представлява тримерна графика. По абсцисите се разполагат стойностите за два от независимите фактори, а по ординатата се разполагат стойностите за зависимия параметър.



Така графиката на модела вече представлява повърхност и показва с колко единици се е изменя стойността на даден зависим параметър спрямо промяната на два независими входни фактор с по една единица.

14.3. Подход за синтез.

Има три основни случая, които се разглеждат при синтез на еднофакторните и многофакторните модели – синтез на линейни модели, синтез на нелинейни вътрешнолинейни модели и синтез на нелинейни вътрешнонелинейни модели. Какъвто и да е вида на модела и какъвто и метод да е използван за синтезирането му, винаги най-накрая се заместват получените коефициенти в самия модел.

При синтез на **линейни еднофакторни** модели се използва единична линейна регресия и метод на най-малките квадрати.

При **нелинейни, но вътрешнолинейни** модели се прилагат първо нелинейни преобразования на реалните данни за да се сведе задачата до линейна. И след това се решава по описания начин.

* Преобразования на еднофакторни модели. Най-често използваните са:

$$1/\ F(x) = B_0 + B_1 \log x$$
$$2/\ F(x) = e^{a_0 + a_1 x}$$
$$3/\ F(x) = a_0 x^{a_1}$$

Преобразуване на 1/:

$$F(x) = B_0 + B_1 \log x$$
$$\log x = z$$
$$F(x) = B_0 + B_1 z$$

Преобразуване на 2/:

$$F(x) = e^{a_0 + a_1 x}$$
$$\log F(x) = \log e^{a_0 + a_1 x}$$
$$\log F(x) = a_0 + a_1 x$$
$$\log F(x) = F_1(x)$$
$$F_1(x) = a_0 + a_1 x$$

Преобразуване на 3/:

$$F(x) = a_0 x^{a_1}$$
$$\log F(x) = \log(a_0 x^{a_1})$$
$$\log F(x) = \log a_0 + \log x^{a_1}$$
$$\log F(x) = \log a_0 + a_1 \log x$$
$$\log F(x) = F_1(x)$$
$$\log a_0 = b_1$$
$$\log x = z$$
$$F_1(x) = b_1 + a_1 z$$

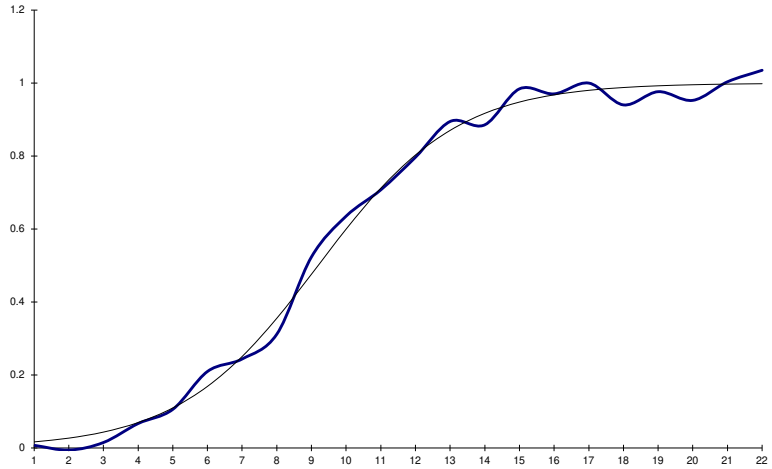
* Преобразования на многофакторни модели. Често използвани са моделите от типа производна функция (например е моделът на Коб – Дъглас за БВП).

$$Y = a_0 . x_1^{a_1} . x_2^{a_2} . x_3^{a_3}$$
$$\log Y = \log(a_0 . x_1^{a_1} . x_2^{a_2} . x_3^{a_3})$$
$$\log Y = \log a_0 + \log x_1^{a_1} + \log x_2^{a_2} + \log x_3^{a_3}$$
$$\log Y = \log a_0 + a_1 \log x_1 + a_2 \log x_2 + a_3 \log x_3$$
$$\log Y = Y_1$$
$$\log a_0 = b_0$$
$$\log x_1 = z_1$$
$$\log x_2 = z_2$$
$$\log x_3 = z_3$$
$$Y_1 = b_0 + a_1 . z_1 + a_2 . z_2 + a_3 . z_3$$

$$Y = a_0 . a_1^{x_1} . a_2^{x_2} . a_3^{x_3}$$
$$\log Y = \log(a_0 . a_1^{x_1} . a_2^{x_2} . a_3^{x_3})$$
$$\log Y = \log a_0 + \log a_1^{x_1} + \log a_2^{x_2} + \log a_3^{x_3}$$
$$\log Y = \log a_0 + x_1 \log a_1 + x_2 \log a_2 + x_3 \log a_3$$
$$\log Y = Z$$
$$\log a_0 = m_0$$
$$\log a_1 = m_1$$
$$\log a_2 = m_2$$
$$\log a_3 = m_3$$
$$Z = m_0 + m_1 . x_1 + m_2 . x_2 + m_3 . x_3$$

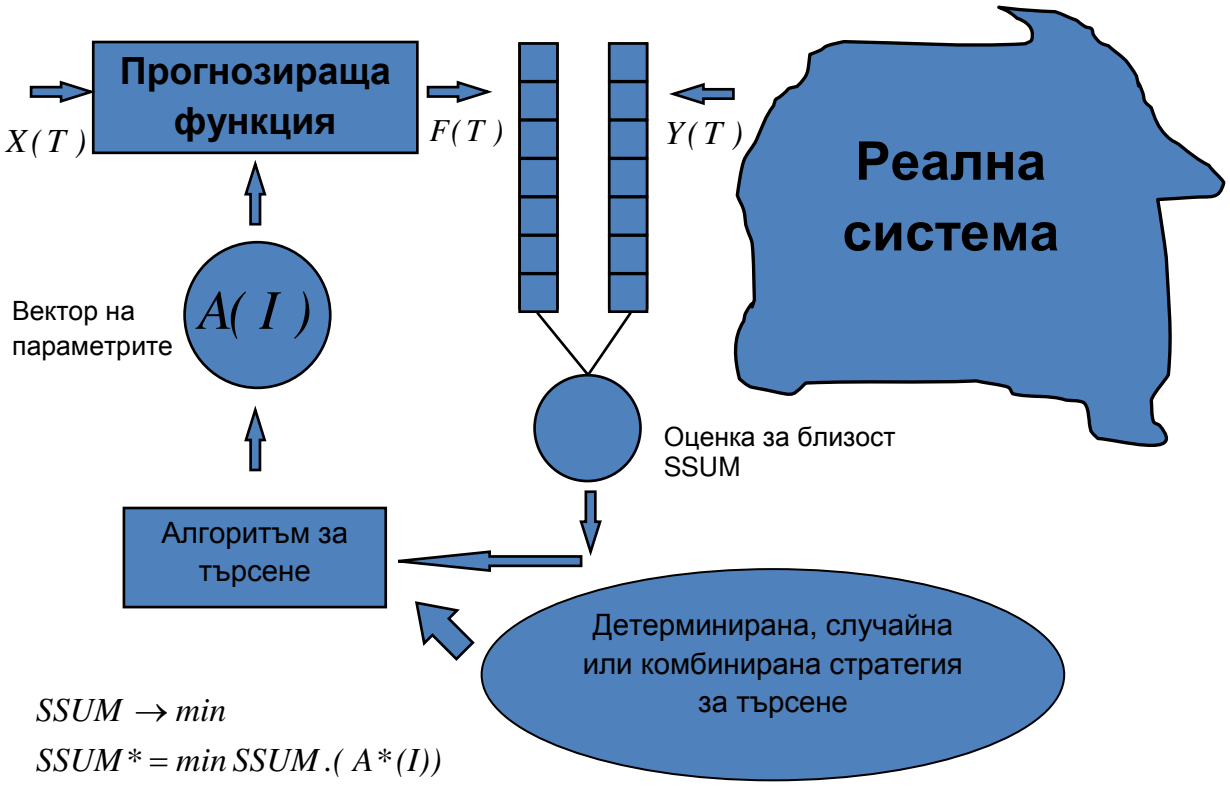
При **нелинейните, вътрешнонелинейни модели** е невъзможно преобразуването до линеен случай. Пример за такива са функциите – S-образни (логистични) криви на Гомпертц, фон Берталанфи, Пърл.

$$F(x) = \frac{1}{1 + a.e^{-b.x}}$$



За синтезирането на такива модели не може да се използва регресия. Възможен подход би бил многоредна селекционна процедура или някаква итеративна процедура (например методът за търсене в пространството на параметрите):

Методи за търсене в пространството на параметрите



14.4. Единична линейна регресия.

Обикновения регресионен модел изразява връзката между зависимата променлива Y и независимата променливата X. При линейна връзка, отношението между Y и X е права линия. Математически, модела може да се изрази по следния начин:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + e$$

В това уравнение *e* е случайната грешка, която измерва вертикалното отклонение на всяка стойност на зависимата променлива от регресионната линия, със стойността на независимата променлива.

В основата си, модела предполага, че ако наборът от причини, повишаващи стойността на случайната грешка, е контролиран, то променливата Y може да бъде прогнозирана при известна стойност на X.

При статистически експеримент, разпределението на стойността на X ще се появява при всяка едно повторение на модела. Обаче, разпределението на стойността на Y за зададена стойност на X може да варира при всеки отделен експеримент, заради ефекта на случайната грешка.

Зависимата променлива Y е асоциирана със съответната стойност на X, но обратното не е валидно. Съществуват четири предположения, отнасящи се за условията на грешката:

1. Очакваната стойност на случайната грешка е равна на нула или:

E (*e*)=0

средната аритметична величина на случайната грешка е равна на нула[11]. За да се докаже това твърдение, нека представим уравнение (4. 1) Очакваната стойност на сумата е:

$$E(Y \mid X) = E(\beta_0 + \beta_1 X + e)$$

Това уравнение може да бъде редуцирано до сумата на очакваните стойности:

$$E(Y \mid X) = E\beta_0 + E\beta_1 X + Ee$$

където β_0 и β_1 са константи, а X е дадено, следователно може да бъде прието като константа. По този начин уравнението се редуцира до:

$$E(Y \mid X) = \beta_0 + \beta_1 X$$

защото очакваната стойност на константа е константа, а E(*e*) е нула. Това очакване е "условна средна величина", защото измерва средната величина на Y, която е свързана с точно определена стойност на X. Ето защо, това предположение показва, че за дадена стойност на X, средната величина на Y стойностите е на регресионната линия.

2. Вариацията на случайната грешка е една и съща за всяка стойност на X:

$$\mathrm{var}(e) = E[e - E(e)]^2 = E(e^2) = k$$

където *к* е константно условие. Обаче, от модела $e = Y - (\beta_0 + \beta_1 X)$, следва че $E[Y - (\beta_0 + \beta_1 X)]^2 = k$ или това че вариацията и стандартното отклонение са едни и същи за всяка стойност на X във реда. Var(*e*) измерва вариацията на зависимата

[11] Това предполага, че грешката може би е "нормално разпределена" около регресионната линия.

променлива Y относно регресионната линия, при дадени стойности на независимата променлива X.

3. Стойностите на *e* са независими една от друга или:

$E(e_i e_j)=0$

Това означава грешката в даден период да не бъде свързана с грешката от друг, тоест грешките да са статистически независими една от друга. Ако e_t е автокорелирана с e_{t-1}, това се нарича серийна корелация.

4. Приема се, че грешките са нормално разпределени около регресионната линия. След като стойностите на Y варират при всеки отделен експеримент[12], само заради стойностите на случайните грешки, поради необходимост стойностите на Y също трябва да бъдат разпределени нормално. Следователно и *e* също се разпределя нормално.

Наблюдението на b_0 от стойностите на Y, при фиксирани стойности на X позволява да се изчисли следното линейно уравнение:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X$$

където b_0 и b_1 са изчислени от регресионните параметри β_0 и β_1. $\hat{Y}$ е изчислената стойност на μ_y, която е "условната средна величина" на Y за дадено X. За да се намерят b_0 и b_1 може да се използват следните формули:

$$b_1 = \frac{n\sum XY - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}$$

и

[12] Стойностите на X са едни и същи при всеки експеримент.

$$b_0 = \frac{(\sum Y)(\sum X^2) - (\sum X)(\sum XY)}{n(\sum X^2) - (\sum X)^2}$$

Често се използва една по-удобна формула за b_0 :

$$b_0 = \frac{\sum Y - b_1 \sum X}{n}$$

Стандартна грешка на регресията[13]

Стандартната регресионна грешка дава оценка за точността на уравнението за прогнозиране. При графично изразяване на настоящите стойности на Y варират около прогнозната линия. Колкото по-голямо е разпръсването на стойности на Y около регресионната линия, толкова по-голяма е възможността за грешка при правенето на прогноза чрез уравнението.

Ако разгледаме обикновения линеен регресионен модел, забелязваме че:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + e$$

и

$$\mu_Y = \beta_0 + \beta_1 X$$

Разликата между стойността на Y и условното значение на μ_y, е грешката *e*. Стандартната регресионна грешка, която измерва разпръсването на наблюдаваната стойност на Y около регресионната линия се дефинира по следния начин:

$$S_e = \left(\frac{\sum e^2}{n-2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Сумата на квадратното отклонение е разделено на n-2, защото знаменателя прави S_e безпристрастен оценител на стандартното

[13] Стандартната грешка има много синоними като SEE, RSE и Sxy

отклонение около истинската регресионна линия на популацията. Знаменателят е *n-k,* където *к* е броят на коефициентите (параметрите) в регресионното уравнение.

Удобна форма за изчисляване на стандартната грешка на регресията е:

$$S_e = \left(\frac{\sum Y^2 - b_0 \sum Y - b_1 \sum XY}{n-2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

S_e се интерпретира като сборна стандартна грешка при нормална крива. За по-лесна визуализация на стандартната регресионна грешка е необходимо тя да се съпостави върху графика с регресионната линия.

14.5. Автокорелация.

Основните предположения на линейния регресионен модел, лежащ в основат на трендовия анализ. Регресионният модел:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + e$$

предполага, че *e* е променлива с E (*e*) = 0 и че нейната вариация е константа. Когато грешките не са напълно случайни, което означава да са корелирани и да статистически зависими една с друга-това се нарича автокорелация.

Автокорелацията е важно средство при определянето на тенденцията на времевите интервали. Тя служи като основа при изграждането на по-сложните методи като ARIMA и други.

Въпреки че по принцип е невъзможно да се направи пълно описание на процеса на времевите интервали, автокорелационната функция е изключително полезна при частично описание на процеса на представяне на модела на прогнозата. Още повече, че автокорелационният коефициент измерва степента на корелация между близките стойности на наблюдавания процес във времевите интервали. Трябва да се дефинира автокорелация със лаг *к* като:

$$\rho_k = \frac{E(Y_t - \mu_Y)(Y_{t+k} - \mu_Y)}{\left[E(Y_t - \mu_Y)^2 E(Y_{t+k} - \mu_Y)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$\rho_k = \frac{\mathrm{cov}(Y_t, Y_{t+k})}{\sigma_{Y_t}\sigma_{Y_{t+k}}}$$

Ако числителят и знаменателят са равни, то ρ_0 е равно на единица. Това се получава когато *к* = 0.

Автокорелационният коефициент се изчислява от извадката от наблюдения както следва:

$$r_k = \frac{\sum_{t=2}^{n}\left(Y_t - \overline{Y}_t\right)\left(Y_{t-1} - \overline{Y}_{t-1}\right)}{\left[\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t - \overline{Y}_t\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\left[\sum_{t=2}^{n}\left(Y_{t-1} - \overline{Y}_{t-1}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

Тъй като тази формула води до статистически трудности, се прави опростяващо предположение. Интервалът Y_t се приема за стационарен (и в стойността, и във вариацията). Ето защо двете стойности $\overline{Y_t}, \overline{Y_{t-1}}$ могат да бъдат приети за равни и двете стандартни отклонения се пресмятат само веднъж, като се използват всичките данни за Y_t.

Като използваме това опростяващо предположение уравнението придобива следния вид:

$$r_k = \frac{\sum_{t}^{n}\left(Y_t - \overline{Y_t}\right)\left(Y_{t-1} - \overline{Y}_{t-1}\right)}{\sum_{t}^{n}\left(Y_t - \overline{Y}\right)^2}$$

Съществуват няколко процедури за измерване на големината на автокорелацията и тестове за нейното присъствие. Най-универсалният приет тестови модел е на Дърбин-Уотсън[14]. Този тест определя дали корелацията между грешките е нула или не. Приема се:

$$e_t = \rho e_{t-1} + d_t$$

, където ρ е автокорелационен параметър, който измерва корелацията между грешките и d_t са независими, случайни величини (или разпределения). Както се вижда от уравнението всяка грешка съдържа част от грешката от предния период, и когато ρ е по-голямо от нула съществува силна автокорелация. Ако ρ е

[14] Durbin-Watson, 1951

равно на нула, e_t е равно на d_t, грешките са резултат на независими случайни величини (разпределения).

Нулевата и алтернативна хипотези на теста на Дърбин-Уотсън са:

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_A : \rho > 0$$

Следващата формула се използва за пресмятане на Дърбин-Уотсън статистика:

$$DW = \frac{\sum (e_t - e_{t-1})^2}{\sum e_t^2}$$

, където e_t е грешката или разликата между реалната и моделираната стойности за период t и e_{t-1} е грешката или разликата между реалната и моделираната стойности през предния период t-1. Процедурата на Дърбин-Уотсън използва критични стойности на U и L, като критерии за избор между нулевата и алтернативната хипотези. Решението е определено както следва:

1. ако DW>U, то H_0;
2. ако DW<L, то H_A;
3. ако L<DW<U, то от тестът не могат да се направят заключения

За да се изчислят подходящите стойности за L и U, трябва да се знае броя на наблюдаваните стойности, нивото на значимост и броя на независимите променливи.

Корекция на автокорелацията

Автокорелацията показва, че по-голямата част от вариацията на зависимите променливи не се обяснява с трендовия анализ. Ето

защо най- доброто решение е да се търсят тези променливи, които обясняват останалата част от вариацията във зависимите променливи[15].

Определен брой математически процедури са възможни за намаляване на автокорелацията до контролирано ниво. Някои техники прилагат модела на най- малките квадрати към процентните промени от година на година; да корелират абсолютните стойности на промяната от година на година; да използват зависимите променливи с лаг от един период, да ги включат като независими променливи и да се използва ρ- коригираща техника. В този случай:

$$\rho = \frac{2 - DW}{2}$$

Получената стойност се умножава с грешката за съответния период и се прибавя към линейното уравнение:

$$\hat{Y}_{t-1} = \beta_0 + \beta_1 X_t + \rho e_t$$

В често използваната процедура за пресмятане, известна като "първа разлика", се предполага, че ρ=1. В този случай, трансформираният модел е:

$$\nabla Y_t = \beta_0(1-\rho) + \beta_1 \nabla X_t + e_t = \beta_0(1-1) + \beta_1 \nabla X_t + e_t$$

и

$$Y_t = \beta_1 \nabla X_t + e_t$$

Регресионният коефициента β_1 се изчислява, като се използва метода на най-малките квадрати, вече с трансформирани променливи:

$$\nabla Y_t = Y_t - Y_{t-1}$$

[15] Проблем, разгледан при по-сложните регресионни модели.

$$\nabla X_t = X_t - X_{t-1}$$

Тези трансформирани променливи са "първите разлики". Този подход е ефективен за много приложения и е част от ARIMA моделите.

Съществува различни усъвършенствани методи за корекция на автокорелацията. Един от най- популярните методи използва серия от итерации, всяка от които продуцира по- добро изчисляване на коефициента ρ от предните. Този метод се нарича Кохрейн-Оркут[16] процедура и използва идеята, че ρ е корелационен коефициент, асоцииран с грешките на изглажданите времеви периоди. Първо, базовият модел се изчислява като се използват най-малки квадрати. Второ, грешките на изчисленото уравнение се използват, за да се постигне регресия на уравнение (4. 23). Изчислената стойност на $l(\rho)$ се използва да представи основния трансформационен процес и това е новата регресия. Трансформираното уравнение е:

$$Y_t^* = \beta_0\left(1 - l^*\right) + \beta_1 X_t^*$$

, където

$$Y_t^* = Y_t - l^* Y_{t-1}$$

и

$$X_t^* = X_t - l^* X_{t-1}$$

Това трансформирано уравнение води до преизчислени стойности на β_0 и β_1. Тези два параметъра са заменени в базовото уравнение и се получават нови регресионни грешки. Те са:

$$\hat{e}_t^* = Y_t - b_0 - b_{1t} X_t \qquad (4.\ 25)$$

[16] Cochrane-Orcutt, 1949

По- нататък, преизчислените грешки могат да бъдат наслагвани към преизчисленото ρ и l, като итеративния процес може да бъде продължен до безкрайност. Обикновено итерацията трябва да спре, когато новото изчисление дава разлика със старото по-малко от 0, 005 или когато се осъществи достатъчен брой от итерации, обикновено 20.

Всичките четири процедури за корекция на корелацията дават различни прогнозиращи уравнения. Нито една от тях не е без грешка. Всяка една процедура дава стандартна грешка на регресия. Най-доброто решение за автокорелацията е да се подобри прогнозиращото уравнение, като се търсят допълнителни уравнения и допълнителни променливи, които да се включат в прогнозния модел.

В заключение може да се предложи подход с четири етапа, който да нагласи модела на времевите интервали чрез регресионни техники:

1. Да се използват най- малките квадрати, за да се получат начални изчисления.

2. Да се използва Дърбин- Уотсън, за да се определи дали има наличие на автокорелация.

3. Ако присъства автокорелация, да се построи преизчислителен модел чрез коригираща техника. Да се направят диагностични тестове.

4. Ако липсва автокорелация, да се използват първоначалните изчисления за прогнозиране, след като са направени диагностичните тестове.

14.6. Множествена регресия.

Многолинейния регресионен модел е с форма:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_m X_m + e$$

където Y е зависимата променлива, X_1, X_2,. . ., X_m са независимите променливи, а *e* случайната грешка. β_0 е пресечната точка с ординатната ос, а β_1, β_2,. . . . . ., β_m са регресионните коефиценти, показващи връзката между зависимите и независимите променливи. Както и при единичната линейна регресия и тук случайната грешка се дължи на незавършена теория, лоша спецификация и грешка на изчислението.

При регресионния анализ може да се постави за задача, дали има възможност за значително подобрение на прогнозирането чрез увеличаване на сложността на модела. Например дали полиномиалния модел:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \ldots + e$$

е по-добър от многолинейния модел или от:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3^{0.5} + \ldots e$$

Уравнение (5. 3) е пример за полиномиален модел с нелинейни променливи. Случайната грешка *e* е от части резултат от избора на мултилинеен модел, когато модела е подобен на горните два.

Разпределението на стойностите на независимите променливи е една и съща за всеки експеримент. Обаче, разпределението на стойността на Y за дадени стойности на независимите променливи, може да варира при всеки отделен експеримент, заради ефекта на случайната грешка. Стойността на

независимите променливи е определена, докато зависимата променлива е случайна променлива.

Правят се четири предположения за условията на грешката:

1. Очакваната стойност на случайната грешка е нула:

E(*e*)=0

и средна аритмитичната величина на случайната грешка е равна на нула. Ако се вземат очакваните стойности на линейното мултирегресионно уравнение за дадени стойности на независимите променливи, например X_1, X_2,. . . . ., X_n, ще се получи:

$$E(Y \mid X_1, X_2, \ldots, X_n) = E(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_n X_m + e) =$$
$$= E(\beta_0) + E(\beta_1 X_1) + E(\beta_2 X_2) + \ldots + E(\beta_n X_m) + E(e)$$

и

$$\mu_Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_m X_m$$

, защото E(*e*)=0. Посочения по-горе регресионен модел показва, че за дадени стойности на X_1, X_2,. . . . ., X_m, значението на средната величина $\overline{Y}$ е точката на пресичане, определена чрез мултирегресионния модел.

2. Вариацията σ_e^2 на случайната грешка е константа за всеки времеви интервал на независимите променливи в мултирегресионния модел. σ_e^2 измерва степента на вариация на стойностите на зависимата променлива за дадени стойности на независимите променливи.

3. Грешките в мултилинейния регресионен модел са независими една от друга, тоест не корелирани.

4. Грешките в модела са нормално разпределени.

В основата си, за изчислението на мултилинейния регресионен модел следва единичния регресионен. Стойностите на

зависимата променлива *Y* се изчислявят с помощта на точно определени стойности на *X*. За изчислението на регресионното уравнение се прилага метода на най-малките квадрати. Регресионни параметри $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, ...\beta_m)$ се изчисляват така, че да минимизират сумата от квадратите на разликите на реалните стойности на *Y* и прогнозните стойности $\hat{Y}$. Следния пример показва метода на най-малките квадрати приложен към мултилинейния регресионен модел:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2$$

където b_0 е точката на пресичане с ординитната ос и b_1 и b_2 са регресионните параметри.

Трите уравнения, които трябва да бъдат решени, за да се намерят стойностите на b_0, b_1 и b_2 са:

$$\sum Y = nb_0 + b_1 \sum X_1 + b_2 \sum X_2$$

$$\sum X_1 Y = b_0 \sum X_1 + b_1 \sum X_1^2 + b_2 \sum X_1 X_2$$

$$\sum X_2 Y = b_0 \sum X_2 + b_1 \sum X_1 X_2 + b_2 \sum X_2^2$$

Уравнение (5. 1) е уникална линейна комбинация от независими променливи $X_1, X_2, X_3, ..., X_n$, които са силно асоциирани със зависимата променлива. Изразено в математическа форма, от всичките линейни комбинации на многолинейния регресионен модел, прогнозните стойности - $\hat{Y}$ трябва да са такива, че:

$$R^2_{Y,\hat{Y}} = \frac{\sum (\hat{Y} - \overline{Y})^2}{\sum (Y_i - \overline{Y})^2}$$

където $R^2_{Y,\hat{Y}}$ е "множествен коефициент на детерминация"[17], $\hat{Y}_i$ е прогнозна стойност на *Y*, $\overline{Y}$ е средна величина на наблюдаваните стойности.

[17] "multiple coefficient of determination"

14.7. Мултиколинеарност.

“Мултиколинеарност” съществува когато две или повече независими променливи в уравнението са линейно свързани, което ще доведе до излишно усложняване на модела. Ефектите на “мултиколинеарност” могат да се разгледат в няколко аспекта.

1. Регресионен коефициент, който има положителен знак в модел на регресия с две променливи, може да приеме отрицателна стойност при многолинейна регресия с три или повече променливи.

2. Изчислените регресионните коефициенти варират значително при различни времеви редове от наблюдавания ред.

3. Тъй като многолинейната регресия има за цел, да обяснява и да интерпретира модела на поведение, то високо корелираните независими променливи не позволяват да се разбере отделното им влияние върху зависимата променлива.

Съществуването на “мултиколинеарност” показва, че регресионния модел е неспособен да сепарира специфичните връзки между всяка независима променлива и зависимата такава. Проблемът съществува даже когато връзката зависимата променлива и независимите като група е значителна. Възможно е просто да се премахнат тези взаимно корелирани променливи, но тогава уравнението на модела не може да се използва за обясняването на поведението на зависимата променлива.

14.8. Полиномиални регресионни модели.

Дотук анализът бе насочен в посока линейни и мултилинейни регресионни модели. Но съществуват и регресионни модели следващи “крива”. Тези регресии се наричат полиномиални. Степента на полиномиалното уравнение е най-високата стойност, до която независимата променлива достига. Уравнението:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + e$$

е от втора степен, тъй като *X* е от втора степен. ; *e* нормалната грешка. Уравнението:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + e$$

е от полиномиално трета степен.

Степента, до която достигат независимите променливи, определя броя на “извивките” на регресионната крива. Например, уравнение от първа степен е права линия. Ако уравнението е от втора степен, отговаря на квадратично и е с форма на парабола.

Методите на тази регресия може най-добре да бъде описана чрез серия от стъпки, като всяка се тества с по-висока степен на полинома, докато се стигне до значимост в разбирането на вариацията на зависимите променливи.

15. СИНТЕЗ НА МОДЕЛИ ВЪВ ВИД НА СИСТЕМИ ЕДНОВРЕМЕННИ УРАВНЕНИЯ.

15.1. Кратък исторически преглед на подхода.

Методът за едновременното оценяване на взаимозависимостите в икономиката води началото си от 30-те години на миналия век. Изследвайки някои частни зависимости, предимно в областта на потреблението и пазарния механизъм, редица западни икономисти се сблъскват с необходимостта от съвместното разглеждане на цялата съвкупност от взаимоотношения, характеризиращи и изучаваното явление като цяло.

Първоначалните изследвания в тази област са предимно с конкретни практически цели. Сред тях трябва да се отбележи приносът на Х. Тейл, разработил още през 1938 г. Двустъпковия метод на най-малките квадрати за оценка на неизвестните параметри в МСЕУ.

Стройно и обобщаващо теоретическо изложение на метода на едновременните уравнения е направено от Т. Хавелмо, като неговото изследване с пълно право се счита за класическо изследване в теорията на МСЕУ.

Т. Хавелмо за първи път формулира ясно проблема за идентификация и анализира противоречията между структурата и изследвания обект и уравненията с параметри, оценявани на основата на емпирични данни. В негова чест някои изследователи-икономисти наричат изместването на оценките на параметрите в отделните уравнения (вследствие неедновременното им оценяване) като “изместване на Хавелмо”.

Успешните първоначални изследвания, макар и в отделни области на икономиката, спомагат за бързото разпространяване на

новия метод. Например, линейния МСЕУ на потребителските разходи на Р. Стоун е експериментиран при разработване на прогнози на потреблението на САЩ, Япония, Швеция и 13 други европейски страни.

В последствие методът на едновременните уравнения намира голямо приложение при разработване на т. нар. комплексни иконометрични модели, добили широка популярност в областта на икономическите изследвания в капиталистическите страни. Пример представлява модела “Брукингс”, който ознаменува прехода от частните иконометрични модели към комплексните. При създаване на този модел (представляващ на-подробен модел на икономиката на САЩ), се формира колектив от около 20 учени-икономисти и в първоначалния си вариант модела съдържа 359 уравнения. В последвалите изследвания в Брукингсия институт, под ръководството на проф. Г. Фром, моделът претърпява редица модификации, като в последната си версия се състои от 230 уравнения, от които 118 регресионни.

Бързото развитие на ЕИМ и широкото им навлизане в областта на икономическите изследвания допринася за изграждане на множество огромни модели, популярно наричани “ модели чудовища”[18]. Един от най-известните модели на капиталистическата икономика през последните години представляват: американските “Уортън-III”(1972 г. -346 уравнения) “DRI”(1974 г. -698 уравнения), “Брукингс-3”(1975 г. –343 уравнения); холандския модел СРВ “Винтаф – II”(1977 г. –112 уравнения), западноевропейския “Крелле-5” (1974 г. –127 уравнения); френския модел ”FIFI – 2”(1972 г. -около 2000 уравнения), британския “Кембридж –2”(1976 г. -2592 уравнения); канадския модел “CANDIDE –1. 2” (1976 г. –2209

[18] От “Monster Models”(англ.)

уравнения); японския “EPA – 5” (1977 г. –691 уравнения) и др. Поради голямата сложност в размери, тези модели в повечето случаи остават почти без приложение. Аналитичното представяне и решение но комплексен иконометричен модел може да бъде илюстрирано с: Иконометричния модел на Западна Германия .

Независимо от фактът, че изследванията в тази област започват значително късно, трябва да се отбележи напредъкът в областта на теорията на СЕУ в страните членки на СИВ. Като пример могат да се посочат унгарските модели от серията “М”, с представител “М-2”, (състоящ се от 26 уравнения, от които 23 регресионни);моделите “КР” – където “КР-2” съдържа 190 уравнения (121 регресионни) и серията “В”, от която моделът “В-3”(построен през 1976 г. В института по иконометрия и статистика при университета в град Лодз) представлява за сега най-големия комплексен иконометричен модел на стопанството в социалистическите страни, изградени във вид на система едновременни уравнения –300 на брой, от които 131 регресионни.

15.2. Същност на модела от СЕУ.

Методът за едновременно оценяване на взаимозависимостите в икономиката води началото си от 40-те години на миналия век. Изследвайки зависимости в области като потреблението и пазарния механизъм, редица икономисти стигат до необходимостта от съвместното разглеждане на цялата съвкупност от взаимоотношения, характеризиращи изучаваното явление като цяло.

В последствие методът на едновременните уравнения намира голямо приложение при разработването на т. нар. комплексни икономически модели. (Например модела "Брукингс", който в първоначалния си вид представлява система от 359 едновременни уравнения).

Моделът от система едновременни уравнения (МСЕУ) представлява математическа система, характеризираща по аналитичен път някакви

връзки и взаимозависимости между икономическите процеси и явления.



В най общ вид МСЕУ може да се представи чрез следното аналитично записване:

$Y_i = F(X_j, \varepsilon_j)$

където:

Y_I - зависими (ендогенни) променливи

X_j - променливи, определящи поведението на Y_i. Наричат се още независими (екзогенни, външни) променливи и се приемат за предварително зададени величини

ε_j - променливи, включващи в себе си частта от изменението на Y_I, което не се обяснява от променливите X_j и имат случаен характер. Наричат се остатъци или грешки на регресионните уравнения

F - изразява аналитичен вид на ендогенните променливи, участващи в МСЕУ

i = 1, 2, …, n - брой на ендогенните променливи, участващи в МСЕУ

j = 1, 2, …, m - брой на екзогенните променливи, участващи в МСЕУ

Изразен по такъв начин МСЕУ може да се характеризира като модел, определящ условния закон за вероятностното разпределение на ендогенните променливи, за всяко фиксирано значение на екзогенните променливи. За много от икономическите процеси се явява типично явлението, че ефекта во въздействие от страна на определящите величини върху зависимата променлива не се проявява веднага, а постепенно с известно закъснение, тъй като резултатите вследствие действието на икономическите фактори се проявяват с някакви задръжки – например, закъсняването между момента на разпределението на доходите и началото на търсенето на предмети за потребление. Този процес на закъсняване на поведението се нарича “закъсняване на адаптацията”.

Обикновено периода на наблюдение обхваща достатъчно продължителен период от време, така че закъсняването на поведението на изследваното явление не винаги участва пряко в

съотношенията, описани чрез МСЕУ. Адаптацията, протичаща със задръжка от два-три месеца, може да се разглежда като мигновена при период на наблюдение една година. В много случаи, обаче, адаптацията изисква значително по-продължителен период.

Доколкото МСЕУ представлява субективен образ, аналог на обекта-оригинал от икономическата действителност, то става необходимо отразяването на някакъв начин на процеса на закъсняването (особено, когато се използват данни по тримесечия или за отделните месеци). За тази цел се използват така наречените лагови променливи, представляващи стойности от някакви предходни периоди, както на екзогенните, така и на ендогенните променливи. Въвеждането на лаговите променливи увеличава реалността на МСЕУ и му придава динамичен характер. По такъв начин, в момента t едногенните променливи Y_i се оказват зависими от няколко вида определящи променливи – екзогенни, лагови стойности на екзогенни променливи и лагови стойности на самите ендогенни променливи. Обикновено в литературата различните видове променливи в МСЕУ се групират на вътрешни, едногенни променливи, които от своя страна се разделят на взаимозависими (текущи) и лагови и външни, екзогенни променливи (текущи и лагови). Всички определящи променливи, от друга страна, се обединяват в един вид под общото название “предетерминирани” променливи.

15.3. Начини за представяне на МСЕУ.

За повечето икономически процеси се явява типично явлението, че ефектът на въздействие на определящите величини върху зависимата променлива се появяват не веднага, а постепенно и с известно закъснение. Този процес се нарича закъсняване на адаптацията. Доколкото МСЕУ представлява образ на оригиналния обекта от икономическата действителност и с цел увеличаване на реалността на МСЕУ, се налага отразяването по някакъв начин на процеса на закъснение. За тази цел се използват т. нар. лагови променливи, представляващи стойности за ендогенни и/или екзогенни променливи за някакви предходни периоди.

По такъв начин в даден момент ендогенните променливи се оказват зависими от няколко вида определящи променливи - екзогенни променливи, лагови стойности на екзогенните променливи, лагови стойности на самите ендогенни променливи.

Едно от изискванията от икономическия анализ е да бъдат отчетени възможно най-много фактори и съотношения между тях и зависимите променливи, за да се осигури комплексност на изследването. В този смисъл математическият инструментариум на системата от линейни уравнения се явява най-подходящото средство за моделиране на сложни стопански системи. Линейните уравнения имат по-малко недостатъци в сравнение с нелинейните, тъй като последните са лишени от възможността за включването на голям брой променливи съотношения между тях. С други думи - по-добре е да се използват по-елементарни функции, но за сметка на това да се въведат повече значещи променливи.

Така линейните МСЕУ могат да бъдат представени в следния общ (структурен) вид:

$$A.Y_t + \sum_{S=1}^{T-1} B_S Y_{t-S} + C.X_t + \sum_{S=1}^{T-1} D_S X_{t-S} + E_t = 0$$

където:

Y_t - вектор стълб на ендогенните променливи (на практика представлява матрица с размерност T x n)

Y_{t-S} - вектор стълб на лаговите стойности на ендогенните променливи

X_t - вектор стълб на екзогенните променливи

X_{t-S} - вектор стълб на лаговите стойности на ендогенните променливи

E_t - вектор стълб на остатъците в МСЕУ

A - квадратна матрица (n x n) от коефициентите пред ендогенните променливи

B_S - квадратна матрица (n x n) от коефициентите пред лаговите стойности на ендогенните променливи

C - правоъгълна матрица (n x m) от коефициентите пред екзогенните променливи

D - правоъгълна матрица (n x m) от коефициентите пред лаговите стойности пред екзогенните променливи

Ендогенните променливи Y_{it} се детерминират то МСЕУ като функция на от остатъците E_{it} и предетерминираните променливи Y_{it-s}, x_{it} и x_{it-s}, т. е. “за всеки даден набор от стойности на предерминираните променливи, условно съвместно вероятностно разпределение на Y_i(за всеки момент от времето t) е дадено безусловно чрез съвместното вероятностно разпределение на случайните променливи E_{it}”. (8)

Всяко едно, от съдържащите се в МСЕУ уравнения, отразява определена зависимост в икономиката затова, в литературата те се наричат още “структурни” уравнения, коефициентите в тях са “структурни”, а МСЕУ – “структурен”. За дадено множество от взаимозависимости в икономиката е възможно да съществува една-единствена “оригинална” система то структурни съотношения. Тази оригинална структурна система притежава особена “автономност” по отношение на изграждащите я уравнения:”. . . в нея е възможно изменението на структурните параметри във всяко едно уравнение при промяна на съотношението, което то описва (например, вследствие промяна на икономическата политика), без да е необходимо каквато и да е промяна на параметрите в другите уравнения”. Знаейки тези структурни параметри, ние сме в състояние чрез МСЕУ да изведем всички съотношения в дадена система. [19]

Решаването на общия вид на МСЕУ спрямо ендогенните променливи довежда да нова система от уравнения (редуциран вид). Преобразуването в редуцирана система позволява да се отчетат всички връзки (преки и косвени), засягащи всяка една зависима променлива.

$$Y_t = \sum_{S=1}^{T-1} B'_S Y_{t-S} + C'.X_t + \sum_{S=1}^{T-1} D'_S X_{t-S} + E'_t$$

където:

$$B'_S = (-A)^{-1} B_S$$

$$C'_S = (-A)^{-1} C_S$$

$$D'_S = (-A)^{-1} D_S$$

$$E'_S = (-A)^{-1} E_S$$

В зависимост от направлението и сложността, връзките в линейните МСЕУ могат да имат рекурсивен или взаимнозависим

[19] Т. Хавелмо отбелява, че “. . . по своето значение тези структурни параметри играят роля, подобна на тази на елементите на химията”

характер и съответно МСЕУ се делят на рекурсивни и взаимозависими.

Рекурсивният вид МСЕУ може да бъде представен като ориентирана верига от причинно следствени връзки. Система от n на брой уравнения, в която i -то уравнение може да се разглежда като определящо величината на i -та ендогенна променлива за периода t; като функция на определящите променливи с индекс по малък от i (т. е. всички променливи участващи в предходните уравнения).

Взаимозависимите МСЕУ предполагат наличието на някакъв цикъл в зависимостите между ендогенните променливи. Дадена ендогенна променлива представляваща следствие на цялата система от взаимозависими уравнения, може да се окаже причина за някое друго уравнение. С други думи дадена променлива може да бъде ендогенна за целия МСЕУ и същевременно екзогенна за част от него.

Такъв тип връзки отразяват възможно най-адекватно съществуващите съотношения в икономиката и следователно МСЕУ от взаимозависим вид са ценен инструмент при изследването и измерването на количествените връзки между икономическите показатели.

За да е възможно решаването на взаимозависими МСЕУ, се разглеждат успоредно взаимозависимите ендогенни променливи и техните лагови стойности т. е. се отразява процесът на закъснение на адаптацията. Това може да се опише като "разгъване" на цикличната взаимозависимост и довеждане на МСЕУ до рекурсивен вид.

За всяка система от уравнения може да се намери еквивалентна на нея рекурсивна система. Така, че всеки МСЕУ

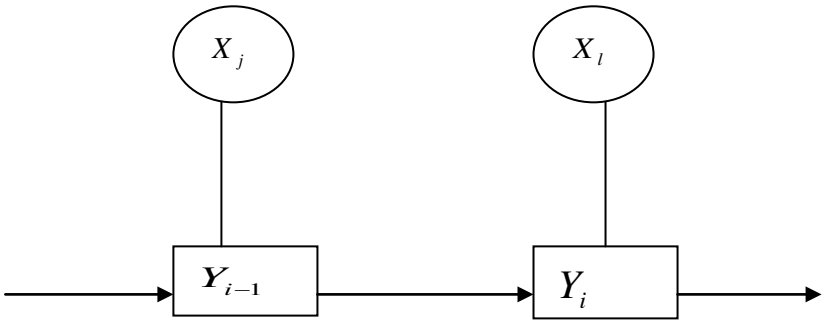
винаги може да бъде представен в три форми: структурна, редуцирана и рекурсивна.

Рекурсивни и взаимозависими МСЕУ:

В зависимост от направлението и сложността, връзките в линейните МСЕУ могат да имат рекурсивен или взаимозависим характер. В съответствие на това, кой тип връзки изразяват, моделите от едновременни уравнения се делят на рекурсивни[20] или взаимозависими.

Рекурсивният вид зависимост може да бъде представен чрез ориентирана верига от причинно-следствени връзки(фиг. 1) в момента t:

Фиг. 1



МСЕУ изградени на базата на рекурсивен тип връзки най-общо могат да се характеризират като : “система от n на брой уравнения, в която i- то уравнение може да се разглежда като определящо величината на i- та ендогенна променлива за периода t, като функция на предетерминираните променливи и на ендогенните променливи с индекс по-малък от i” т. е. ендогенните променливи участващи в предходните уравнения.

Ако МСЕУ има следният матричен вид:

$$A_{Y_T} + CX_t + E_t = 0$$

[20] Наименованието “рекурсивен модел” е въведено от Х. Уолд, посветил голяма част от изследванията си на този вид модели

то условието за рекурсивност може да се изрази по следният начин: “необходимо е да съществува такъв набор от n на брой ендогенни променливи, че матрицата на остатъците E_{it} - диагонална т. е. :

$a_{ij} = 0$ за всяко $j > i$

$\mathrm{E}(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt}) = 0$ за всяко $j \neq i$

Вижда се, че в този случай е налице еднозначна връзка между уравненията в дадения МСЕУ. Ендогенните променливи са свързани само в едно направление, а остатъците в отделните уравнения са независими помежду си. Следователно, не съществува никакво отношение на зависимости на $Y_1, Y_2 ... Y_{i-1}$ от Y_i и с пълно основание можем да считаме, че i-то уравнение описва причинното определение на i- та ендогенна променлива, на основата на екзогенните променливи остатъка E_i и другите ендогенни променливи с индекс по-малък от i, участващи в това уравнение.

Нека да разгледаме и един модел от по-общ вид, съдържащ в себе си и лагови променливи:

$$AY_t + \sum_{s=1}^{T-1} B_s Y_{t-s} + CX_t + \sum_{s=1}^{T-1} D_s X_{t-s} + E_t = 0$$

МСЕУ ще бъде рекурсивен, ако грешките в него са некорелирани, нито автокорелирани и ако съществува поредица от ендогенни променливи $Y_i (i = 1 \div n)$, за която матрицата А е триъгълна, т. е.

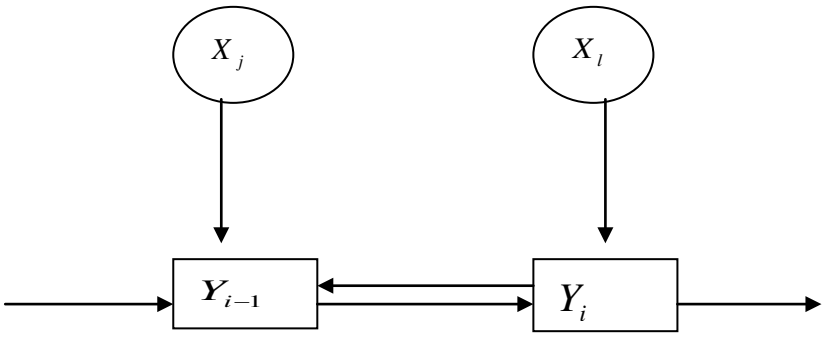
a_{ij} =0 за всяко $j > i$

$\mathrm{E}(\mathrm{E}_{it}, \mathrm{E}_{jt-s}) = 0$ за всяко i, j и за всяко $s > 0$

$\mathrm{E}(\mathrm{E}_{it}, \mathrm{E}_{jt}) = 0$ за всяко i, j

В отличие на гореизложеното, уравненията описващи връзките от взаимозависим тип, съдържат в себе си един много важен и съществен елемент, характерен за икономическите явления и процеси – елемента на обратна връзка.

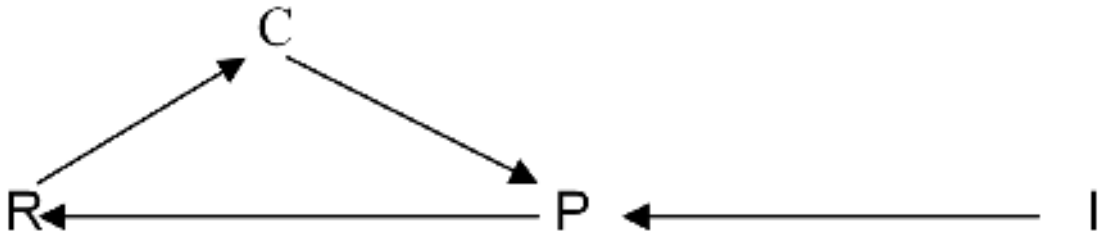
Както се вижда на фигурата по-долу този тип връзки предполага наличието на някакъв цикъл в зависимостите между отделните ендогенни променливи. Една ендогенна променлива може ад бъде причина за друга ендогенна променлива, явяваща се нейно следствие. Тя от своя страна може да се окаже причина за трета, която пък да е причина за първата ендогенна променлива. Следователно, дадена ендогенна променлива представляваща следствие на цялата система от взаимозависими уравнения, може да се окаже причина (т. е. екзогенна променлива) за някое уравнение, ако го разгледаме отделно от другите уравнения. С други думи, дадена променлива може да се явява едновременно ендогенна за целия МСЕУ и екзогенна за част от уравнението.



Вижда се, че такъв тип връзки ще отразяват възможно най-адекватно съществуващите съотношения в икономиката и следователно МСЕУ, изградени на базата на взаимозависими уравнения (наричани за удобство взаимозависими МСЕУ), ще бъдат ценен инструмент пр и изследването и измерването на количествени връзки между икономическите показатели.

В редица от иконометрични модели на западните учени търсенето на предмети за потребление се разглежда като функция

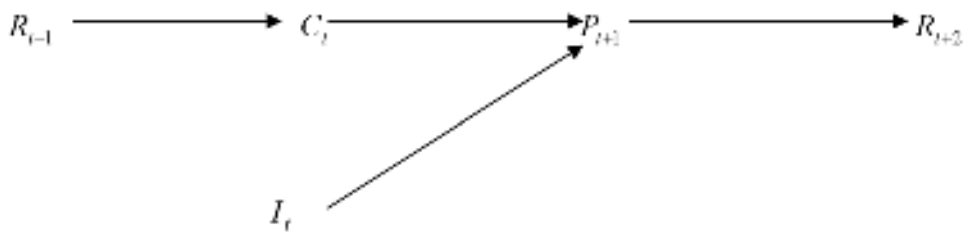
от доходите на населението; производството на предмети за потребление – зависимо от търсенето и оборудването(което се разглежда като екзогенна променлива); доходите на населението зависят от производството. Тези връзки, схематично биха изглеждали по следния начин:



Където с R са означени доходите на населението, със C – търсенето на предмети за потребление, с P – тяхното производство и с I – производственото оборудване.

Както се вижда, тази схема съдържа в себе си някакъв цикъл на връзките между ендогенните променливи P, R и C, в които всяка една от променливите се явява едновременно причина и следствие на друга променлива (напр. R спрямо P).

Преодоляването на този на пръв поглед, парадокс, се постига при успоредно разглеждане на тези променливи и техните лагови стойности, т. е. ако отразим и процеса на закъсняване на адаптацията. Тогава връзките биха изглеждали по следният начин:



Оттук става ясно, че R се явява като следствие от R_{t-1} и причина за R_{t+2}. Фигура 3 изобразява връзки от взаимозависим тип, а горната фигура е пример за рекурсивна система.

От разглежданият пример се вижда, че при по-детайлно описание на фактите, трябва да достигнем до рекурсивен вид на МСЕУ. Въз основа на това Х. Уолд застъпва становището, според което един модел има описателна сила, само когато отразява ориентираната верига от причинни връзки. Той се обосновава на факта, че в действителността една и съща величина може да бъде едновременно причина и следствие на друга.

Трябва да се отбележи, че рекурсивните МСЕУ наистина представлява определено удобство за изследователя, защото е възможно да бъдат оценени с помощта на прости методи – по пътя на използването на резултатите от всяко предходно уравнение при решаването на следващото, като при това всяко уравнение може да се оцени независимо от другите.

По тази причина при анализа на икономическите процеси и явления, априорно свързани с действието на няколко звена е необходимо винаги да бъде изяснен фактът – не се ли явява рекурсивното описание достатъчно близко за отразяване на реалните зависимости и за удовлетворяване целта на изследването. Както се посочва в изборът на твърде общ (нерекурсивен) модел предполага, че той трябва да бъде оценен с помощта на сложни методи, при които не може да бъде постигната голяма точност на резултатите.

15.4. Информационно осигуряване на МСЕУ.

Информационната база от статистически данни има особено важно и специфично значение в процеса на изграждане и експериментиране на моделите от едновременни уравнения. Пристъпвайки към изграждането на математически модел на дадена икономическа система, изследователят може да попадне в най-различни ситуации, в зависимост от разполагаемата информация и от степента на развитие на теорията, изучаваща моделираният обект.

Най-благоприятна ситуация ще има в случаите, когато икономическата теория е способна да даде на изследователя съдържателни хипотези, разполагаемите данни са достатъчни, за да се уверим в достоверността на тези хипотези (или до отхвърлим е увереност дадено предположение).

Уникалността на икономическите явления, обаче налага изучаването им само на базата на една реализация от наблюдения, получена в естествени условия. Това ограничение в редица случаи може да доведе до ситуацията, когато са налице недостатъчно на брой еднородни наблюдения и въпреки наличието на развита икономическа теория, възможността за използването на повечето статистически методи е съществено ограничена.

Като най-голяма затруднение при разработването на количествените модели се посочва достъпността до необходимите данни. При изследване информационното осигуряване на МСЕУ като един от основните проблеми могат да се посочат ограниченията, произтичащи от несъгласуваността между използваните времеви редове и затрудненията, вследствие несъпоставимостта на данните, съдържащи се в тези времеви редове.

При подготовка на динамичните редове (образуващи в съвкупността си информационна база от статистически данни за МСЕУ) осигуряването на взаимната им съгласуваност се състои предимно в обезпечаването на съответствие по отношение на:

- Единиците на измерване на наблюдаваните данни;
- Начинът на изразяване на данните (абсолютни значения, индекси, прирасти и т. н.)
- Общността на временните интервали, за които са съставени времеви редове (по годишни, месечни или тримесечни данни);
- Използването на едни и същи цени(постоянни или текущи)
- Съгласуването по степента на детайлизация в тях(по отрасли, общо за икономиката, за отделните видове продукция)

Осигуряването на тези условия е необходима изходна предпоставка за построяването на адекватен модел на икономическите процеси. Решаването на този проблем е свързано с извършването на допълнителна предварителна обработка на наличната база от статистически данни, заключваща се в следните операции:

- агрегиране или дезагрегиране на статистическите данни, в съответствие със съдържанието на показателите в модела. Трябва да се отбележи, че връзката съществуваща между агрегираните и дезагрегираните показатели не се заключава в просто сумиране на макроикономическите данни за получаването на макро-икометрични. Агрегирането представлява сложен многостепенен процес на подбор, класификация и обработка на статистическа информация;

- екстраполация или интерполация на времеви редове при отсъствието на информация за отделни времеви редове;

- преизчисляване на показателите в единни цени;

- въвеждане на изкуствени променливи, когато при когато при описание движението на даден показател се окажат налице някакви единични скокообразни изменения, необяснявани от нито един от използваните фактори. Обикновено значенията на такива фиктивни променливи се приемат за равни на нула извън интервала, където е наблюдавано изменението и тяхната роля се състои в изчистването на параметрите на останалите променливи от грешки, предизвикани от единичните скокообразни изменения;

- въвеждането на трендови или циклични променливи, характеризиращи влиянието на някои непосредствено неизмерими в количествено отношение фактори, каквито са например някои демографски и социални процеси и др. ;

- изчисляването на индекси, абсолютни или относителни прирасти, относителни величини и др.

Тези допълнителни процедури са свързани предимно с финансовата страна на моделите, доколкото представляват достатъчно трудоемък процес и по някога водят до непредвидено повишаване на разходите по изграждане на МСЕУ.

По- големи затруднения произтичат вследствие несъпоставимостта на данните, съдържащи се в отделните времеви редове. Осигуряването на съпоставимост е първостепенно условие за съставянето на конкретни времеви редове, които правилно да отразяват обективния процес на развитието на икономическите процеси и явления.

15.5. Идентификация на СЕУ.

Най-общо задачата за идентификация може да бъде формулирана така:

Зададен е обект, в процеса на нормалното функциониране, на който едновременно могат да бъдат намерени входните (екзогенните) и изходните (ендогенните) променливи. От резултатите на направените наблюдения да се построи законът, в съответствие на който входните променливи да определят изходните.

Трябва да се отбележи, че при болшинството от използваните в практиката статистико-математически методи, задачата за идентификацията на СЕУ се решава на два етапа:

- Структурна идентификация – т. е. определяне структурата на СЕУ. На този етап се определя вида на връзките и зависимостите, описвани от отделните уравнения. Обикновено в практиката, структурната идентификация се дефинира като задача за спецификация на структурните уравнения в СЕУ или избор на най-добро регресионно уравнение.

- Параметрична идентификация – задачата тук се свежда до определяне на възможностите за получаване на оценките(и самото оценяване) на неизвестните структурни параметри във вече специфицираните уравнения.

На задачата за идентифициране на МСЕУ са посветени редица изследвания и монографии. Тук ще се спрем само на основните елементи от теорията и на проблемите, свързани с осигуряването на идентифицируемостта на СЕУ.

По-точно при идентификацията е поставена задачата не за определянето на самия модел на обекта, а на неговото приблизително значение, представляващо негова оценка.

Поради голямата обобщеност на така поставената задача, тя се свежда до изясняването на въпроса: Съществува ли еднозначно съответствие между структурираните и редуцираните параметри?

Според признака "идентифицируемост" МСЕУ се разделят на три групи:

- Свръхидентифицирани - въз основа на коефициентите на редуцираната форма може да се получат две или повече (обикновено различни) значения за един структурен параметър;
- Непълно идентифицирани - коефициентите на редуцираната форма не позволяват определянето на структурните параметри;
- Точно идентифицирани - коефициентите на редуцираната форма определят еднозначно структурните параметри.

Индентифицируемостта е свойство не на системата като цяло, а на отделни уравнения участващи в нея.

За да бъде един МСЕУ идентифицируем, е необходимо броя на вътрешноприсъщите наложени върху него ограничения да бъдат не по-малък от броя на уравненията, участващи в него минус единица.

Ако в качеството на ограничения се прилагат само изключвания(т. е. приравняването на нула на някои от параметрите в матриците на структурната форма), то необходимото условие за идентифицируемост на дадено уравнение в МСЕУ се определя по следният начин – броят на изключените от уравнението

предетерминирани променливи, трябва да бъде не по-малък от броя на участващите в уравнението ендогенни променливи, намален с единица.

Въз основа на това условие Валаванис определя т. нар. “бройно” правило за идентифицируемост на дадено уравнение

- нека общият брой на предетерминираните променливи в МСЕУ е равен на L. С l_i ще обозначим броя на предетерминираните променливи, участващи само в i-то уравнение, а с k_i- броят на ендогенните променливи, включени в същото уравнение. Тогава при наличието на равенството $L - l_i = k_i - 1$, т. е. за всяка ендогенна променлива в i-то уравнение на структурната форма, без i - та такава, съществува предетерминирана променлива в другите уравненията системата и несъдържаща се в i-то уравнение, то i-то уравнение е точно идентифицирано.

При наличие на строго неравенство с посока

$L - l_i > k_i - 1$, уравнението се явява свръхидентифицирано, а в случаите, когато $L - l_i < k_i - 1$, то уравнението е напълно идентифицирано.

Оттук за сялата система едновременни уравнения могат да се изведат следните дефиниции:

А) МСЕУ е точно идентифициран при наличието на равенство ($L - l_i = k_i - 1$) за всички уравнения, участващи в модела;

Б) ако поне за едно от уравненията в МСЕУ е изпълнено строго неравенството ($L - l_i > k_i - 1$), то цялата система от уравнения е свръхидентифицирана;

В) при наличието на неравенство от вида $L - l_i < k_i - 1$ дори само за едно от уравненията в МСЕУ, то моделът е напълно идентифициран.

Тези правила отразяват само необходимото, но не и достатъчно условие за идентификация на МСЕУ. Действително, без наличието на условие за равенство изследователят не е в състояние да идентифицира дадено уравнение при каквито и да е други условия. Дори, налице да бъдат достатъчно на брой наблюдения, нито един статистически метод не би позволил определянето на това уравнение. На практика, даденото уравнение не винаги може да бъде идентифицирано, само при изпълнението на условието за равенство. Необходимо и достатъчно условие за идентификация на което и да е уравнение в СЕУ с n на брой структурни уравнения е следното: необходимо е да бъде възможно образуването на една неизчезваща детерминанта от n - 1 порядък, от стълбовете на матрицата, съответстващи на априорно изключените от даденото уравнение променливи.

Когато даден МСЕУ не удовлетворява условието за точна идентификация, пред изследователят са налице две възможности:

Първо: Моделът да бъде приведен към точно идентифицируема форма

Второ: В случаите, когато МСЕУ се е оказал свръхиндентифициран, да бъде използван някой от специфичните методи за оценка на неизвестните параметри, които позволяват получаването на най-добрата от множеството възможни оценки за структурните параметри, изчислени на базата на свръхидентифицираните уравнения.

За отстраняване на непълната идентифицируемост на МСЕУ, т. е. за привеждането му към точно идентифицируема форма, са възможни следните подходи:

- Чрез налагането на нови ограничения за значенията на някои структурни параметри;
- Да бъдат въведени достатъчно на брой предетерминирани променливи, които ще участват в някой от уравненията, но няма да фигурират в други;
- Да бъдат наложени ограничения върху поведението на грешките в уравненията

Доколкото остатъчните елементи в уравненията имат случаен характер и възникват в резултат от действието на цял комплекс от неизвестни фактори, то третият подход предизвиква сериозно недоверие. Въвеждането на предетерминирани променливи, за които също е невъзможно да гарантираме, че ще притежават желаните свойства, аналогично не винаги ще бъде напълно обосновано. Поради тези причини специалистите предпочитат налагането на нови ограничения при конструирането структурата на модела. Обикновено използваните ограничения, налаганите върху структурните коефициенти са следните:

1. Въвеждане на нулеви ограничения.

2. Приравняване един на друг на някои показатели. Този вид ограничение е особено важен за сравнително малко агрегираните МСЕУ.

3. Използване на допълнителна информация за изчисляването на някои от коефициентите и др.

15.6. Традиционни методи за спецификация на уравненията в СЕУ.

Определянето на уравненията, които ще участват в даден модел, зависи преди всичко от условията при които се изгражда този модел, а също така и от степента на детайлизация, към която се стреми изследователя, при описанието на връзките между моделираните икономически процеси.

Независимо от обхвата на МСЕУ, всички уравнения включени в него трябва да отговарят на едно общо изменение – да отразяват достатъчно точно структурните съотношения от икономиката, които съответното уравнение описва, т. е. да бъдат правилно специфицирани.

Основната информация за факторите, определящи изменението на ендогенните променливи, ни дава икономическата теория. В много случаи могат да съществуват няколко алтернативни спецификации за даден модел, измежду които е необходимо да бъде избран най-добрият от икономическа и статистическа гледна точка.

Желанието на всеки един изследовател е да бъдат включени по възможност най-голям брой определящи променливи в конкретното уравнение. От друга страна разходите свързани с получаването на необходимата информация при голям брой фактори са значителни и изискват в уравнението да бъдат включени колкото се може по-малко определящи променливи.

При спецификацията на дадено уравнение, могат да се приемат различни стратегии, в зависимост от които в практиката са разработени няколко метода за избор на най-добро уравнение. Най-общо методите на регресионните уравнения могат да бъдат разграничени в две основни групи.

При първата група се построяват и изследват всички възможни уравнения. Към тази група се отнася т. нар. “Метод на всички възможни регресии” и всички неговите разновидности, разгледани от различни класици в тази област.

Доколкото броя на всички възможни комбинации от определящите променливи нараства неимоверно бързо, при увеличаване броя на факторите (например при 10 на брой определящи променливи са възможни $2^{10}-1=1023$ регресионни уравнения), то изследването на такова огромно количество потенциално възможни структури на дадено уравнение неизбежно изисква използването на изчислителна система и специално разработени за целта алгоритми и програми.

Разработени са алгоритми позволяващи избора на най-доброто уравнение, само за 10 до 15 на брой определящи променливи. Това представлява и най-големият недостатък на тази група методи, иначе позволяваща на изследователя да направи избор измежду много алтернативни набора от определящи променливи.

При втората група методи, се построяват не всички, а само най-добрите варианти на търсеното уравнение. В този случай е възможно да се постъпи по два начина – при първият от тях, първоначално се построява регресионно уравнение, съдържащо само зависимата променлива и най-силно корелираната с нея определяща променлива. Последователно се добавят нови фактори, като се оценява икономическата и статистическата значимост от въвеждането на всеки нов фактор. Процедурата приключва при установяване на незначимост от въвеждането на нови фактори, т. е. счита се, че в уравнението вече са попаднали всички статистически значими определящи променливи и може да

се вземе решение за използването на така полученото уравнение. Тук се отнасят методите на “Включването” и т. нар. “Стъпков регресионен анализ”. Независимо от фактът, че е един от най-икономическите методи, методът на включването притежава доста сериозен недостатък – не се отчита ефекта от реда, по който се въвеждат факторите. Вторият метод представлява усъвършенстване на метода на “Включването”, като подобрението му се състои именно в това, че на всеки етап от въвеждането на допълнителни фактори, се изследват и всички други определящи променливи, включени на предходните етапи. По този начин, редът по който се въвеждат факторите остава без значение. Това е причина този подход да се счита за един от най-съвършените, но използването му е уместно тогава, когато броят на определящите променливи е достатъчно голям.

При вторият начин на построяване само на най-доброто регресионно уравнение, първоначално се изгражда пълното уравнение, от което последователно се изключват определящите променливи с незначително влияние върху обяснимата вариация на ендогенната променлива. На този принцип се разработен метода на “Изключването”. При него, за всеки един фактор от пълното уравнение се изчислява F критерий, като че ли този фактор е последната определяща променлива, включена в уравнението. Така последователно се намалява броя на факторите, докато не се вземе решение за използването на уравнението с останалите членове.

Подходът на изключването е предпочитан от много статистици, които предпочитат да въведат наведнъж всички фактори в уравнението, за да не би да случайно да пропуснат нещо. Главен недостатък при този подход е неотчитането на възможността от мултиколинеарност между определящите

променливи, което води до сериозни затруднения. Освен това, подобно на всички останали методи за построяване само на най-доброто регресионно уравнение, методът на “Изключването” позволява получаването само на едно – единствено добро уравнение и не дава информация за броя или състава на други алтернативни добри набори от определящи променливи.

В качеството си на метод за избор на факторите, определящи изменението на дадена ендогенна променлива, могат да бъдат използвани още различни модификации и комбинации от посочените по горе методи, а също така и други неспецифични за целта методи, като например “Факторния анализ”, “Анализът на главните компоненти”, “Баесовския анализ” и др.

15.7. Методи за оценяване на параметрите на СЕУ.

В моделите от едновременни уравнения задачата за оценяване на неизвестните параметри значително се усложнява в сравнение с другите видове модели.

Независимо от това, дали желаем да оценим само едно от уравненията в системата или смятаме да оценим всички уравнения в модела, ние се оказваме в ситуация, когато нито обикновеният метод на най-малките квадрати (OLS)[21], нито неговите модификации обезпечават в общия случай, удовлетворителната процедура за оценяване.

Усложненията настъпват от факта, че във всяко едно уравнение от СЕУ участват по няколко текущи значения на ендогенните променливи. Избирайки едно от тях за зависима променлива в даденото уравнение, останалите ще се корелират помежду си и ще оказват смущаващо въздействие. Така ако бъде приложен МНК към това уравнение, ще се получат изместени и несъстоятелни оценки на параметрите.

За да бъде статистически надеждна дадена оценка, трябва да притежава следните свойства:

- Неизместеност – ако математическото очакване на оценката съвпада със значението на оценявания параметър, т. е. ако отбележим с A_i^* оценката на A_i, необходимо е :

$E(A_i^*) = A_i$

- Състоятелност – когато с увеличаване броя на опитите, оценката се приближава до търсения параметър

[21] От ориганалното му название Ordinary Least Squares (Метод на най-малките квадрати). За по-голямо улеснение тук ще се използва българското съкращение МНК

- Ефективност – това свойство притежава статистическата оценка, която при дадени условия (даден обем на информация) осигурява минимална, в сравнение с другите оценки, дисперсия.

- Достатъчност – ако при дадените условия може да се осигури цялата възможна информация, т. е. не съществува друга оценка (при дадения набор от данни), която би могла да ни даде повече информация за интересуващият ни обект.

За да притежава всички тези свойства една оценка, получена с помощта на МНК е необходимо да бъдат налице следните изходни предпоставки, относно поведението на грешката E_{it} и екзогенните променливи X_j:

А) случаен характер на остатъците, т. е. отделните грешки в уравненията да имат случаен характер и крайни математическо очакване, дисперсия и ковариация;

Б) всяко отклонение E_{it} да се характеризира с математическо очакване равно на нула, независещо от значенията на предетерминираните променливи;

В) хомоскедастицитет – дисперсията на всяко E_{it} да бъде еднаква за всяко t = (1 ÷ T) и стойността и да не зависи от предетерминираните променливи;

Г) отсъствие на автокорелация в грешките, т. е. значенията на грешките за различните наблюдения да бъдат разпределени независимо едно от друго;

Д) остатъците E_{it} да бъдат нормално разпределени за всяко t = (1 ÷ T);

Е) определящите променливи да не бъдат мултиколинеарни помежду си, значенията им да бъдат лишени от грешки в

измерванията и средните и дисперсиите им да бъдат крайни величини.

Изпълнението на тези условия осигурява необходимите свойства на оценките за търсения параметър. Така например, за да не бъдат неизместени оценките е необходимо преди всичко наличието на второто условие. За състоятелността им са необходими условия А), Б), В), Г) и Е). Изпълнението на същите условия, осигурява още и ефективността на получените оценки.

При наличието на изпълнени много изисквания в крайна сметка МНК би дал способ за оценяване само при рекурсивните СЕУ. За по-общия случай, когато СЕУ не е от рекурсивен тип и не са изпълнени условията за прилагане на МНК, е необходимо използването на други методи.

За целта се използва един прост метод за оценяване - т. нар. косвен МНК (или индиректна регресия), който обаче е ефективен само когато СЕУ е точно идентифицирана.

Същността на този метод се състои в това, че при КМНК[22] всяко уравнение в редуцирана форма на СЕУ се третира като многофакторен регресионен модел, чийто параметри се оценяват по МНК. Т. е МНК се прилага за оценка не направо в структурните уравнения, а в редуцираните.

След като се оценят коефициентите в редуцираната форма на СЕУ, чрез нормализация може да се получат коефициентите на структурната форма на СЕУ.

Най-общо класическите методи за оценяване на параметри в свръхидентифицираните СЕУ могат да бъдат разграничени в две

[22] КМНК – Косвен метод на най-малките квадрати

групи - методи за оценка с ограничена информация и методи за оценка с пълна информация.

При първата група методи, оценките на параметрите се изчисляват за всяко уравнение поотделно, но с отчитане на информацията за всички определящи променливи, участващи в модела (Такива процедури са например двустъпков МНК и обобщен МНК). В този случай е удобно СЕУ да се трансформира в следният вид:

$$Y_t = A^* Y_t - CZ_t - E_t$$

Когато параметрите се оценяват с помощта на методите с пълна информация, се използват не само данните за всички променливи участващи в СЕУ, но и информация за спецификацията на всички уравнения и връзките между тях, т. е. осигурява се едновременното измерване на всички неизвестни параметри. Тези методи дават по-ефективни оценки, отколкото методите с ограничена информация.

За съжаление оценките, получени по тези методи обикновено са значително изместени, когато се работи с маломерна извадка от наблюдения.

Когато параметрите се оценяват с помощта на методите с пълна информация, се осигурява едновременното измерване на всички неизвестни параметри (такъв метод е например тристъпков МНК; за най-добър метод от теоретическа гледна точка се счита метод на максимално правдоподобие с пълна информация). Тези методи са по-ефективни в сравнение с методите с ограничена информация. От друга страна, обаче, методите с пълна информация изискват по-голямо количество изчисления и резултатите им са особено чувствителни към мултиколинеарност и

грешките в спецификацията на СЕУ. Поради тези, използването им на практика става значително затруднено. Отстраняването на мултиколинеарността може да бъде извършено по някой от следните начини:

- ако е възможно използването на нови данни за променливи или установяване на някои от параметрите на базата на някаква априорна информация.

- използването на методите на инструменталните променливи, метода на главните компоненти или метода на Силвей, когато са налице условията за тяхното приложение

- при невъзможност за прилагане на тези процедури, най-простия способ е отхвърлянето от метода на някои от променливите в мултиколениарната двойка. Доколкото изключването на даден фактор често противоречи на логиката на икономическите връзки и зависимости (нарушава се и правилната спецификация на модела), то в много ситуации се прибягва до замяната на един от мултиколинеарните показатели с друг или до неговото преобразуване.

Като най-перспективна насока за усъвършенстване и модификация може да се счита възможността за използване на итерационни процедури при методите с ограничена информация. Изчисляването с помощта на итерация, води до получаването на оценки за неизвестните параметри на СЕУ, притежаващи същите свойства, които имат получените по горепосочените методи. При това на всяка итерация може да бъде използван различен метод за получаване на търсените оценки.

При итеративните процедури, пренасянето на грешките в оценката от едно уравнение на СЕУ в друго се компенсира дори по-добре, отколкото при методите с пълна информация. Като при това

изчислителните процедури на отделните итерации, обикновено са прости (и не изискват обръщането на матрици от висок порядък, както е при двустъпков МНК и тристъпков МНК). А по тази причина резултатите, получени по тях не са и толкова чувствителни към мултиколиарността в определящите променливи.

Проблемите при итеративните методи са свързани предимно с голямото количество изчисления, което при наличието на съвременната електронно - изчислителна техника следва да се счита за несъществено. По-опасна е необходимостта и нееднозначността на итеративния процес, които понякога възникват при изчислителните процедури.

15.8. Пример – МСЕУ с макроикономически данни за България.

След преобразуванията, които сме извършили с данните, за да са във съпоставим вид, ще въведем следните означения на латиница (означенията са само с учебна цел), за по лесна работа с данните:

- Наетите лица по трудово правоотношение – NL
- Средната работна заплата - SRZ
- Общия доход на домакинствата средно на едно лице - DH
- Общия разход на домакинствата средно на едно лице – RH
- Разходите за придобиване на дълготрайни активи - RDA
- Брутния вътрешен продукт - GDP
- Внос – V_fob
- Износ – I_fob,

Уравненията, който ще използваме за построяването на матрицата са следните:

$$a_1 = a_2 * SRZ + a_3 * DH + a_4 * RH + a_5 * RDA + a_6 * GDP + a_7 * V_fob + a_8 * V_fob + a_9$$

$$b_2 = b_1 * NL + b_3 * DH + b_4 RH + b_5 * RDA + b_6 * GDP + b_7 * V_fob + b_8 * I_fob + b_9$$

$$c_3 = c_1 * NL + c_2 * SRZ + c_4 * DH + c_4 * RH + c_5 * RDA + c_6 * GDP + c_7 * V_fob + c_8 * I_fob + c_9$$

$$d_4 = d_1 * NL + d_2 * SRZ + d_3 * DH + d_4 * RH + d_5 * RDA + d_6 * GDP + d_7 * V_fob + d_8 * I_fob + d_9$$

$$e_5 = e_1 * NL + e_2 * SRZ + e_3 * DH + e_4 * RH + e_5 * RDA + e_6 * GDP + e_7 * V_fob + e_8 * I_fob + e_9$$

$$f_6 = f_1 * NL + f_2 * SRZ + f_3 * DH + f_4 * RH + f_5 * RDA + f_7 * V_fob + f_8 * I_fob + f_9$$

$$g_7 = g_1 * NL + g_2 * SRZ + g_3 * DH + g_4 * RH + g_5 * RDA + g_6 * GDP + g_8 * I_fob + g_9$$

$$h_8 = h_1 * NL + h_2 * SRZ + h_3 * DH + h_4 * RH + h_5 * RDA + h_6 GDP + h_7 * V_fob + h_9$$

Като правим така, че всяка векторна величина да бъде независима и другите да са зависими, намираме коефициентите пред регресионното уравнение. Приемаме, че във всяко уравнение зависимата променлива участва с коефициент 1, т. е. коефициента на независимата включва и този коефициент. Работим само с 20 реда от динамичния векторен ред, за да можем след това да намерим прогнозни резултати, и да имаме база са сравнение. Настройката на коефициентите на регресионните уравнения се извършва чрез индиректния метод на най – малките квадрати. Този метод е прост и лесен за прилагане и сравнително неточен, но е добре да се изпробва, защото може да послужи за съпоставка на резултатите, получени по други методи.

Изчисляването го правим с помощта на статистическата функция LINEST, като при тази функция от съществено значение е да се отбележи, че резултатите зависят от нейния последен аргумент, който е логическата стойност. За да получим коефициентите прилагаме функцията LINEST, седем пъти за всеки един икономически показател, като показателите са подредени в една и съща последователност, за по – лесното съставяне на матрицата.

След като сме построили матрицата от получените коефициенти, трябва да нормализираме данните, като умножим получените данни с -1, това е поради промяна на знака след решаване на регресионното уравнение.

Тези коефициенти ни помагат да изчислим прогнозата са следващите осем периода, т. е. за следващите две години и данните да ги сравним с реалните, които имаме за периода.

Изчисляването на прогнозните стойности, става с помощта на регресионните коефициенти които сме получили, като умножим

всяка от реалните стойности със съответния коефициент, който сме получили за нея.

Където, с a_u са обозначени коефициентите пред съответния икономически показател, а показателите са първичните данни, които сме осигурили. И това уравнение го прилагаме за всеки един от показателите. По този начин, намираме и прогнозните величини за последните две години.

За да проверим доколко модела, който сме построили е коректен ще изчислим за всеки показател средна относителна грешка по интерполация и средна относителна грешка по екстраполация. Грешка по интерполация представлява Процес използван за оценка на междинна стойност на една (зависима) променлива, която е функция на втора (независима) променлива, когато са известни стойностите на зависимата променлива, съответстващи на няколко дискретни стойности на независимата променлива. В икономиката се използва за да се провери адекватността на модела, които е разгледан и да се сравнят интерполираните данни с реалните- първичните и първите трябва максимално да се приближават до интерполираните.

Метода по екстраполиране се използва за намиране на нови стойности на търсените функции, извън множеството известни нейни стойности. Този метод е по – неточен в сравнение с интерполирането, понеже търсените стойности не са ограничени от известните.

Те се изчисляват по следната формула:

Средна относителна грешка = $\frac{\sum|P_i - R_i|}{\sum|R_i|}$

Където с P сме обозначили прогнозните данни, а с R реалните данни. От практиката се наблюдава, че за да е по – коректен модела грешката по интерполация трябва да е по – малка от грешката по екстраполация. А за цялостна коректност на модела, грешките трябва да са с възможно минимални стойности.

Средните относителни грешки по интерполация и екстраполация са представени в таблицата по – долу:

Средни относителни грешки по интерполация и по екстраполация

средна относителна грешка	**NL**	**SRZ**	**DH**	**RH**	**RDA**	**GDP**	**V_fob**	**I_fob**	**средна**
по интерполация	2,14%	1,96%	0,549%	0,627%	4, 39%	1,66%	2, 46%	2,07%	**1, 98%**
по екстраполация	12, 64%	11,59%	2,477%	2, 31%	15,31%	6,97%	12,77%	7,37%	**8, 93%**

След като сме намерили за всяко уравнение средната относителна грешка по интерполация и средната относителна грешка по екстраполация, се вижда че като цяло средната относителна грешка по интерполация не надвишава 5%, което означава че модела е адекватен. Както трябва да е теоретично средната относителна грешка по интерполация е по – малка от средната относителна грешка по екстраполация – от това следва ще сме работили правилно по построяването на модела.

Най – малка е средната относителна грешка по интерполация при общия доход и общия разход на домакинствата, съответно 0, 549% и 0, 627% това означава че коефициентите пред регресионното уравнение са най – точни при тези два икономически показателя. Забелязваме, че средната относителна грешка по екстраполация също приема своите минимални стойности при общия доход и общия разход – 2, 477% и съответно 2, 31%, това е съвсем минимална относителна грешка и това означава, че данните получени за прогнозирания период са съвсем близки до реалните данни с които разполагаме.

Най- голяма грешка по интерполация е при разходите за придобиване на дълготрайни активи – 4, 39%, което означава че регресионните му коефициенти не са много точни.

Средната относителна грешка по екстраполация е най – голяма отново при разходите да придобиване на дълготрайни активи – 15, 31%. Прогнозата която сме направили с тези данни не е много точна и се различава от действителните данни които имаме. Това се дължи може би на специфичността на отчитане на самите разходи, тенденцията при тях е да се увеличават в края на отчитаните тримесечия.

За да проверим адекватността и коректността на модела, като цяло изчисляваме средната грешка на средните относителни грешки по интерполация и средните относителни грешки по екстраполация. Стойността на първата грешка е 1, 98 %, което означава че интерполираните стойности на модела са относително адекватни и близки до реалните стойности. Средната на средните относителни грешки по екстраполация е 8, 93%, което е под 10% и което за този модел, който сме построили с ограниченото количество от данни е относителна адекватна грешка. Така че като цяло можем да кажем, че модела който сме разработили е коректен и надежден, и прогнозите, които биха били направени с него биха били надеждни. Можем също от изчислените грешки да обобщим, че доходите и разходите на домакинствата зависят от останалите икономически показатели, които сме включили в макроикономическия модел. А зависимостта с разходите за придобиване на дълготрайни активи е минимална : те не зависят от останалите икономически показатели в толкова силна регресионна зависимост.

От статистическите характеристики ние разгледахме, само сезонността, защото тя характеризира състоянието на показателите през съответния период. Наблюдава се сезонност при някой от показателите, но понеже за различните показатели е различна и не може да се определи сезонност точно за определено тримесечие, ще се построи модела без да се отчита сезонността, т. е. без да се включват лагови променливи.

От получените резултати като цяло можем да кажем, че модела който сме разработили е коректен и надежден, и прогнозите, които биха били направени с него биха били надеждни, но е удачно да се приложат и други методи за моделиране, и да се сравнят получените резултати по различните методи.

16. МОДЕЛИРАНЕ ПО МЕТОДА „МОНТЕ КАРЛО”

16.1. История и същност на метода.

Основен метод за моделиране и симулации, застъпен в международните стандарти за управление на проекти е методът Монте Карло. Методът Монте Карло е универсален метод за анализ на поведението на дейност, процес, план или проект. Той позволява изследването на въздействието на несигурността и рисковете и разработване на стратегии за управлението им. Той позволява точния и акуратен анализ и остойностяване на елементите на разходите, непредвидените разходи и отклонения от графика, предоставяйки сериини оценки на базата на случаен избор.

Методът Монте Карло е разработен през Втората световна война от екип от учени, работещи по проекта на американското правителство „Манхатън”, чиято цел е била създаването на атомната бомба. Те трансформират статистическите извадки „от математическо любопитство във формална методология приложима към широка палитра от проблеми”[23]. Първата публикация на тази тема е направена от Улам и Метрополис през 1949, наричайки създадената от тях техника за количествен анализ на риска на града Монте Карло, Монако, известен със своите казина и хазартни игри.

След Втората световна война методът Монте Карло намира приложение в биологията, инженеринга, геофизиката, метеорологията, програмирането, здравеопазването, финансите. За първи път е представен като метод за анализ на риска при упревлението на проекти от Кърън през 1968 г. основател на Корпорация „Наука за решенията”, пионер в областта на анализа на риска при управлението на проекти в САЩ. Въпреки това според

[23] Metropolis, N., S. Ulam, The Monte Carlo Method. Journal of the American Statistical Association., 1949

Куак и Ингал[24] той „все още не намира достатъчно широко приложение в сферата на управление на реални проекти", за което основна причина е дисконфорта и неразбирането на статистическите методи като Монте Карло от ръководителите на проекти.

Повечето стопански дейности, процеси, планове и проекти са с повишена сложност, както и проблемите решавани по време на проекта „Манхатън". Те зависат от множество фактори на вътрешната и външната среда на организацията, известни и неизвестни, контролируеми и неконтролируеми рискове, взаимодействайки помежду си. Това възпрепядства аналитичното изследване на причинно-следствените връзки между тях и влиянието им върху крайните резултати.

Методът е кръстен на едноименния град, известен с хазартния си бизнес, тъй като случайните числа са в основата му, а рулетката е едно от най-лесните устройства за генериране на случайни числа. При него се генерират хиляди, понякога милиони резултати и се търсят преобладаващите между тях характеристики. Това е универсален метод за симулация, който намира приложение в различни области на научните изследвания и в практиката.

Симулацията Monte Carlo е метод за итеративна оценка на детерминистичен модел, като се използват серия от произволни числа като входяща информация. Този метод често се използва когато модела е комплексен, нелинеен или включва повече от само несигурни параметри. Една симулация включва обикновено повече от 10. 000 оценявания на модела, задача която в миналото беше възможна само с помощта на супер компютри.

[24] Kwak, Y. H., L. Ingall, Exploring Monte Carlo Simulation Applications for Project Management, Risk Management 2007, 2007

С използването на произволна входяща информация, детерминистичния модел се превръща в стохастичен модел.

Методът Monte Carlo е само един от многото методи за анализиране на променливото размножаване, където целта е да се детерминира как *произволната вариация, липсата на знания*, или *грешките* влияят на *чувствителността, представлението* или *надеждността* на системата която бива моделирана. Симулацията Monte Carlo се категоризира като метод за изпробване защото входящата информация произволно се генерира от вероятностно разпределение за да симулира процеса на изпробване от конкретна извадка. Избира се разпределение за входящата информация най-близка до тази която има, или най-добре представляваща *текущото състояние на знания.* Данните генерирани от симулацията могат да бъдат представлявани като вероятни разпределния или хистограми, или да се конвертират в *надеждностни прогнози, толерантни зони* или *доверителни интервали.*

Методът Monte Carlo позволява да се моделира произволен процес, на чието протичане влияят случайни фактори. Поради това той е много подходящ при оценката и прогнозирането на рискове и при оценка на надеждността на сложни системи.

16.2. Приложение на метода.

При прилагане на Monte Carlo в Crystal Ball, даден проблем може да се разреши чрез типичния процес на стохастично моделиране:

1. **Създаване на параметричен модел,** y = f(x1, x2, …, xq) т.е. разработване на модел, който „се държи“ като истинската система, в която се намира проблемът, като се обърне специално внимание на допусканията, които се правят – входните данни, които имат случаен и вероятностен характер.

2. **Генериране на серия входяща информация,** xi_1 , xi_2 , …, xiq т.е. извършване на определен брой опити, чрез които да се изучи поведението на симулационния модел.

3 - Оценяване на модела и запазване на резултатите като yi.

4- Повторение на стъпките 2 и 3 за i=1 до n. т.е. постоянно настройване на модела, докато се постигне висока степен на правдоподобност.

5. **Анализ на резултатите** с помощта на хистограми, обобщени статистически данни, доверителни интервали, и др. с цел подпомагане на вземането на решения относно проблема.

Графично представено този процес изглежда така:

Фигура : Процес на стохастично моделиране при Monte Carlo



Работата със софтуера Crystal Ball може да се раздели на три основни етапа:

1. Определяне на Допусканията (Define Assumptions) – всяка клетка от модела с вероятностен характер може да бъде зададена като допускане. При последващото симулиране се изчисляват множество сценарии за дадения модел, като за несигурните променливи се взимат случайни стойности съгласно зададеното вероятностно разпределение. Т. е. определянето на допускане включва задаване на разпределение за определена клетка.

2. Определяне на Прогнозите (Define Forecasts)- могат да се прогнозират клетки, чиято стойност се изчислява по определена формула. Crystal Ball помни стойността на клетката за всеки изпробван сценарии (опит). След стотици хиляди опити може да се разгледат стойностите на клетката при всеки един, статистическите данни от резултатите общо (като средната аритметична например), както и степента на сигурност за получаване на определена стойност или диапазон.

3. Осъществяване на симулацията (Start Simulation)- това е процесът на генериране на случайни стойности за допусканията, които сме дефинирали в модела, оценяване на формулите, които зависят от тези стойности, и най-накрая изчисляване на прогнозните данни.

Методът Монте Карло се състои в създаването на математически модел на реална система, в нашия случай на даден проект. Той съдържа определен брой променливи (входящи променливи, случайни променливи) представящи факторите, които оказват влияние при изпълнението на проекта. За всяка променлива се дефинира интервал от стойности, които тя може да приеме, и

тяхното вероятностно разпределение. За тяхното дефиниране могат да се използват вече направени концептуални оценки, експертни оценки или оценки по аналогия. Освен тях моделът съдържа последователност от изчислителни формули, които отразяват взаимовръзките между случайните променливи. Те ги трансформират и генерират разутатните променливи (изходни променливи, случайни функции), които ни интересуват – разходи и график за реализиране на проекта.

Разработеният модел ни дава възможност да изследваме влиянието на несигурността чрез извършване на експерименти с реалната система за много по-кратък период от време и много по-ниски разходи. При метода Монте Карло се извършват множество симулации с модела на проекта, като включените в него случайни променливи приемат стойност на случаен принцип от вероятностните им разпределения. По този начин едновременно се извършват можество анализи „Какво-Ако”. Така получаваме интервала на възможните стойности и вероятностното разпределение на интересуващата ни случайна функция.

Това поражда необходимост от правилен анализ. За тази цел на база на получените резултати могат да се построят различни графики – хистограми и комулативни честоти, както и да бъдат изчислени статистически показатели за централна тенденция и разсейване като средна, медиана, мода, размах, перцентили, дисперсия, стандартно отклонение, коефициен на вариация, стойност под риск (VaR). Въз основа на получените резултати може да се осъществи и анализ на чувствителността, чрез който могат да бъдат идентифицирани случайните променливи с най-голямо положително и негативно въздействие върху разходите и графика. Така методът Монте Карло предоставя необходимата информация за точната и акуратна оценка на елементите на разходите,

непредвидените разходи и отклонения в графика. За провеждането на метода Монте Карло могат да се използват различни софтуерни продукти като Microsoft Excel, програмни езици като Visual Basic, C + +, C #, Java, MATLAB, а също и различни специализирани софтуерни продукти за осъществяване на метода Монте Карло като Crystal Ball, REP/PC, @RISK, Risk Solver[25].

Определящо значение за правилното извършване на метода Монте Карло има правилното определяне на случайните променливи. Според Хъмфрис[26] при създаването на модела трябва да се включат само случайните променливи, които оказват критичен ефект върху случайните функции на модела. Според него една променлива оказва критичен ефект, когато изменението и с една единица (в положителна или негативна посока) предизвиква изменение на случайната функция с една или повече от една единици (в положителна или негативна посока). Според него дори в най-големите и сложни проекти факторите с критично влияние върху проекта са не повече от 30, а в повечето случаи между 10 и 20. Причина за това е така наречения закон на „Значимите малко и незначимите много", наричан още „Правилото 80/20" или „Закон на Парето".

Джон Холман[27] нарича тези фактори „носители на риска". Такива „носители на риска" могат да бъдат степен на дефиниране на обхвата на проекта, степен на иновации, степен на технолигия, степен на сложност, степен на контрол и други. Важно е правилното им идентифициране. „Носители на риска" са факторите от вътрешната или външната среда на организацията, които пораждат несигурност относно бъдещите резултати от проекта. Те често се

[25] Microsoft Excel, Visual Basic, C + +, C #, Java, MATLAB, Crystal Ball, REP/PC, @RISK, Risk Solver са търговски марки на приложен софтуер
[26] Humphreys, K. K., Project Risk Management – Advantages and Pitfalls
[27] Hollmann, J. K., The Monte-Carlo Challenge: A Better Approach, AACE International, 2007

бъркат с елементи на разходите на проекта, които водят до повишаване стойността на проекта – „носители на разходи”. Така например ремонтната дейност е „носител на разходи”, но не и „носител на риск”, защото тя е само един елемент на разходите на проекта. Ако обхватът на проекта (истинският „носител на риск”) е дефиниран правилно, той ще включва този елемент на разходите и той няма да породи несигурност относно резултатите от проекта. Допускането на тази грешка може да доведе до съсредоточаване върху намаляването на разходите вместо намаляване на риска.

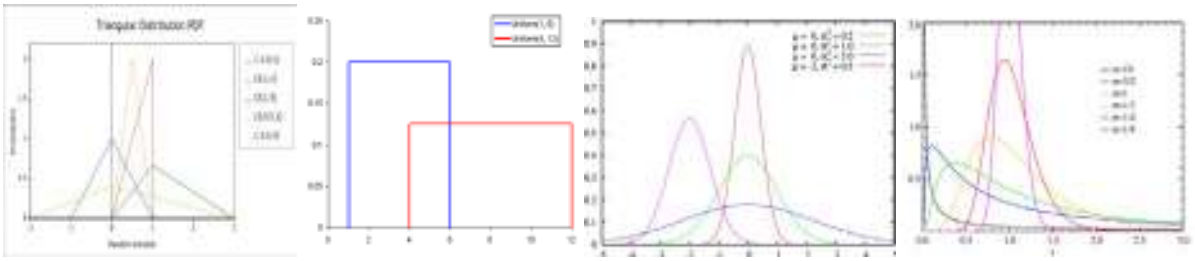
Всеки модел представлева опростен, но отразяващ реалните характеристики, вариант на реална система, процес, план, проект. След като бъдат идентифицирани „носителите на риск” (рисковите събития), на база на исторически данни се определя влиянието, което могат да окажат върху проекта. Така могат да се дефинират вероятностните разпределения на необходимите разходи и време за реализирането на отделните дейности по проекта. Те определят каква е вероятността разходите и продължителността на проекта да приемат дадена стойност. Но много често ръководителите на проекти не разполагат с исторически данни, въз основа на които да определят вероятностните разпределения на отделните елементи на разходите. За тази цел редица организации занимаващи се с управление на проекти публикуват такива данни, достъпни в интернет. Някои специализирани софтуерни продукти за осъществяване на метода Монте Карло дават пряк достъп до тях, а също така позволяват създаването на собствена база данни въз основа на публикувани данни от техни потребители.

При липса на исторически данни за определянето на обхвата и вероятностното разпределение на отделните случайни променливи най-често се използва триъгълно разпределение, на база на експертни оценки на долната и горната граница и най-вероятната

стойност на отделните променливи. При определени ситуации могат да се използват равномерно, нормално и логаричмично (бета) разпределения. Равномерно разпределение се използва в случай, че всяка една допустима стойност на дадена променлива има една и съща вероятност за сбъдване (или когато нямаме информация, която да опровергава това твърдение). Нормално или логаритмично разпределение можем да използваме, когато разполагаме с информация относно най-срещаната стойност на дадена променлива, която може да приеме всяка стойност. Нормално разпределение можем да използваме, когато считаме, че вероятността реалната стойност на променливата да е по-малка или по-висока от най-срещаната е еднаква, а логаритмично (бета), когато смятаме, че тази вероятност е различна (фигура 1. 1).

За определянето на тези характеристики на променливите можем да използваме опита на различни експерти – участниците в проектния екип, ръководителите или професионалисти в дадена област, външни за организацията.

Триъгълно, равномерно, нормално и логаритмично разпределение



Вероятностните разпределения, заложени в Crystal Ball, са различни - нормално, триъгълно, разпределение на Пуасон, биномно, логнормално, еднородно, експоненциално, геометрично и др. Те са изведени като теоретично описание на явления и събития, наблюдавани в природата и в живота и тяхното използване стои в основата на съвременното компютърно моделиране и реализация

на метода Monte Carlo. Понятието „вероятност“ се употребява винаги във връзка с резултатите от някакъв експеримент. Вероятността да се сбъдне даден резултат всъщност преставлява някакъв относителен дял или пропорция. Чрез нея се определя относителният дял на появяванията на даден възможен резултат от всички проведени опити, ако би съществувала възможност опитите да се повтарят неопределено дълго. Поради естеството данните в модела ще разгледаме по-подробно само нормалното и триъгълното вероятностни разпределения.

- Нормалното разпределение (разпределение на Гаус) описва много природни феномени като грешки при измервания, ръст на хората, коефициенти на интелигентност, ръст на инфлация и много други. То е непрекъснато разпределение с два параметъра – средно и стандартно отклонение. Има три условия, на които отговаря нормалното разпределение:

  - От стойностите на случайната променлива най-често срещани са средните стойности;
  - Случайната променлива дава стойности еднакво разположени около средната - разпределението е симетрично;
  - Случайната променлива е по-вероятно да даде стойност близо до средната, отколкото далече от нея. От всички стойности на нормалното разпределение приблизително 68% са разположени на едно стандартно отклонение от средната.

- Триъгълното разпределение показва броят на успехите на даден опит, когато са известни минимума, максимума и най-вероятната стойност. Например може да опише броят коли продадени на седмица, когато се знаят трите параметъра от минали

продажби. То е непрекъснато вероятностно разпределение с три параметъра - минимум, максимум и най-вероятна стойност.

Има три условия на които отговаря триъгълното разпределение:

- Минималната стойност е фиксирана;
- Максималната стойност е фиксирана;
- Най вероятната стойност лежи между минимума и максимума, показвайки, че стойностите около долните ъгли на триъгълника са по-малко вероятни от тези около върха – най-вероятната стойност.

След като определим вероятностните разпределения на случайните променливи трябва да се определят взаимовръзките между тях. Те могат да бъдат положително, отрицателно или неотрално корелирани. Много често в практиката несъзнателно се приема, че отделните елементи на разходите на проекта са независими един от друг. Това много често води до подвеждащи резултати и неточни оценки. За точното и акуратно определяне на елементите на разходите, непредвидените разходи и отклоненията от графика е необходимо провилното определяне на вида и степента на корелация между елементите на разходите на проекта. Неотчитайки тези зависимости, при всяка направена симулация някои променливи ще получават по-високи стойности, а други по-ниски. Така те ще се неотрализират, което ще доведе до подценяване на рисковете и непредвидените разходи и отклонения в графика. Най-често корелацията между елементите на разходите на проекта е породена от две основни причини:

Зависимост на елементите на разходите от един и същ „носител на риск”[28] – тази зависимост често предизвиква непредвидени разходи и отклонения от графика, особено ако корелецията е силна

Причинно-следствена зависимост на един елемент на разходите от друг - в тези случаи е по-подходящо моделирането на тези зависимости, вместо определянето на корелационните връзки

След като сме определили случайните променливи, вероятностните им разпределения и зависимостите между тях, следва да се осъществят симулациите. Всяка една симулация, наричана повторение, е експеримент със системета (проекта), която изследваме. При всяко повторение се избира случайна стойност на случайните променливи от вероятностните им разпределения. След което тези стойности се събират. Така се получава общата стойност на разходите и продължителността за реализиране на проекта. Определянето на броя на експериментите (повторенията), които ще бъдат направени, зависи от целите на анализа. В тази ситуация е валидна зависимостта: колкото повече повторения бъдат направени, толкова по-точна ще бъде направената оценка. Някои софтуерни продукти позволяват и избора на други методи за случаен подбор като метода Латински Хиперкуб (Latin Hypercube) – той позволява постигането на по-точни резултати при наличието на по-малък брой променливи и по-малък брой повторения (итерации).

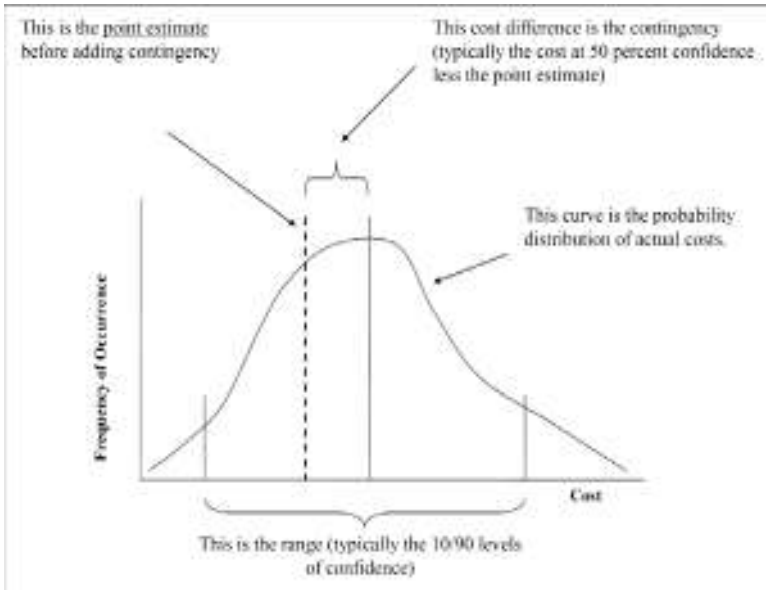
За осъществяването на последващия анализ е необходимо определянето на доверителните интервали, с които ще се работи. Довирителните интервали са мярка за сигурност – те определят вероятността реалната стойност на търсените случайни функции (реален бюджет и продължителност на проекта и съответно

[28] Hollmann, J. K., The Monte-Carlo Challenge: A Better Approach, AACE International, 2007

стойността на непредвидените разходи и отклонения от графика) да бъде в този интервал. Съответно, колкото по-голям е този интервал, толкова по-малък е рискът. Но също така колкото по-голям е този интервал, толкова по-голяма е стойността на непредвидените разходи и отклонения от графика.

На база на получените данни могат да бъдат оценени и остойностени непредвидените разходи и отклоненията от графика. Този анализ се извършва съобразно планираните стойности на бюджета и продължителността на проекта, дефинираните предварително доверителни интервали и събраната информация чрез осъществяването на симулации с метода Монте Карло.

Графично представяне на резултатите от метода Монте Карло: вероятностното разпределение на резултатите, очакваната стойност на разходите по проекта, доверителните интервали и стойността на непредвидените разходи

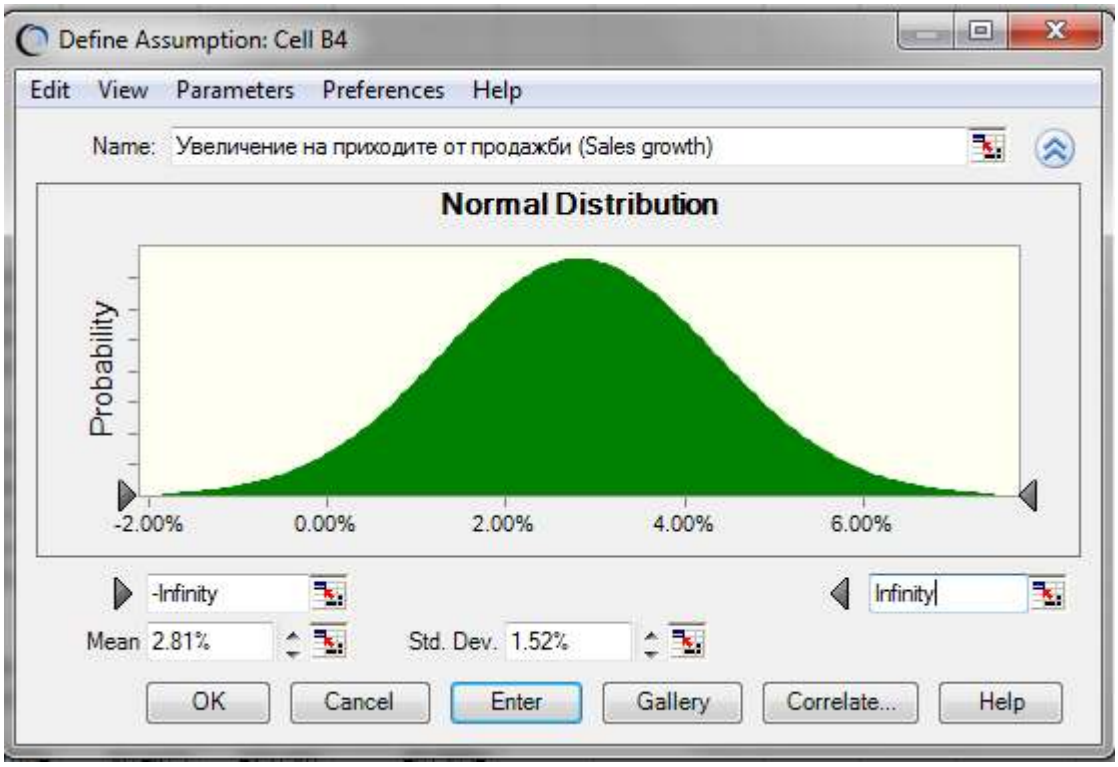


16.3. Пример експерименти с модела на реална компания.

- **Експеримент с едно допускане**

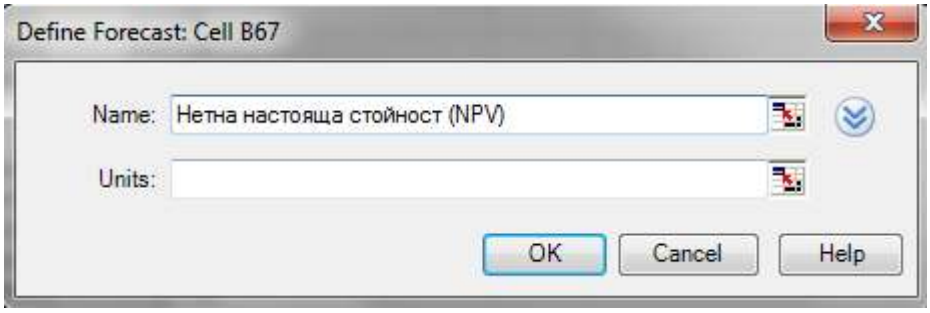
Първо приемаме за допускане показателят Увеличение на приходите от продажби (SG), като му задаваме нормално разпределение и приемаме за средна стойност 2. 81%, а за стандартно отклонение 1, 52%. В програмата това изглежда така:

Фигура : Определяне на Допусканията



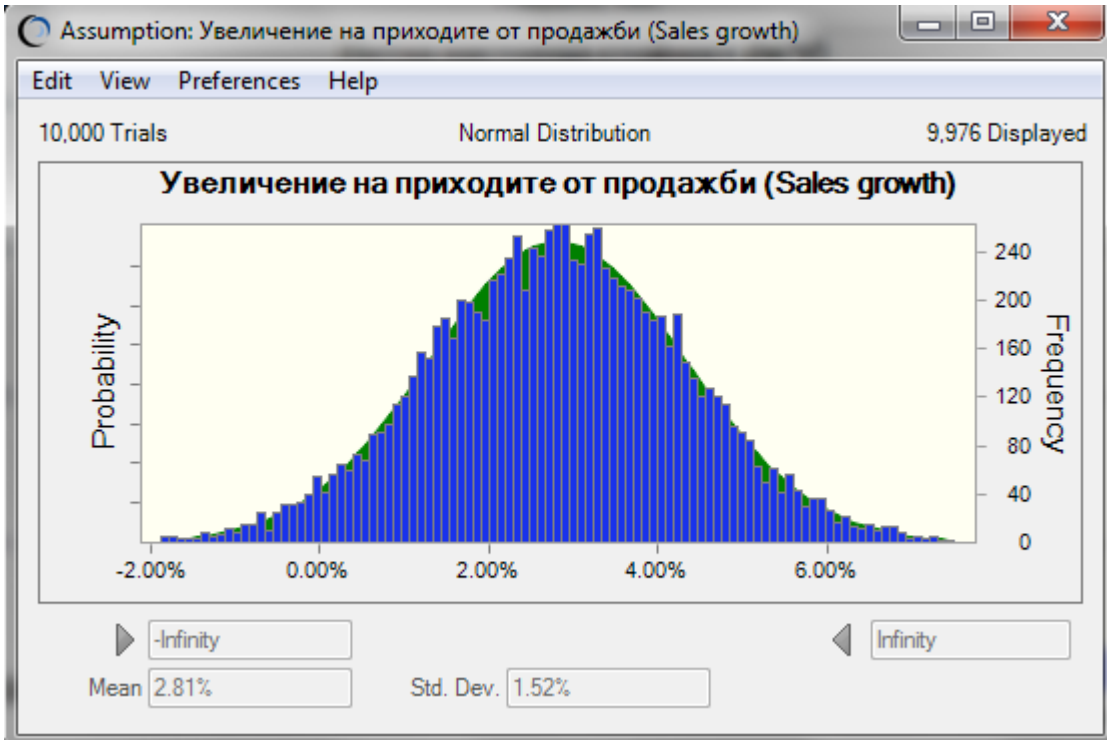
За прогноза дефинираме Нетната настояща стойност (NPV):

Фигура : Определяне на Прогноза

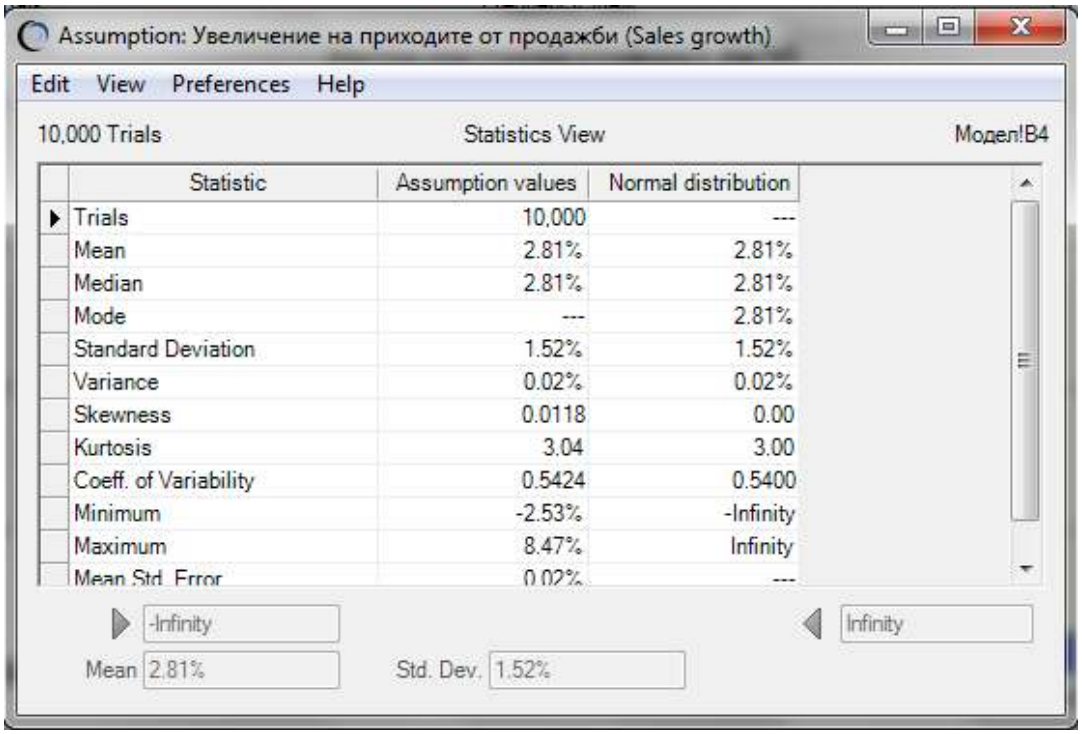


Осъществяваме симулацията, като предварително сме задали да се извършат 10 000 случайни опита. На секунда се генерират повече от 1800 случайни стойности.

Ето какви резултати получаваме за най-честите стойности на SG:



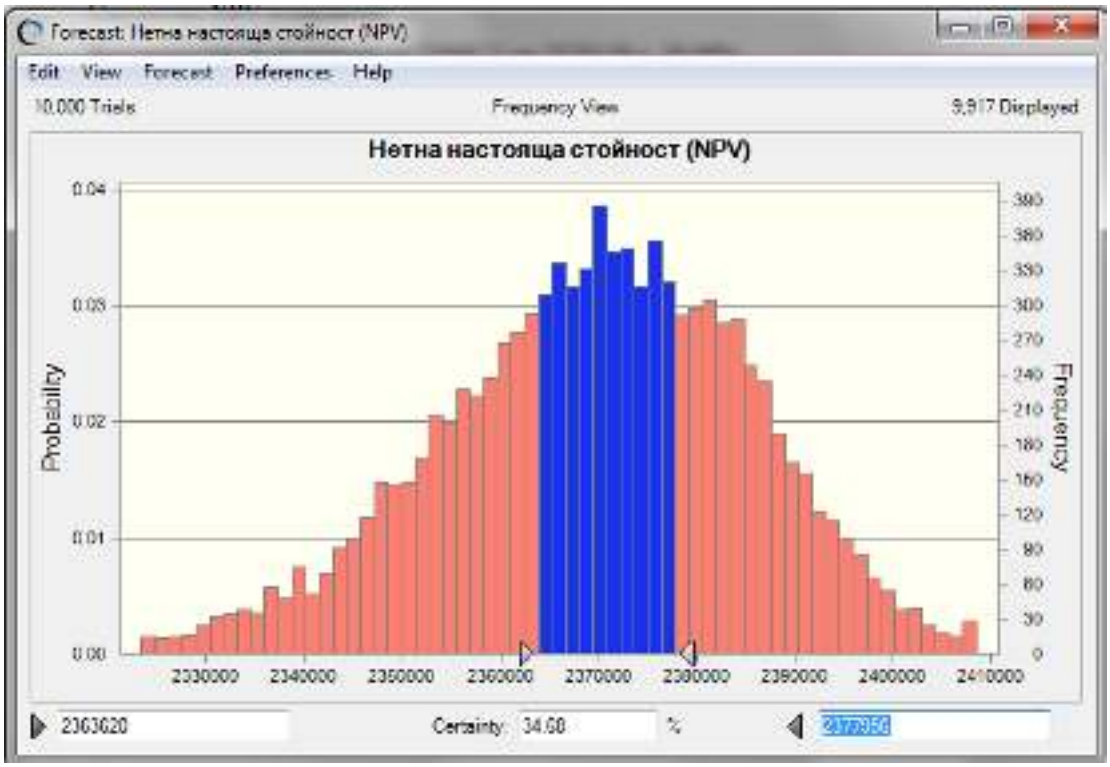
Фигура: Статистика за SG



Statistic	Assumption values	Normal distribution
Trials	10,000	---
Mean	2.81%	2.81%
Median	2.81%	2.81%
Mode	---	2.81%
Standard Deviation	1.52%	1.52%
Variance	0.02%	0.02%
Skewness	0.0118	0.00
Kurtosis	3.04	3.00
Coeff. of Variability	0.5424	0.5400
Minimum	-2.53%	-Infinity
Maximum	8.47%	Infinity
Mean Std. Error	0.02%	---

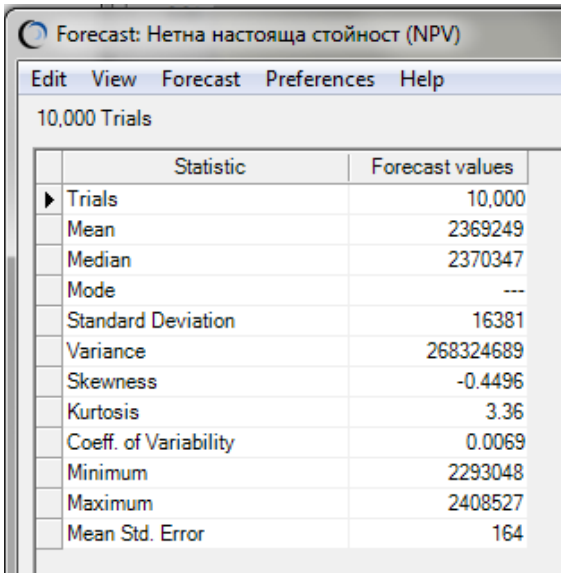
За прогнозната клетка NPV резултатите са следните:

Фигура: Графика за NPV



Степента на сигурност (Certainty) е ключов елемент в Crystal Ball, тъй като позволява да се определи вероятността за постигане на стойностите в даден диапазон. Ако например искаме да получим стойност на NPV от 2363620 до 2377956, вероятността за това е 34. 68%. В същото време получената средна стойност е 2369249.

Фигура : Статистика за NPV



Statistic	Forecast values
Trials	10,000
Mean	2369249
Median	2370347
Mode	---
Standard Deviation	16381
Variance	268324689
Skewness	-0.4496
Kurtosis	3.36
Coeff. of Variability	0.0069
Minimum	2293048
Maximum	2408527
Mean Std. Error	164

16.4. Предимства на метода Монте Карло.

Според Куак и Ингал[27] „най-голямото предимство на метода Монте Карло в управлението на проекти е, че той е изчкючително мощен инструмент, когато се опиваш да разбереш и оцениш потенциалните ефекти от несигурността свързана с проекта. ” За успешното реализиране на един проект е важно да се обърне внимание на две измерения на несигурността свързана с проекта – относно бюджета и относно графика. Методът Монте Карло помага на ръководителите на проекти в оценяването и остойностяването на елементите на разходите, непредвидените разходи и отклонения в графика, предизвикани от рисковите събития, които могат да се случат през жизнения цикъл на проекта.

Основен недостатък на аналитичните методи, най-известен от които е анализа на сценариите, опитващи се да анализират несигурността, е необходимостта от приемане на строги ограничения, което ги прави неизползваеми в реални ситуации. Тези методи предоставят определени случаи, вместо всички възможни такива, което прави невъзможно определянето на тяхната точност и акуратност. Чрез възможността за осъществяване на хиляди симулации, методът Монте Карло предоставя тази информация. Така създава по-голяма прозрачност на по-сложните системи. Дава възможност за постоянно изменение на параметрите (влияещите върху системата фактори на вътрешната и външната й среда) на анализираната система (процес, организация, проект) без това да се отразява на точноста и акуратността на ресултатите.

Обикновено ръководителите на проекти вземат своите решения на базата на три параметъра на проекта – количество (брой), валута и време. Те пренебрегват четвъртия параметър – рискът. Международната Асоциацията за развитие на

остойностяването, САЩ[29] дефинира риска като „степента на разсейване около очакваната или реалистичната стойност за интересуващата ни променлива или количествената оценка на долната и горната граница, определени за оценяваната променлива. ” Често използван метод за анализ на риска е анализът на сценариите. При него тези граници се определят като се определят най-неблагоприятните и съответно най-благоприятните възможни стойности на променливите на изследваната система. На тяхна основа се изчисляват песимистичен и оптимистичен вариант. Тези оценки в повечето случаи са силно подвеждащи, защото не е възможно, дори при високо рисков проект, всички променливи (фактори) да постигнат едновременно своите най-неблагоприятни или най-благоприятни стойности. Това води съответно до надценяване на риска и неточна оценка на елементите на разходите, непредвидените разходи и отклонения от графика. Този недостатък на аналитичните методи може да бъде преодолян чрез извършване на симулации чрез метода Монте Карло.

Много често непредвидените разходи или отклонения от графика се оценяват като процент или фиксирана стойност от бюджета и съответно продължителността на проекта, като в някои организации тези стойности са фирмена политика – те са едни и същи за всеки проект на компанията. Стойността на непредвидените разходи и отклонения от графика са функция на желаната степен на сигурност, че планирания бюджет няма да бъде надхвърлен. Колкото е по-голямо нивото на желаната сигурност толкова по-голема ще е стойността на непредвидените разходи и отклонения от графика. Чрез използването на метода Монте Карло тези стойности могат да бъдат точно и акуратно определени спрямо съответната степен на желана сигурност.

[29] Humphreys, K. K., Project Risk Management – Advantages and Pitfalls

Освен точна и акуратна оценка на риска (съответно на непредвидените разходи и отклонения в графика), методът Монте Карло позволява подобряването и оптимизирането на наблюдаваната система (проект). Той позволява сравнението на различни проекти (различни варианти на един и същ проект) и изборът на най-добрия от тях. Според Дейвид Хюлет[30], той дава отговор на следните въпроси:

- Каква е истинската най-вероятна (реалистична) стойност на разходите (продължителността), необходими за реализиране на проекта?
- Каква е вероятността да бъде надхвърлен планирания бюджет (график) на проекта?
- Каква е стойността на риска на проекта? / Каква е стойността на непредвидените разходи (отклоненията от графика) за проекта?
- Къде се намира риска в проекта? / Кои елементи на разходите на проекта носят най-голям риск (генерират най-много непредвидени разходи и отклонения в графика)?

[30] Hulett, D. T., Ph. D., Project Cost Risk Analysis Using Crystal Ball

17. АВАНГАРДНИ МЕТОДИ ЗА ПРОГНОЗИРАНЕ.

17.1. Основни подходи.

Извън традиционните класификации, заслужават да се отбележат така наречените „авангардни” методи за прогнозиране. Те се използват при синтезирането на прогнозиращи функции за уникални нужди, когато липсват достатъчен брой наблюдения, или по принцип не са изпълнени условията за прилагане на някой метод. За тези случаи изследователи, теоретици и практици от всички научни школи и направления предлагат голям брой алтернативни или допълващи методи за прогнозиране. Авангардните методи нямат обща методика и се считат в общ клас, само защото са различни от останалите класове методи за прогнозиране. Изчерпателен списък не може да бъде посочен, но някои от тях се базират на фрактален анализ, разпознаване на образи, теория на хаоса, генетични алгоритми, размити множества, многоредна селекция, невронни мрежи, експертни системи и още много други.

Към тази група методи за прогнозиране се причисляват всички подгрупи методи, използващи подходи за синтез на прогнозиращи функции, които нямат конкретно обоснован иконометричен характер. Иначе казано, това са групи комбинативни методи, при които входящите променливи, параметрите и изходните прогнозиращи функции съвпадат с тези от групите на класическите количествени методи за прогнозиране, но в процеса на синтез на по-сложни прогнозиращи функции се формират математически описания, които въпреки че постигат значимо повишение в точността на прогнозите, трудно биха могли да бъдат интерпретирани под формата на някаква позната иконометрична закономерност.

Две са основните течения в еволюцията на авангардните методи за прогнозиране – широко популярният подход за прогнозиране чрез използването на „невронни мрежи“ и малко по-непознатият (за западните школи) подход на „многоредни селекционни процедури за синтез на прогнозиращи функции“.

Макар и причислени в една обща група методи за прогнозиране (поради своя неиконометрично обоснован характер), всъщност двата подхода съществено се различават в самата си основа. Приема се, че прогнозирането чрез „невронни мрежи“ има по-скоро интуитивен характер – невронната мрежа се опитва да интерпретира същността на изследвания процес и да обхване интуитивно неговите колебания, докато целта на една многоредна селекционна процедура за синтез на прогнозираща функция е да генерира в крайна сметка най-доброто математическо описание на този процес, макар то в много от случаите да няма логично обоснована връзка с входните му елементи. Въпреки тези изначално различни концепции на двата авангардни подхода, практическите им резултати обичайно са значимо по-точни спрямо всеки класически метод за прогнозиране, приложен самостоятелно, поради което в контекста на настоящото изложение, следва да бъдат разгледани достатъчно подробно поне в теоретичната му част.

За сметка на това, в приложната част на разработката авангардните методи за прогнозиране намират значително по-ограничено място, поради основното им изискване (считано и за косвен недостатък) - необходимостта от специализиран професионален софтуер и/или програмиране на високо ниво.

17.2. Изкуствени невронни мрежи.

Изкуствените невронни мрежи (Artificial Neural Networks - ANN) са авангарден компютърно-базиран съвременен метод за прогнозиране, който наподобява някои от процесите на обработка на информация, протичащи в човешкия мозък. Също като човешкия мозък невронните мрежи имат способността да “учат” и да актуализират параметрите на своите прогнози при натрупване на опит. Изкуствените невронни мрежи се използват основно за изследване на влиянието на обяснителните променливи (входящи неврони) върху изходните променливи (изходящи неврони).

Методите на невронните мрежи се използват независимо или служат за прогнозиране, повечето от които са свързани с построяването на модели, основани на едно или друго предположение. Подходът с използването на невронни мрежи е еднакво приложим както към линейни, така и към сложни нелинейни зависимости, и е особено ефективен при предварителния анализ на данните.

Изкуствените невронни мрежи (*Artificial Neural Networks*) са съвременни математически модели, базирани на теорията за начина на функциониране на биологичните неврони.

Първата официално известна в света изкуствена невронна мрежа *Perceptron* е създадена още през 1958 година от психолога Франк Розенблат, с предназначение да моделира как човешкият мозък обработва визуалната информация.

Еволюцията на тази концепция през годините генерира разнообразие от различни видове невронни мрежи, както и все по-широко им приложение във всички високотехнологични области на знанието.

Невронната мрежа представлява комплексната динамична структура която се състои от силно взаимосвързани елементи, наречени неврони. Всеки отделен неврон в невронната мрежа няма “интелигентност” сам по себе си. Функционалността на невронната мрежа се определя главно от връзките между отделните неврони в нея. По този начин поведението на невронната мрежа може да се разглежда като интелигентно.

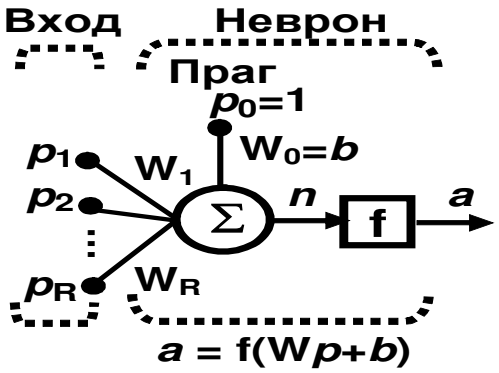


Схема на един неврон

Вход на неврона е вектора $p = [p_1\ p_2\ \ldots\ p_n]$ от изходните сигнали на други неврони. Всяка входна стойност се умножава с съответното тегло W_1, W_2, …, W_n, от вектора W, всички произведения се сумират в сумиращия блок $\sum$ - изходът му е n, което определя степента на активиране на неврона. Сумата от произведенията на теглата и входовете със праговете е аргумент на трансферната (активираща) функция f. Трансферните функции могат да бъдат от различен тип – линейни, нелинейни, диференцируеми и др. Трансферната функция произвежда изхода на неврона който е означен с a.

Параметрите на неврона които могат да бъдат обучени са векторите от теглата и праговете, респективно W and b.

Математическият аналог на биологичната невронна мрежа представлява множество от взаимносвързани прости изчислителни елементи (неврони), като всеки от тях приема сигнали от другите

(под формата на числа), сумира ги, като сумата минава през активационна функция (най-често използваната е y=f(x)=1/(1+e-x)), и така определя своята активация (степен на възбуда), която се предава по изходящите връзки към другите неврони. Всяка връзка има тегло, което умножавайки се със сигнала, определя неговата значимост (сила).

Теглата на връзките са аналогични на силата на синаптичните импулси, предавани между биологичните неврони. Отрицателна стойност на теглото съответства на подтискащ импулс, а положителна - на възбуждащ. Невронните мрежи се състоят от един, два или повече отделни слоя, които могат да бъдат организирани в различна топология. Математически е доказано, че невронна мрежа с повече от един слой с достатъчно на брой неврони, може да моделира поведението на всяка съществуваща функция.

Теглата на връзките между невроните определят функционалността и поведението на невронната мрежа. Съществено предимство на невронните архитектури е възможността те да бъдат обучавани, а в последствие и да се самообучават. Обучението на една невронна мрежа се постига чрез промяна на теглата на връзките между невроните и се осъществява чрез правила, които определят как да се променят тези тегла. Най-разпространеното сред тях е методът на обратното разпространение на сигнал за грешка (*back-propogation*), където за всеки изходен неврон се изчислява разликата от желаното му поведение, като се формира сигнал за грешка, който се движи назад към входния слой и по пътя си променя теглата на връзките така, че при следващата активация на мрежата грешката да бъде по-малка от регистрираната. Веднъж след като мрежата е „обучена“, тя трябва да се „захрани“ с нови данни, които не са били използвани по

време на нейното обучение. Това е своеобразен начин на тестване на невронната мрежа, за да се установи дали е в състояние да прогнозира неизвестните изходи или по- точно, способна ли е да генерализира.

Като илюстрация на свързани неврони на фигура 2 е показана двуслойна невронна мрежа с право разпространение на сигнала (НМПРС). Тя има *R* входа, *S*1 неврона в първия слой и *S*2 неврона в втория слой. Различните слоеве могат да имат различен брой неврони. Изходите на първия слой неврони са входове на втория слой неврони и всеки неврон от първия слой е свързана със всеки неврон от втория слой.

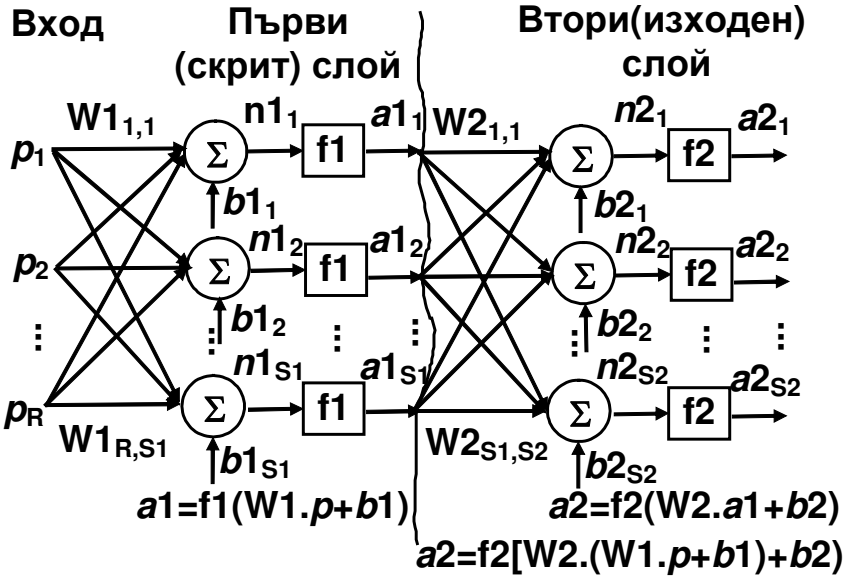
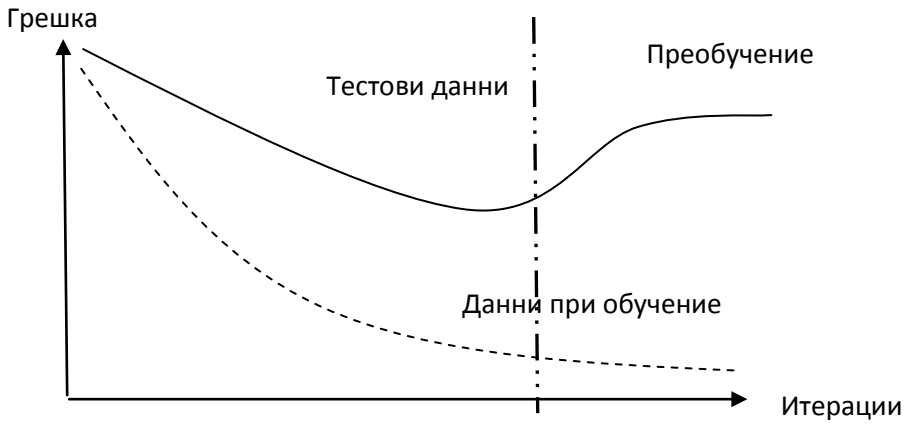


Схема на неврона мрежа

Обучението на невронната мрежа се реализира или чрез супервайзър или като самообучение. Често при обучението на невроните мрежи се използват градиентни методи.

Възможен проблем при обучението на невронната мрежа е така наречения ефект на “преобучението” (фиг. 3) при който със обучаващата извадка се минимизира грешката, но при проверка на

невронната мрежа със тестови данни се оказва, че грешката се повишава след определен брой итерации.



Преобучаване на невронната мрежа

Най-често използвани невронни мрежи и характерни особености.

Съществуват различни и многобройни по тип изкуствени невронни мрежи. Различните типове могат да се различават по:

- вида на използваните неврони и начина на количествени изчисления;
- математическия модел, използван за представяне и обработка на информацията в мрежата (алгебричеен, статистически, размит и пр.);
- класа задачи, за които мрежата е създадена (класификация, оптимизация, разпознаване на образи и пр.).

Освен това една невронна мрежа може да бъде хибридна – между два различни вида мрежи. Трудно би било да се опишат всички известни видове невронни мрежи тук, а и това не е цел на доклада. Все пак ще бъдат описани някои от най-често срещаните невронни мрежи.

Една от най-широко използваната (и най-успешен инструмент за прогнозиране) е **невронната мрежа с право разпространение на сигнала** (НМПРС). Невронните мрежи от този тип притежават един входящ, един или повече скрити и един изходящ слоеве. При НМПРС информационните потоци се движат от входящия към изходящия слой. Ролята на всеки неврон се свежда до обработката на получената информация и трансформиране на получените входящи елементи в обработени изходящи такива.

Благодарение на своята архитектура, **рекурентните невронни мрежи** (РНМ) позволяват да се моделират ефекти, които не се проявяват незабавно, а отложено във времето, като например отчитане влиянието на организираната от предприятието промоция или рекламна кампания.

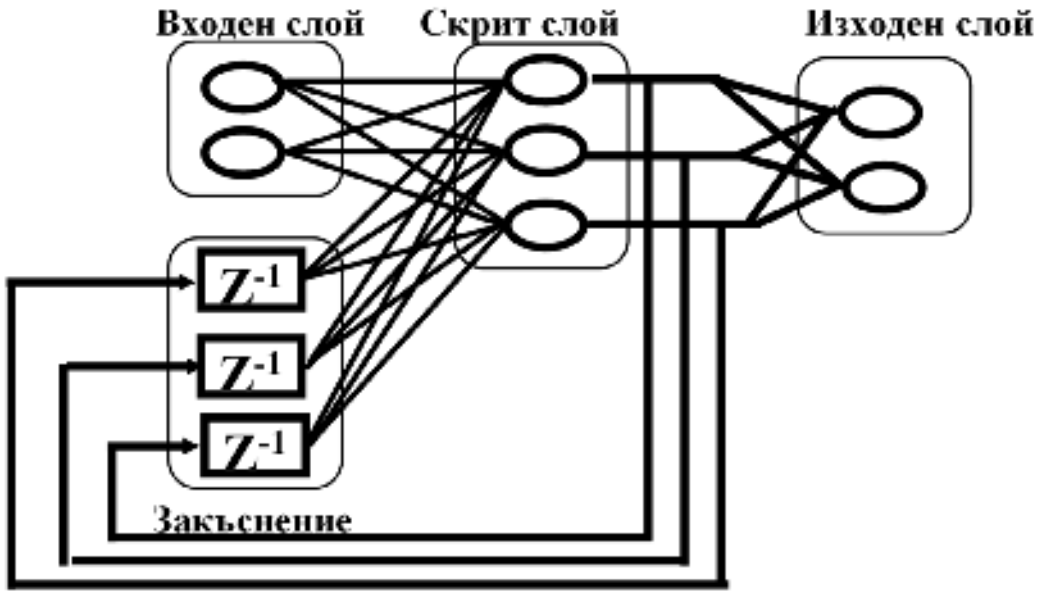


Схема на рекурентна мрежа

Невронни мрежи с моментно обучение се характеризират на много бързо обучение. В тези мрежи теглата на скритите и на изходните слоеве са свързани директно със обучаващия вектор. Обичайно те се използват при двоични данни, но има видове които

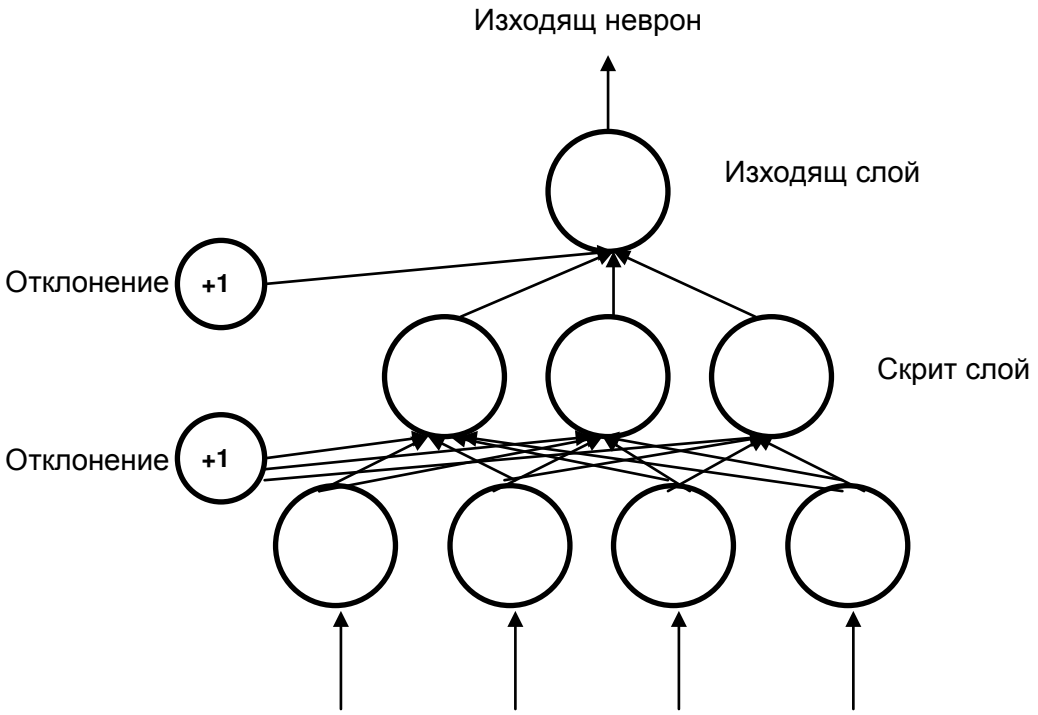
след допълнителна обработка на данните работят и с други типове данни.

Невронни мрежи със самоорганизиращи се карти използват обучение без супервайзър. Множество от неврони се обучават да свързват координати от изходното множество с точки от входното множество данни. Входното множество може да има различна размерност и топология от изходното множество и самоорганизиращите се карти ще ги запазят.

Невро-фъзи невронни мрежи са невронни мрежи, които включват в себе си фъзи инферентна система. В зависимост от фъзи инферентанта система, има няколко слоя който възпроизвеждат процеса на фъзи изводи – фъзификация, инференция, агрегация и дефъзификация. Предимствата на интегрирането на фъзи система с невронна мрежа са, че може с методите за обучение на невроната мрежа да се настроят параметрите на фъзи системата.

За целите на прогнозирането, най-популярният, най-успешният и съответно най-често използван инструмент от групата на изкуствените невронни мрежи е невронната мрежа с право разпространение. Невронните мрежи от този тип притежават един входящ, един или повече скрити слоя и един изходящ слой. В този случай основен елемент при запомнянето на структурата на данните и представяне зависимостта между зависимата (изходящия неврон) и независимите променливи (входящи неврони) се явяват невроните от скритите слоеве. Елементите от този слой може да се разглеждат като скрити, ненаблюдаеми променливи, които могат да се изследват въз основа на връзките им с други (видими) променливи.

Схема на невронните мрежи с право разпространение според Каастра, И, Бойд



Невронни мрежи

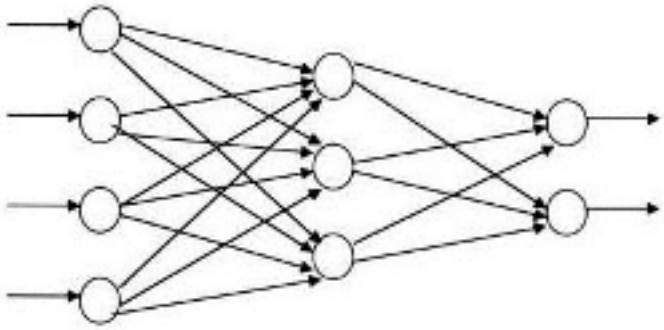
Интерес представляват възможностите на невронните мрежи да представят “скрити” зависимости между наблюдаеми променливи. Елементите на скрития слой може да се разглеждат като скрити, ненаблюдаеми променливи, които могат да се изследват въз основа на връзките им с други (видими) променливи. При изграждането на модели за прогнозиране на продажби или пазарни дялове, с помощта на изкуствените невронни мрежи, в качеството на входящи променливи се използват различни метрични и неметрични интервениращи променливи (разходи за реклама, промоция, нумерична дистрибуция, цена и пр.). Невронните мрежи могат да бъдат обучени и на тази основа да бъдат генерирани прогнози за период:

t + 1(Y t + 1)

като си използват данни за продажбите за периоди:

t, t – 1, t – 2, t – 3, т. е. израза:

Y t + 1 = F(Yt, Y t – 1, Y t – 2, Y t – 3)



Изкуствена невронна мрежа със скрит слой

Когато невронната мрежа вече е доведена до етап на самообучение, то именно тези скрити променливи допринасят за „интуитивността“ в процеса на прогнозиране. Така се изглажда допълнително и обратната връзка в хода на минимизиране на грешката и в резултат на това при повечето приложни сравнения с класическите методи за прогнозиране се постигат осезаемо по-добри резултати, особено по отношение на дългосрочно прогнозиране на времеви редове.

17.3. Еволюционни алгоритми. Същност.

Ранди и Сю Хаупт [Haupt, R., Haupt, S., “Practical genetic algorithms”, „John Wiley &Sons”, Inc., USA, 2004] определят еволюционния алгоритъм като техника за оптимизация и изследване, базирана на принципите на естествената и генетична селекция. Еволюционният алгоритъм позволява на популация, съставена от множество индивиди, да се развие до ниво, което би максимизирало тяхното „здраве”, като се има предвид базата с определени правила за селекция. Този метод е развит от Джон Холанд през 1975 г., като за база са използвани изследвания от 60-те и 70-те години на XX век. В последствие методът е популяризиран от негов ученик – Дейвид Голдбърг.

Еволюционният алгоритъм започва като всеки друг оптимизационен алгоритъм – с дефиниране на оптимизационните променливи, стойностната функция, и стойността, и завършва с тест за сходство. В същинската си част обаче, еволюционният алгоритъм е различен. Най-добре стъпките на този процес могат да бъдат представени с помощта на графика.

1) Избор на променливи и стойностна функция

Стойностната функция генерира резултат от набор от входни променливи (*хромозоми*). Тя може да бъде математическа функция, експеримент или игра. Целта е да се модифицира резултат в желан вид чрез намиране на подходящите стойности на входните променливи. Определянето на подходяща стойностна функция и изборът на входни променливи са тясно свързани. Терминът „здраве/гъвкавост" (fitness) е широко използван за определяне на резултатите от целевата функция. „Здравето" предполага решаване на максимизираща задача.

Еволюционният алгоритъм започва с дефиниране на хромозомите или на масив от стойности на променливите, който следва да бъде оптимизиран. Повечето оптимизационни задачи изискват въвеждането на ограничения или доверителни интервали за тези входни данни. Този тип променливи могат да бъдат обособени в три вида. На първо място са строгите ограничения, а именно >, ≧, и ≤. Второ, променливите могат да бъдат трансформирани в нови променливи, които „наследяват" ограниченията от първоначалните. Трето, съществува крайно множество от стойности на променливите, от които да се направи избор, като всички стойности са принадлежат на допустимия интервал.

Следва да се обърне внимание и на това, че зависимите променливи представляват специфичен проблем за еволюционните алгоритми, тъй като варирането на една променлива води до промяна в стойностите на една или няколко от другите променливи.

2) Кодиране и декодиране на променливите

Ако стойностите на променливите са в бинарен вид, би трябвало да съществува начин за превръщането им от непрекъснато време в бинарен вид и обратно. Квантуването е пример за стойности в непрекъснато време и разпределянето им в незастъпващи се групи. След това отделна дискретна стойност бива зададена за всяка група. Разликата между фактическата стойност на функцията и нивото на квантуване е позната като грешка на квантуване [Eiben, A. E., Smith, J. E., “Introduction to evolutionary computing”, Springer, Natural Computing Series, USA, 2007].

Квантуването започва чрез избор на функция и разпределянето й в съответното ниво на квантуване. Всяка стойност попадаща в съответната група бива разпределена в средната, долната или горната част на нивото. Като цяло попадането на стойността в средната част на нивото на квантуване е най-добрият вариант, тъй като най-голямата възможна грешка би била половината от големината на нивото. Разпределянето на стойността в долната или горната част на нивото би позволило максималната грешка да има стойност равна на големината на нивото.

Математическата формула за бинарно кодиране на n-тата променлива p_{norm} има следния вид:

$$p_{norm} = \frac{Pn - Plo}{Phi - Plow}$$

$$gene\ [m] = round\ \{p_{norm} - 2^{-m} - \sum_{p=1}^{m-1} gene[p]2^{-p}\}$$

При декодиране формулата има следния вид:

$p_{quant} = \sum_{m=1}^{Ngene} gene[m]2^{-m} + 2^{-(M+1)}$

$q_n = p_{quant}\ (p_{hi} - p_{lo}) + p_{lo}$

където:

p_{norm} - нормирана променлива, $0 \leq p_{norm} \leq 1$

p_{lo} – най-ниска стойност на променливата

p_{hi} – най-висока стойност на променливата

gene [m] – бинарен вид на p_n

round{. } – загръгляне към най-близката цяла стойност

p_{quant} – квантуван вид на p_{norm}

q_n – квантуван вид на p_n

3) “Популация”

Еволюционният алгоритъм започва с група хромозоми, наречени „родители”. В бинарен вид родителите представляват матрица с нули и единици, като всеки ред от нея съответства на един хромозом.

Ролята на популацията е да съхранява възможните решения. Популацията всъщност представлява множество генотипи, като формира самата еволюция. Индивидите са статични обекти, които не се променят или адаптират, за разлика от популацията. Определянето на популацията всъщност е съвсем просто – уточняване на броя на индивидите, които я съставляват, което само по себе си представлява определяне на размера на популацията. В някои по-сложни еволюционни алгоритми популацията има и пространствена структура, която се изчислява на база измереното разстояние или отношенията между „съседите”. Тази концепция е много близка до начин, по който се развиват реалните популации. В

такива случаи допълнителната структура също трябва да бъде уточнена, за да се определи напълно популацията. Следва да се отбележи, че действията относно изборът на родители и правилото за оцеляване се извършват на ниво популация. Те вземат под внимание всички членове на популацията и изборът винаги е между съществуващите към момента индивиди. Най-добрият субект в дадената популация бива избран да създаде потомство, а най-лошия бива заменен от нов. В почти всички еволюционни алгоритми размерът на поколението е константа и не се променя по време на еволюционното изследване.

Разнообразието на популацията е мярка за броят на различните решения (поколения), които могат да бъдат създадени. Все пак не съществува мерна единица за това разнообразие. То може да бъде описано с помощта на различните оценки за „здраве/гъвкавост" на индивидите, възможността им да създават поколение и т. н.

4) Естествена селекция

Естествената селекция е процесът на оцеляване на „най-здравите" индивиди. Първо, стойността на всеки хромозом биват ранжирани като се започне от най-силния (най-здравия). След това най-добрите биват избирани, за да създадат потомство, а останалите биват изтрити. Броят на хромозомите, които биват запазени, е произволен и се определя от изследователя. Все пак запазването на малък брой хромозоми ограничава гените, които ще бъдат предадени на новото поколението. Запазването на твърде много хромозоми пък от своя страна предразполага нездравите „родители" да предадат отличителните си черти на „децата". В много случай като оптимален процент на запазване се приема 50% от популацията.

Друг подход е въвеждането на бариера за оцеляване. Чрез този подход всички хромозоми, които имат стойности под (при минимизираща функция) или над (при максимизираща функция) предварително зададена стойност, оцеляват. Тази бариера трябва да позволи на част от хромозомите да оцелеят, за да могат да създадат поколение. В противен случай се създава ново поколение от всички представители на старото, което да може да премине бариерата. В началото е възможно да оцелеят едва няколко хромозома. В по-късните поколения повечето хромозоми ще оцеляват, освен ако не бъде променена стойността на бариерата. Положителната черта на този подход е липсата на необходимост за ранжиране на хромозомите.

5) Избор на родители

Ролята на този етап е да разграничи по-добрите индивиди, които да формират следващото поколение, на база техните качества. Заедно с механизма за оцеляване, етапът за избор на родители е отговорен за напредването в областта на качествените подобрения. Висококачествените индивиди имат по-голям шанс да станат родители в сравнение с останалите. Все пак нискокачествените индивиди също разполагат с шанс, защото в противен случай цялото изследване може да „заседне" в локален оптимум.

Създаването на ново поколение започва с избора на два хромозома, които да станат родители. Съществуват различни методи за направата на този избор, като сред тях са:

а) *Образуване на двойки като се започне от най-добрите към най-лошите*. Започва се с тези, които стоят в началото на ранжирания списък и се събират два по два хромозома, като

хромозом от нечетен ред се събира с такъв от четен. Този модел не отразява напълно естествения, но е лесен за програмиране.

б) *Произволно образуване*. Осъществява се с помощта на генератор за произволно събиране на двойки.

в) *Претеглено образуване*. Хромозомът с най-добри показатели, има най-голям шанс да образува двойка с друг хромозом, докато този с най-ниски показатели, има най-ниска вероятност да стане родител. Обособяват се два вида претегляне:

✓ *Претегляне на база ранг.* Този подход не зависи стойностите на хромозомите в конкретната задача, а изчислява вероятността за образуване на двойка на база рангът на индивида. Тази вероятност се изчислява по формулата: $P_n = \frac{N-n+1}{\sum_{n=1}^{N} n}$, където *N* е броят на хромозомите, които ще оцелеят и ще създадат поколение, а *n* е рангът на съответния хромозом. Още нещо?

✓ *Претегляне на база стойност*. Вероятността за избор за изчислява на база стойността на хромозома. Този подход оценява по-високо хромозомите, ако разликата им със следващия по стойност е по-голяма. От друга страна той оценява по равно хромозомите, ако разликата в стойностите им е сравнително малка.

г) *Състезателно образуване.* Този подход най-близко имитира естествения процес. Избира се група от хромозоми като най-добрия сред тях става родител. Този процес се повтаря за всеки един родител, докато не се достигне необходимата бройка на хромозомите от новото поколение. И тук, както при поставянето на бариера, не се налага ранжиране на първоначалните индивиди.

Всеки от представените методи води до различен набор от родители и по тази причина новото поколение при всеки подход е различно.

6) Създаване на ново поколение

Създаването на ново поколение генерира един или няколко индивида от всеки двама родители. Генетичният състав на популацията е ограничен членовете си към разглеждания момент. Най-често срещаните форми при създаването на ново поколение са генерирането на едно или две деца на база на два изходни хромозома. Това генериране може да стане по няколко начина. Първо – чрез избор на една или няколко точки от всеки хромозом, които да бъдат заменени от съответните точки от другия родител. Недостатъкът на този метод е, че не се създава нова информация, а просто се предава старата във вид на нова комбинация. Вторият метод – този на съчетаването разрешава този проблем, дава възможност за участие на всяка точка от структурата на родителите в състава на съответната точка от генетичния код на новия индивид, което се извършва на база предварително зададена формула от типа:

$p_{new} = \beta . p_{mn} + (1-\beta) . p_{dn}$,

където β е число в интервала [0, 1], p_{mn} е n-тата точка в майчиния хромозом, а p_{dn} е n-тата точка в хромозома на бащата. Първият метод може да бъде разгледам и като частен случай на втория, когато β е 0 и новият хромозом е идентичен с този на бащата или когато β е 1, и новият хромозом е идентичен с този на майката. Това се получава и когато при първия метод се изберат точки само от структурата на майчиния или на бащиния хромозом.

7) Мутации

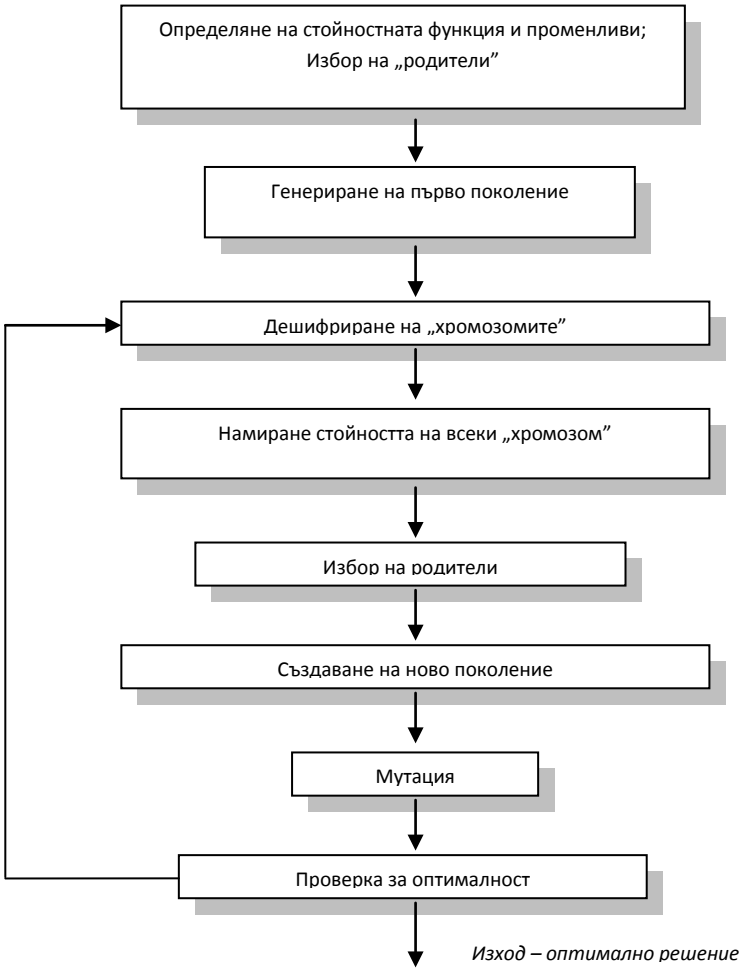
Еволюционният алгоритъм може да се приближи твърде бързо към един тип структура на стойностите. Ако тази област е областта на глобалния екстремум, тогава ще бъде получено оптималното решение. Все пак много функции има локални екстремуми. Ако не

се предприемат действия за преодоляване на тази тенденция, като резултат ще получим не глобалния, а локалния екстремум. За да се избегне този проблем се налага се налага изследване на други стойности, чрез произволна промяна (мутация) на някои от променливите.

8) Проверка за оптималност

Броят на поколенията, които биват създадени, зависи от това дали е достигнато задоволително решение или е достигнат определен предварително зададен брой на итерациите. След време всички хромозоми и съответните им стойности, ще станат еднакви, освен ако не бъдат въведени промени (мутации). На този етап алгоритъмът следва да бъде прекратен.

Фигура 6: Етапи на еволюционния алгоритъм



18. СИНТЕЗ НА МОДЕЛИ ЧРЕЗ МНОГОРЕДНИ СЕЛЕКЦИОННИ ПРОЦЕДУРИ.

18.1. Постановка на задачата.

Има три основни и важни концепции, на които трябва предварително да се обърне внимание при разглеждане на връзката между кибернетичния подход и процеса на изграждане на симулационен модел – самообучение, самоорганизация, автоматизация на управлението.

Самообучението е процес на настройка на вътрешните параметри на управляващата система чрез някакъв алгоритъм или процедура, така че резултатите от цялата система за управление се подобряват в хода на нейното функциониране. Свойствата за самообучение на управляващата система типично се въвеждат чрез блок за настройка на параметри. Неговото предназначение е да варира целенасочено стойностите на параметрите на симулационния модел с цел изработване на по-добри управленски решения. Подобен блок за настройка може да бъде внедрен и при повечето от подсистемите на една управляваща система.

Самоорганизация е процес на преподреждане и промяна на вътрешната структура (подсистемите и връзките между тях) на управляващата система чрез някакъв алгоритъм или процедура, така че съществените резултати от системата за управление се подобряват. В най-базовия си вид реструктурирането на управляващата система се извършва чрез т. нар. евристична самоорганизация, експериментирайки с разнообразни конфигурации. Намерението е по този начин да се произведат набор от правила за автоматизирана самоорганизация.

Необходимстта за самоусъвършенстване (самоорганизация и/или самообучение) следва от това, че всяка управленска

стратегия има „срок на годност”, след който са настъпили съществени промени в околната среда (промяна на макрофактори, промяна на очакванията и поведението на другите участници на пазара, промяна на нормативна база и пр.) За да продължи успешно процесът на управление, трябва да се адаптира структурата или стойностите на параметрите на управляващата система към новите условия. С други думи: нестационарноста на околната среда може (и трябва) да се компенсира чрез механизми за самоусъвършенстване на управляващата система.

Автоматизацията е минимизиране (но не пълна липса) на независима, външна за управляващата система интелектуална намеса в процеса на управление на портфейл, което се постига главно чрез компютъризация на управляващата система. Автоматизацията е същината на кибернетичния подход. Автоматизацията подпомага (или направо осъществява) самоорганизацията и самообучението. Използването на автоматизирано изграждане на модел кореспондира на все по-бързо променящата се околна среда и на ускореното развитие на комуникационни и изчислителни възможности на съвременния компютър. Автоматизацията е необходима заради високата комплексност на всяка управляваща система, но и заради необходимостта от бързо изработване на решение.

Подходи при синтез на математическо описание

При изграждането на ИМСС възниква задачата за синтез на математическо описание (модел) на даден сложен обект по данни за неговите входни и изходни променливи.

Синтезът на модел включва следните етапи:

1. Определяне на съществените фактори (ако се използва многофакторна прогнозираща функция).

2. Определяне на общия вид на математическото описание на моделирания процес.

3. Оценка на параметрите в модела.

4. Оценка на точността на прогнозиране и проверка за адекватност на синтезирания модел.

При изучаването на едно явление (времеви ред), може да се окаже целесъобразно синтезирането на различни модели с последващ съпоставителен анализ за тяхната приложимост.

Класическият подход предполага, че първите два етапа се извършват от изследователя на основата на априорни знания за моделирания времеви ред, а оценката на параметрите най-често се извършва по метода на най-малките квадрати.

Основни допускания за използването на метода са:

- Видът на функцията, участващите в нея фактори и лагови променливи се считат за вече определени;
- Факторите са независими (не корелирани);
- Разполага се с достатъчен (значителен) брой наблюдения;

Когато някое от тези условия не е изпълнено, методът води до статистически недостоверни или нерегулярни оценки на параметрите. Нерегулярността на оценките е съществен недостатък на метода и се изразява в това, че при малки промени във входните данни се получават големи изменения в оценяваните параметри. Причина за нерегулярността на оценките е наличие на корелация между факторите и/или автокорелация на лаговите променливи.

В голям брой случаи синтезът по този метод е труден (или въобще невъзможен), най-малко поради:

1. При повечето действително сложни обекти, действащите входни фактори са корелирани помежду си, а самите обекти са нестационарни т. е. техните статистически характеристики (съответно коефициентите в техните математически описания) се променят във времето. Това е в разрез с описаните по-горе допускания и води до получаване на неправилни оценки на коефициентите.

2. Често при изучаването на сложни обекти е необходимо да се направи не само оценка на коефициентите в зададено по вид математическо описание, но и да се определи този вид и да се направи отбор на съществените фактори, които да участват в него. Класическия подход не дава такива възможности.

3. Също много често се налага математическото описание да бъде получено въз основата на ограничен брой наблюдения. В такъв случай получаването на статистически значими коефициенти в сложни по вид математически описания става трудно или невъзможно, ако се използва класическия подход.

Предлагани са множество модификации на метода на най-малките квадрати, а също така и алтернативни методи за оценка на параметрите (алгоритми с чисто случайно търсене, алгоритъм на Гаус-Зайдел, алгоритъм на Недлер-Мид и много други).

Описаните по-горе проблеми могат да бъдат преодолени, ако синтезът се извършва с помощта на алгоритми, построени с използване на принципите на самоорганизацията.

Принципно нов подход към задачата за автоматизиран синтез на математически описания е подходът на многоредната селекция. При този подход математическите описания се синтезират в хода на т. нар. “многоредна селекционна процедура”, аналогична на насочената селекция в генетиката и биологията.

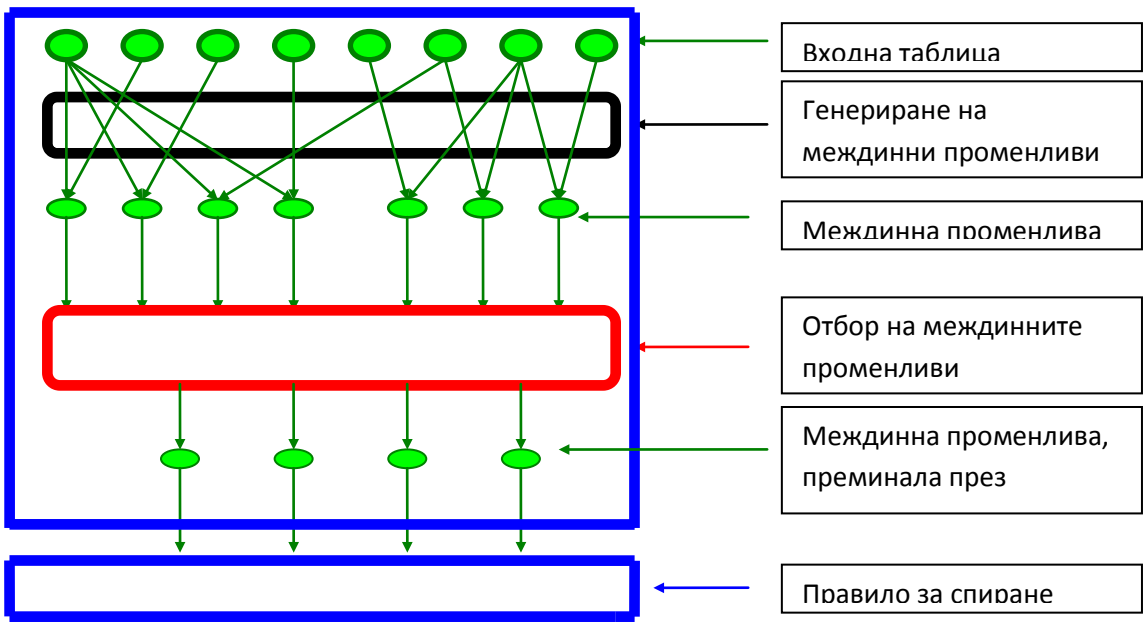
18.2. Основна идея.

В най-общият си вид базовото понятие, с което многоредната селекция оперира е „хипотеза”. В този смисъл хипотезата включва математическо описание във вид на уравнение или функционална зависимост, подреден набор от стойности на съществени променливи, логически проверими твърдения и др.

Основното предимство на този подход е, че позволява преглеждането и оценяването на огромен брой “перспективни, борещи се за оцеляване” хипотези чрез високо автоматизирана процедура. Освен това могат да се задават различни критерии за отбор и съответно да се синтезират функции с предварително зададени свойства.

В хода на тази автоматизирана процедура се решава както задачата за оценка на параметрите, така и за отбора на съществените фактори и лагови променливи и отбора на най-подходящия вид на математическо описание. Основният недостатък е използването на много сложни алгоритми и програмно осигуряване.

Обща схема на многоредна селекционна процедура.



В най-общия си вид многоредната селекционна процедура включва:

1. Въвеждане на първоначални данни. Началните данни се разделят на две части – обучаваща последователност и контролна последователност. Обучаващата се използва за определяне на стойностите на математическите описания. Контролната се използва за оценка на точността на получения модел по предварително определен критерий.

2. Генериране на “поколение” от “конкуриращи се” хипотези. Всяко генерирано математическо описание се разглежда като потенциално описание на обекта, като същевременно се конкурира с останалите (“борейки се за съществуване”). Особено характерно е, че след всеки ред от селекцията не се подбира едно единствено описание на обекта, а се извършва прагов отбор на определен брой добри описания (принцип на неокончателното решение).

3. Отбор на фиксиран брой “добри” хипотези на базата на определен критерий. Отбраните математически описания в дадено поколение се използват за генериране на нови по-сложни уравнения от следващото поколение, от които отново се отбират определен брой “най-добри” и т. н. (принцип на неокончателното решение).

4. Генериране на ново “поколение” по-сложни хипотези на основата на отбраните “добри” от предишното поколение и т. н. Характерно е, че видът на търсеното математическо описание не е предварително известно. Видът на описанието се уточнява последователно на няколко етапа (редове на селекция). На всеки етап се въвеждат нови междинни математически описания, които в неявен вид включват в себе си все по-сложни комбинации от първоначалните хипотези.

5. Правило за спиране. Селекционната процедура завършва при удовлетворяване на определени условия (правило за спиране). С оглед съкращаване на изчислителната работа, може да се използват и допълнителни критерии (критерии за максимално разнообразие, критерии за коефициента на корелация и други).

18.3. Процедура за приложение на многоредна селекция.

Характерно е, че видът на търсения модел не е предварително известен. Задачата за получаването на вида и коефициентите на уравнението се разбива на голям брой задачи за определяне на коефициенти на уравнение с два аргумента (принцип за групиране на аргументите). Видът на модела се уточнява последователно на няколко етапа, които се наричат редове на селекция. На всеки етап се въвеждат нови междинни уравнения (функции на два аргумента), които в неявен вид включват в себе си все по-сложни комбинации от първоначалните фактори.

Всяко генерирано уравнение се разглежда като потенциално описание на обекта, като същевременно се конкурира с останалите ("борейки се за съществуване"). Особено характерно е, че след всеки ред от селекцията не се подбира едно единствено описание на обекта, а се извършва прагов отбор на определен брой добри уравнения (принцип на неокончателното решение).

Оценката на коефициентите в уравненията се извършва по критерия на средноквадратичната грешка.

Началните данни се разделят на две части - *обучаваща последователност* и *контролна последователност*. Обучаващата се използва за определяне на коефициентите в междинните уравнения (по метода на най-малките квадрати). Контролната се използва за оценка на точността на получения модел.

Отбраните уравнения в дадено поколение се използват за генериране на нови по-сложни уравнения от следващото поколение, от които отново се отбират определен брой "най-добри" и т. н.

Селекционната процедура завършва при удовлетворяване на определени условия (правило за спиране). С оглед съкращаване на изчислителната работа, може да се използват и допълнителни

критерии (критерии за максимално разнообразие, критерии за коефициента на корелация и други).

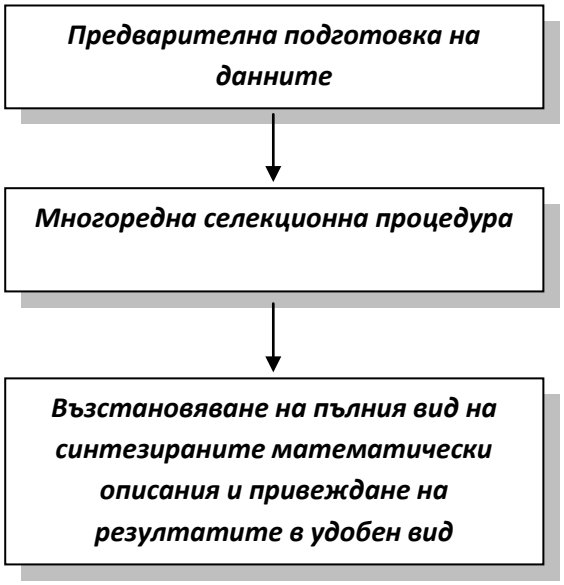
Алгоритъмът [3] може да се разглежда като съставен от три основни части:

1) Предварителна подготовка на данните;

2) Многоредна селекционна процедура;

3) Възстановяване на пълния вид на синтезираните математически описания и привеждане на резултатите в удобен вид.

Фигура 5: Алгоритъм на многоредната селекция



1) Предварителна подготовка на данните

Въвеждане на началните данни – началните данни включват пълната таблица на наблюденията (т. е. всички реални данни за изследвания обект) и голям брой параметри на алгоритъма, определящи режима на работа на отделните му блокове Тези параметри се определят от изследователя.

Нелинейни преобразувания на началните данни. По преценка на изследователя началната таблица може да бъде преработена или разширена чрез включване на допълнителни фактори, представляващи различни нелинейни функции на началните фактори.

Нормиране на променливите. С оглед регуляризация на решението може да се извърши нормиране на всяка променлива спрямо средната стойност или тренда на дадена променлива.

Отчитане на предисторията. В таблицата на наблюденията могат да се включват допълнителни фактори отчитащи предисторията.

Ранжиране на наблюденията. С оглед регуляризация на решението може да се извърши ранжиране на наблюденията по реда на намаляване на техните дисперсии.

Разделяне на наблюденията на обучаваща и контролна последователност. Наблюденията с големи дисперсии се включват в обучаващата последователност, като дължината на обучаващата последователност се задава от изследователя.

Приведена таблица на наблюденията. Това е резултатът от първият етап на алгоритъма. Таблицата съдържа данни готови да се използват от многоредната селекционна процедура.

2) Многоредна селекционна процедура

Входната таблица за първия редна селекция е приведената таблица на наблюденията, получена от предходния етап на алгоритъма. Входната таблица на всеки следващ ред се получава като резултат от отбора на определен брой "най-добри" междинни променливи в предишния ред на селекция. Във всички таблици участва началната зависима променлива.

Генериране на междинни променливи. Генерира се едно поколение междинни променливи, всяка от които представлява функция от две променливи от предишно поколение (родители).

Междинна променлива, определена под формата на уравнение. Всяко такова уравнение се разглежда като потенциално математическо описание на изследвания обект, което се конкурира с останалите. Всяка такава променлива бидейки функция на своите родители (които пък от своя страна са функции на своите родители и т. н.) в крайна сметка е неявна функция на първоначалните фактори. Сложността на тези неявни функции нараства с увеличаване на броя на редовете на селекция, въпреки че за оценка на коефициентите им всеки път се решава маломерна задача по метода на най-малките квадрати. Това е причината метода да е работоспособен при малък брой наблюдения.

Отбор на междинните променливи. Извършва се отбор на определен брой "най-добри" променливи, които са се оказали най-близки (в средно-квадратичен смисъл) със зависимата променлива на изследвания обект.

Междинна променлива, преминала през праговия отбор. Докато коефициентите в уравнението са определени по данни от обучаващата последователност, то за оценката за неговата точност е направена по отношение на данните от контролната последователност. Уравненията с лошо обусловена корелационна матрица отпадат в процеса на селекция. Тъй като лошата обусловеност е резултат преди всичко на корелация между фактори и тъй като взаимната корелираност на факторите при всички действително сложни обекти е обичайно явление, става видно едно съществено предимство на разглеждания алгоритъм –

възможността да се получават математически описания на сложни обект при наличието на корелация между входните фактори.

Правило за спиране. Процесът на селекция се прекратява автоматично при достигане на предварително зададен брой редове или по друго правило (например минимум на средноквадратичната грешка). Обикновено вторият етап от алгоритъма се проиграва при няколко различни значения на прага на селекция.

Изходна таблица на реда. Съдържа изчислените значения на отбраните „най-добри" междинни променливи и се използва като входна таблица за следващия етап**.**

3) Възстановяване на пълния вид на синтезираните модели и представяне на резултатите в удобна за използване форма

След завършване на втория етап от алгоритъма, най-доброто математическо описание на обекта все още е неявна функция на началните фактори и е необходимо да се възстанови пълният му вид.

За целта отново се проиграват необходимите части от селекционната процедура, но в режим при който след всеки ред на селекция се възстановява вида (и се преизчисляват стойностите на коефициентите) в пълния вид, свързващ зависимата променлива и факторите от приведената таблица с наблюденията. Използва се информацията от „родословното дърво" на междинните полиноми и числените стойности на коефициентите в тях.

В синтезираното математическо описание, допълнително добавените фактори, отчитащи предисторията се заместват със съответните начални фактори, взети със съответните им изместванията във времето.

Допълнително добавените фактори, отчитащи нелинейността на обекта се заместват със съответните им не линейни функции на началните фактори.

Извършва се денормиране. Преизчисляват се стойностите на коефициентите в синтезираното математическо описание, отчитайки начина на нормиране на променливите. При нормиране спрямо трендове, коефициентите се получават като функции на времето т. е. синтезираното математическо описание има нестационарен характер. Това е още едно предимство на алгоритъма – възможността за синтез на математически описания на съществено нестационарни обекти.

Друго важно свойство на алгоритъма е, че след възстановяване вида на математическото описание на обекта, може да се окаже, че в него не участват определени начални фактори. Отпадането на част от факторите е резултат от многоредната селекция. Алгоритъмът има способност автоматично да отхвърли някои фактори и да си запази тези фактори, които са се оказали съществени за математическото описание на обекта. Т. е. това е автоматична селекция на съществени фактори.

На края се определя окончателния вид на синтезираното математическо описание. Събират се в удобна за ползване форма: видът на синтезираното математическо описание, стойностите на коефициентите в него, различни оценки за близост (в табличен и в графичен вид), прогнози за бъдещо развитие и прочие.

18.4. Многоредна селекционна процедура.

Принципно нов подход към задачата за синтез на прогнозиращи функции е подходът на многоредната селекция. При този подход прогнозиращите функция се синтезират в хода на т. нар. “многоредна селекционна процедура”, аналогична на насочената селекция в генетиката и биологията. В най-общия си вид процедурата включва:

1. Генериране на “поколение” от “конкуриращи се” прогнозиращи функции.

2. Отбор на фиксиран брой “добри” прогнозиращи функции на базата на определен критерий (принцип на неокончателното решение).

3. Генериране на ново “поколение” по-сложни прогнозиращи функции на основата на отбраните “добри” от предишното поколение и т. н.

4. Правило за спиране.

Основното предимство на този подход е, че позволява преглеждането и оценяването на огромен брой “перспективни, борещи се за оцеляване” прогнозиращи функции чрез високо автоматизирана процедура. Освен това могат да се задават различни критерии за отбор и съответно да се синтезират функции с предварително зададени свойства.

В хода на тази автоматизирана процедура се решава както задачата за оценка на параметрите, така и за отбора на съществените фактори и лагови променливи и отбора на най-подходящия вид на прогнозираща функция. Основният недостатък е използването на много сложни алгоритми и програмно осигуряване.

Алтернативната авангардна концепция в прогнозирането – „многоредна селекционна процедура за синтез на прогнозиращи функции“, по своя замисъл също кореспондира частично с биологията, и по-конкретно с генетиката, но с това се изчерпват базовите сходства с концепцията на изкуствените неврнонни мрежи.

Основната идея при този подход е да се генерират поколения от „състезаващи се“ прогнозиращи функции, които да бъдат отсявани по подобие на изкуствения подбор в генетиката по определени критерии, след което на база на отбраните „най-добри“ от поколението прогнозиращи функции, автоматизирано да се генерира ново поколение, което отново да бъде подложено на подбор и така нататък, до удовлетворяването на стойностите в предварително зададено правило за спиране (напр. достигане на грешка при екстраполация под 2%).

Така, за разлика от процеса на „самообучение“ и „обратната връзка“ при изкуствените невронните мрежи, функционалната структура на този метод е по-скоро дървовидна и еднопосочна – целта е да се удовлетвори условието, зададено в правилото за спиране, а процесът по подбор и синтезиране на нови поколения прогнозиращи функции на всяко следващо ниво е автоматизиран, чрез предварително зададени критерии.

Идеята за такава своеобразна автоматизация за „генетичен“ синтез на прогнозиращи функции, или казано още по-точно спрямо източника „самоорганизация на модела на сложните обекти (процеси)“, се заражда още през 70-те години на 20-ти век в разработките на съветския математик и кибернетик Ивахненко, където в основата на този алгоритъм, той залага метода за групова обработка на данни (*Метод Группового Учета Аргументов – МГУА*) и принципа на „йерархия на критериите за подбор“.

Последователи от „школата на Ивахненко“ – други съветски и български кибернетици и математици доразвиват неговата концепция през 80-те години на 20 век, с помощта на вече по-напредналите компютърни технологии и тя се превръща във фундамент на много от съвременните методики за изграждане на имитационни модели на стопански системи.

Всъщност един от двата основни (и обективно потвърдено в практиката – единствени) недостатъка на многоредната селекционна процедура за синтез на прогнозиращи функции произтича точно от изискването и необходимостта от използване на мощна изчислителна техника за реализация на груповата обработка на данни и генерирането на новите поколения прогнозиращи функции. Това причислява този метод към групата на твърде специализираните за дългосрочно прогнозиране и го прави непривлекателен за употреба при изготвяне на бързи илюстративни краткосрочни и средносрочни прогнози, на което се дължи и слабата му популярност в западните школи, въпреки че резултатите, които постига при дългосрочно прогнозиране често надвишават и тези, постигани от изкуствените невронни мрежи.

Вторият недостатък на метода, който всъщност го причислява заедно с изкуствените невронни мрежи именно в групата на „авангардните методи за прогнозиране“ и вече беше засегнат по-горе в изложението, произтича от ненапълно иконометрично обоснованите математически описания, които се генерират в хода на синтеза на прогнозиращите функции. Това особено ясно се проявява при генерирането на многофакторни поколения, когато резултантните прогнозиращи функции на изхода на селекционната процедура често съдържат такива зависимости между параметри и променливи, в които трудно би могла да се открие някаква иконометрична логика. За разлика от „ненаблюдаемите

променливи“ от скритите слоеве на невронните мрежи обаче, този метод позволява изследователско наблюдение на всяко равнище, което създава допълнителен потенциал за усъвършенстване и подобрение на процедурата по синтез на още по-точни и адаптивни математически описания.

За целите на настоящата разработка не се предвижда да бъде прилагана класическа многоредна селекционна процедура за синтез на прогнозиращи функции именно поради факта, че идеята за „генетично прекомбиниране“ на поколенията, заложена в основата на този метод е ориентирана към многофакторното прогнозиране (новите поколения прогнозиращи функции се генерират, чрез заместване на една или повече променливи с нови такива). В контекста на еднофакторното прогнозиране, базирано на концепцията, че в миналите стойности на наблюдавания процес се съдържа цялата необходима информация, която го описва, приложението на такава процедура следва да се ограничи единствено до заместване на компоненти в математическото описание на прогнозиращите функции, там където това е приложимо.

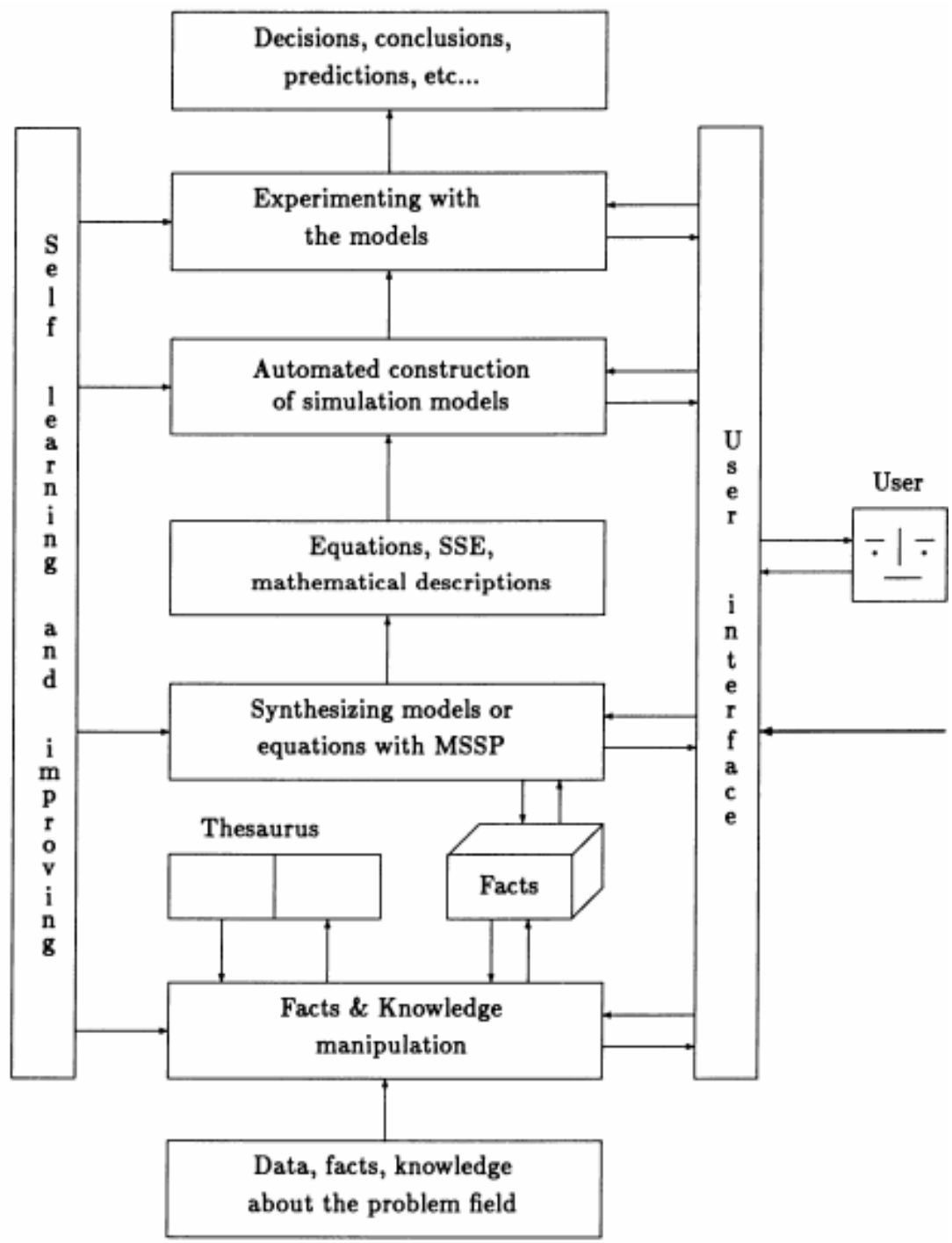


Figure 1. The structure of the software system

ЧАСТ 3. МЕТОДИЧЕСКИ УКАЗАНИЯ.

19. ПРАКТИЧЕСКО ПРОВЕЖДАНЕ НА МЕТОД „ДЕЛФИ”.

Изберете 12 експерта и проведете с тях два последователни тура от допитване по метода „Делфи”. На втория тур им представете междинните резултати от първия тур. Обобщете окончателните резултати в таблица, представете прогнозата с най-вероятна стойност и горна и долна граница на отклонение. Представете резултата и в графичен вид.

Инструкции за провеждане на експертен метод „Дефли”

1. Всеки разпечатва 1 бр. протокол.

2. Анкетират се 12 експерта.

3. **Анкетата трябва да е анонимна и при всеки етап да се анкетират едни и същи експерти**.

4. Въпросите биват 2 типа: „Кога ще се случи / настъпи дадено събитие” или „каква ще бъде стойността на …… към точен бъдещ момент.

5. След първия етап се съставя уточняващ въпрос и същите експерти се анкетират още веднъж.

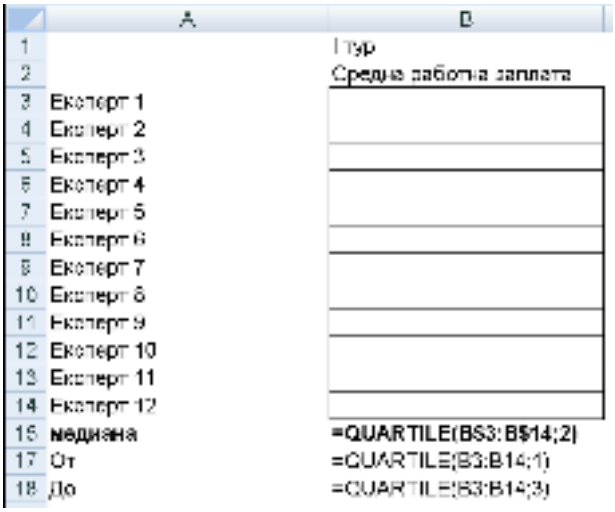
6. Показател за мнението на групата е медианата.

7. Функцията за изчисление, която се ползва е QUARTILE

Напр. Q1=QUARTILE(A2:A12;1)

M=Q2=QUARTILE(A2:A12;2)

Q3=QUARTILE(A2:A12;3)



	A	B
1		Тур
2		Средна работна заплата
3	Експерт 1	
4	Експерт 2	
5	Експерт 3	
6	Експерт 4	
7	Експерт 5	
8	Експерт 6	
9	Експерт 7	
10	Експерт 8	
11	Експерт 9	
12	Експерт 10	
13	Експерт 11	
14	Експерт 12	
15	**медиана**	**=QUARTILE(B$3:B$14;2)**
17	От	=QUARTILE(B3:B14;1)
18	До	=QUARTILE(B3:B14;3)

8. Прави се графика за всеки един от етапите. Графиката се прави на ръка в протокола, като използвате разчертаните линии, вие написвате равномерни и монотонно растящи скалите, съответстващи на вашите данни.

ПРОТОКОЛ

от проведено учебно занятие по приложение на експертен метод "Делфи"

Име, Презиме, Фамилия	Ф N	Специалност

Въпрос на изследването:

_____

_____

_____

_____

_____

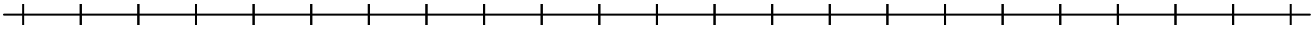
Експертни мнения от първи тур:

	Експерт	Мнение
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
	Медиана:	
	Първи квартил	
	Трети квартил	

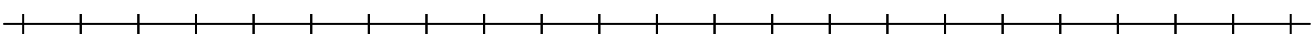
Експертни мнения от втори тур:

	Експерт	Мнение
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
	Медиана:	
	Първи квартил	
	Трети квартил	

Графика първи тур:



Графика втори тур:



20. ПРОВЕЖДАНЕ НА ПРОУЧВАНЕ С ОНЛАЙН ДЕЛФИ НА FORPRIN.

Програмата Delphi във ForPrin обхваща всички варианти за провеждане на изследване чрез метода „Делфи“. Освен че пресмята данните изключително бързо и ги извежда в схеми и таблици, дава възможност и за **директна комуникация** с „експертите“ **без пряк контакт** с тях. Това означава, че се запазва **достоверността на данните** (само ако въпросите са правилно зададени).

Настоящият раздел е онагледен с примерно проучване. Целта на това проучване е да се разбере **какво ще бъде състоянието на населението** на България някъде около 2030 година. По-точно – на **31ви декември 2030 година**. Избрахме точна дата, за да се избегне неразбиране на въпроса от експертите по отношение на точния **времеви момент**, който ни интересува.

За да разберем какво ще е състоянието на населението, трябва да проучим няколко **показателни фактора**. Тъй като проучванията, провеждани от Националния Статистически Институт, включват определен брой показатели. Ние избрахме 2 от тях: „брой на населението:“и „процент на младите хора (под 25 години) в страната“, които отразяват „позитивното“ (негативното) мнение на експертите относно състоянието на населението в най-голяма степен.

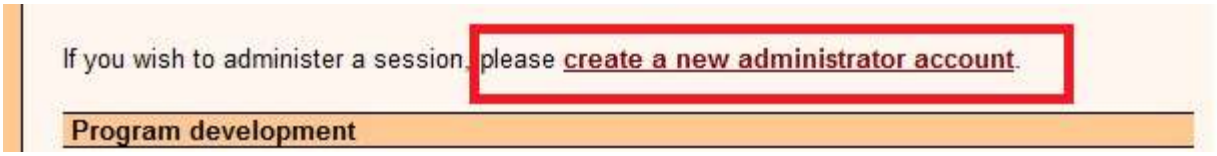
Избрахме **12 експерта** (респондента) на произволен принцип. Зададохме им 2 **въпроса** на 3 пъти. На първото запитване въпросите бяха директни. На второто им казахме какви са резултатите от проуването на НСИ. На третия им дадохме горната и долната граница на отговорите им. В крайна сметка груповото мнение се събра около определена „средна“ стойност.

Настройки на проучването

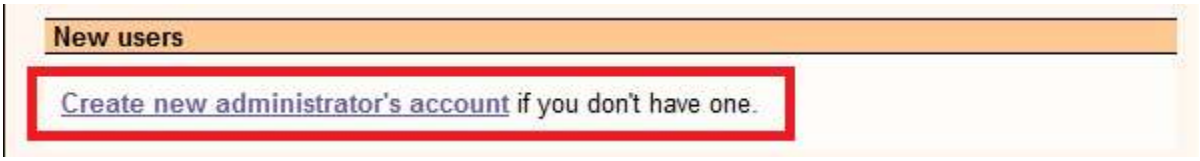
Софтуерът се намира на www.forprin.com -> Software -> Delphi.



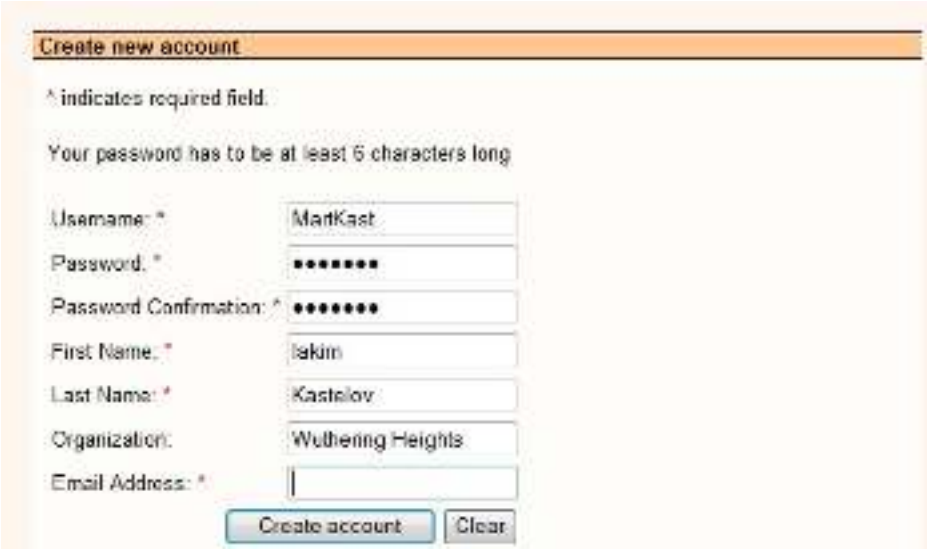
За да се създаде **администраторски профил**, се избира следното:



Тъй като това е първото ви проучване е по-вероятно да нямате профил. Затова отново се избира:



Това е нужната информация за създаването на администраторски профил:



След като профилът е създаден, можете да влезете в него чрез бутона:



Така изглежда профилът при първото му отваряне, както и когато бъдат изтрити всички **сесии**.



Сесията представлява самото **проучване**. Докато се работи по нея, могат да бъдат извършвани следните **дейности**:

- Създаване на въпроси;
- Създаване на експертски профил;
- Групиране на експерти за един или повече въпроси;
- Уведомяване по електронната им поща за началото на всеки кръг от проучването;
- Напомняне за проучването, ако някой от тях е забравил (при уведомяването се изпраща и-мейл от името на forprin.com, в който проучващият може в свободен текст да даде информация на

експертите за настоящия кръг, както и крайна дата за предоставяне на отговор;

- Следене на проучването в реално време;

- Извличане на изчислена информация на основата на вече събраните данни след края на всеки кръг, както и след края на самото проучване (край на сесията).

Сесия се **създава** по следния начин – на основната страница на администраторския профил се избира следното:



След това зарежда прозорец, в който трябва да се въведе името на проучването, с което вие сами да го разпознавате сред останалите ви проучвания.

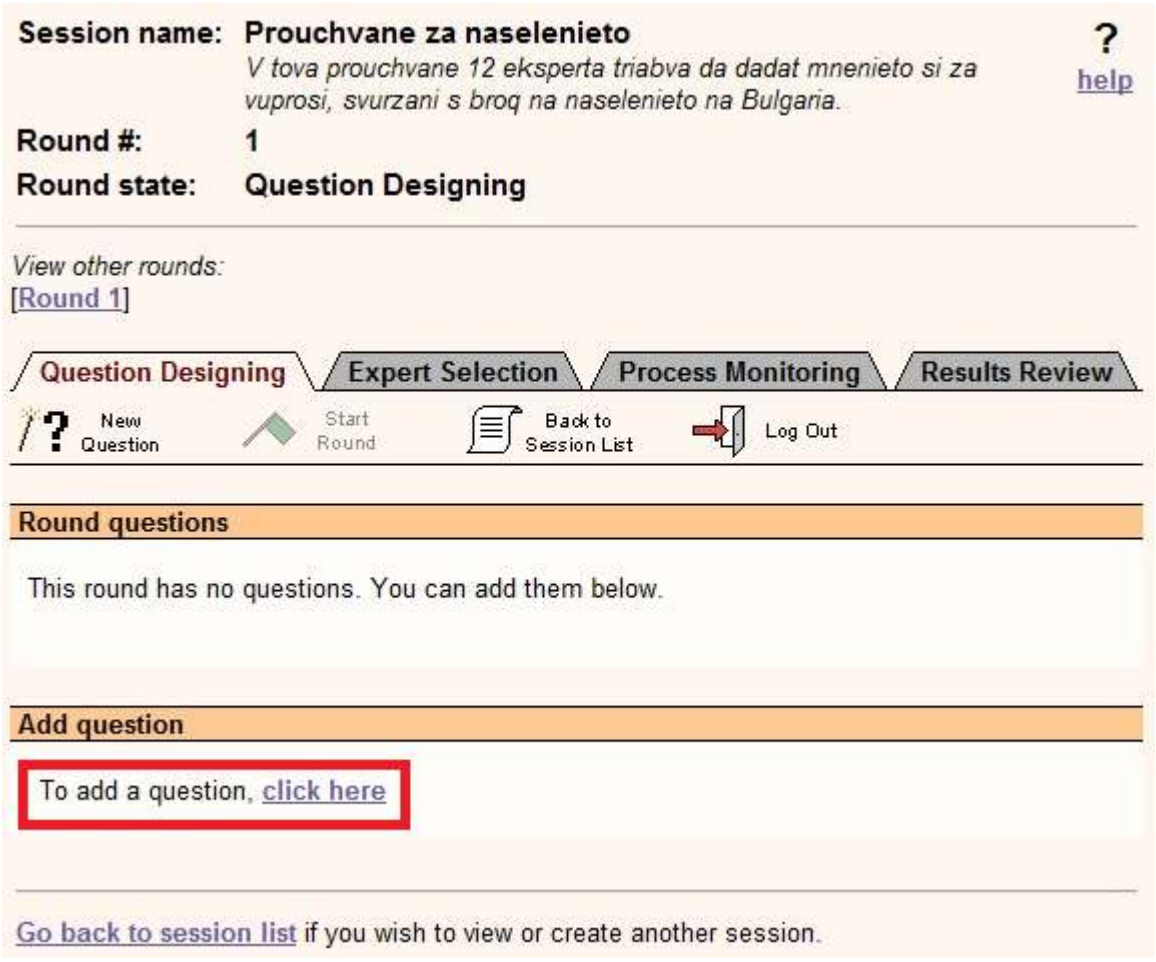


След като създадете сесията, сайтът ви предлага да създадете **въпросите**, които смятате да зададете на експертите си, а не обратното. Това пак е част от идеята проуването на бъде максимално достоверно и ненагласено.



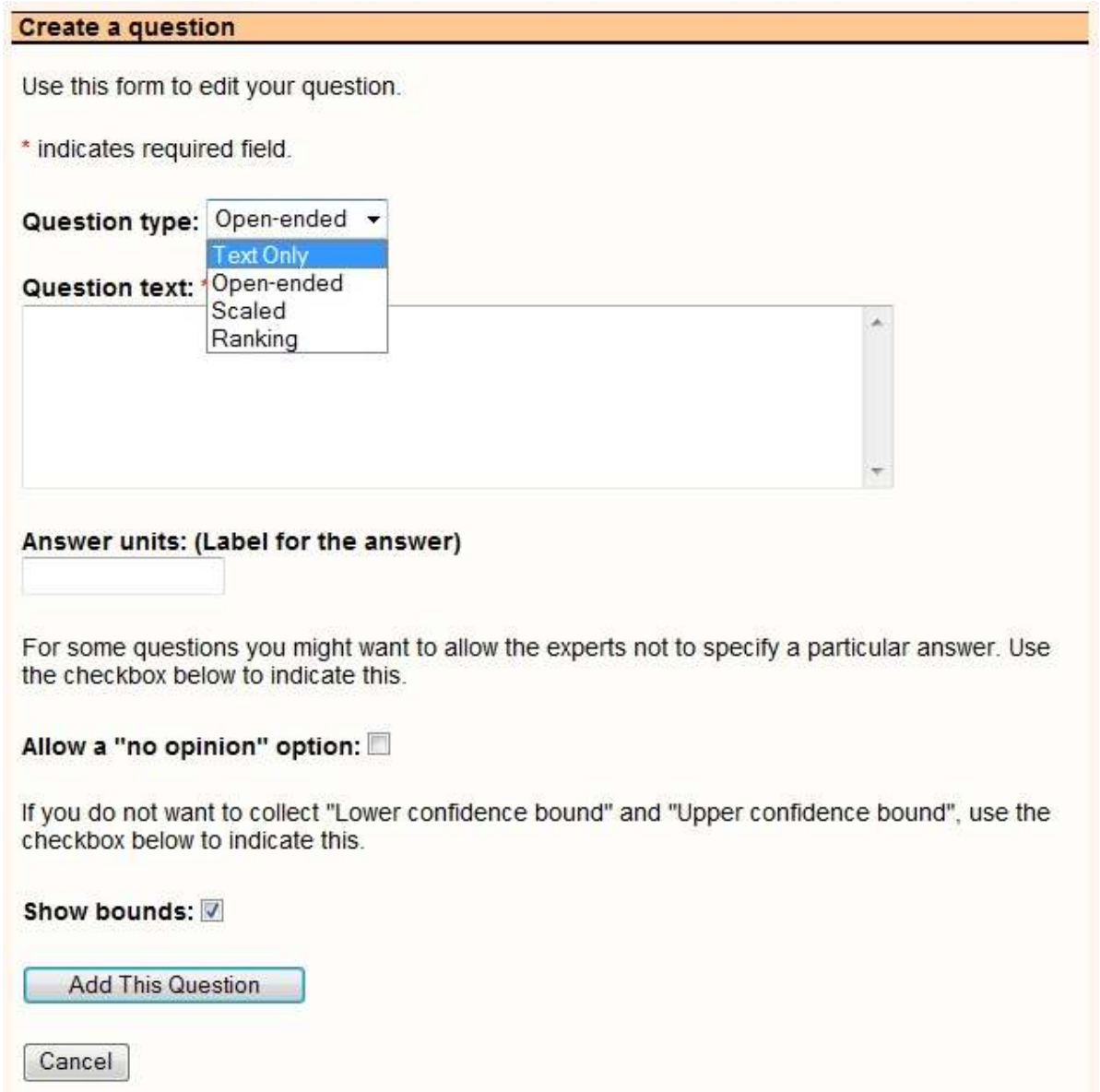
Така изглежда основната страница на сесията. Програмата е създадена така, че проучването да върви по **етапи**.

За да се създаде въпрос, се натиска показаното.

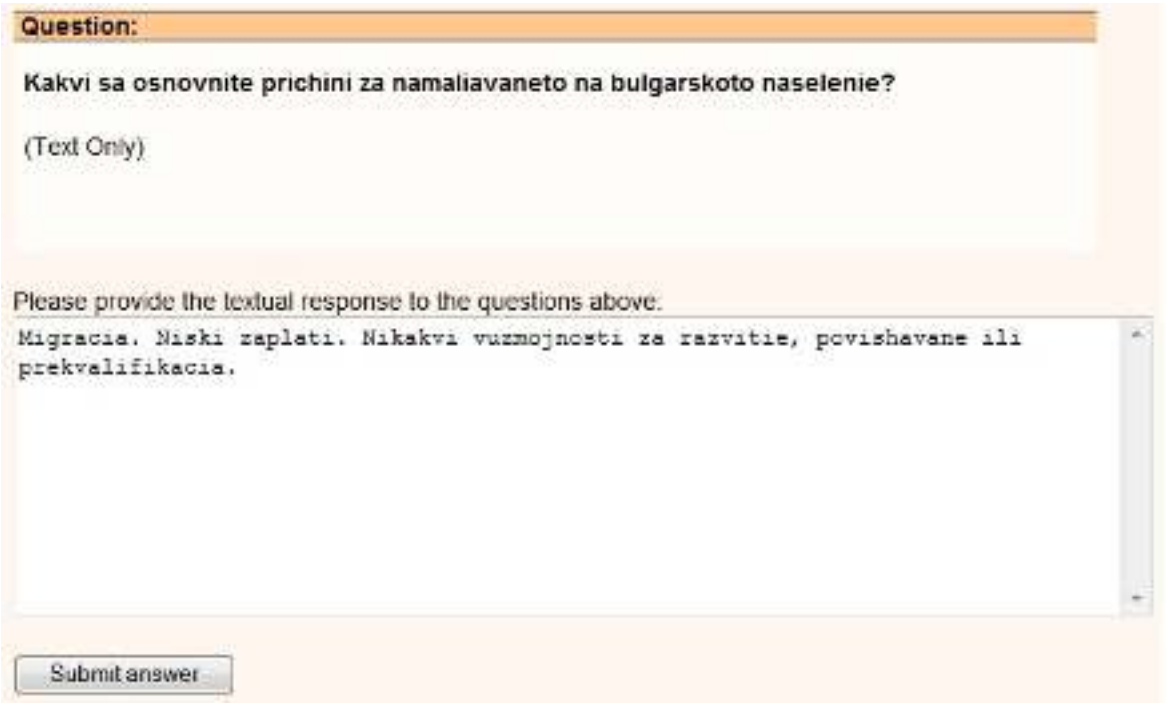


Когато се създава въпрос, има няколко различни **показателя**, определящи типа на въпроса. Типовете въпроси са следните:

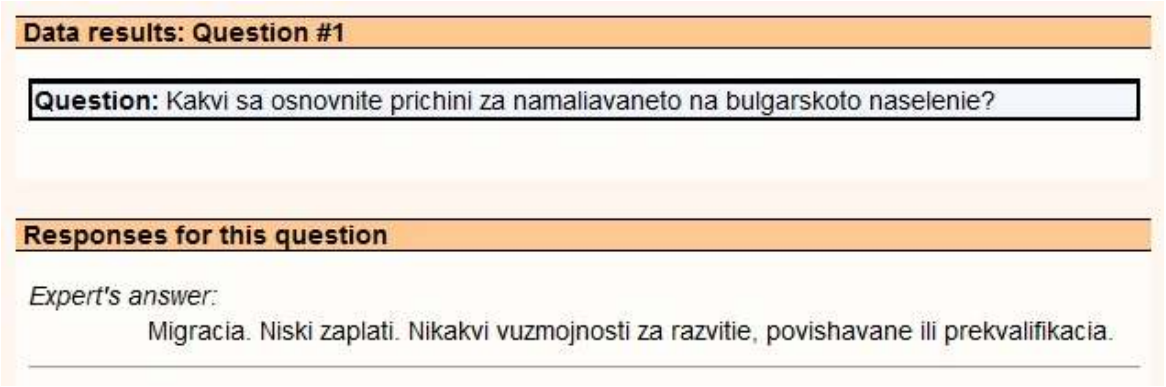
- въпроси с **отворен отговор** (Text Only) – те са много подходящи за всеобхватно изучаване на експертното мнение – специалистът може да каже всичко в каквато форма сам предпочете. Проблемите тук са свързани с трудоемката обработка на информацията и трудното и представяне в числен вид. Най-често се прибягва до другите типове въпроси.



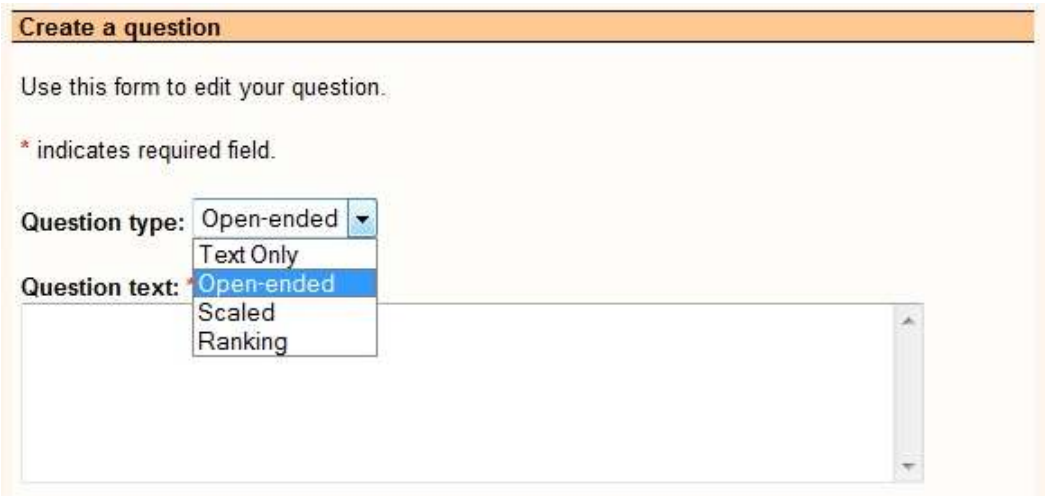
Експертът отговаря чрез свободен текст, откъдето идва и затруднението при обработката на събраната информация. Няма синтактичен робот или какъвто и да е друг софтуер, използван при обработката на информация, който да успее да класифицира информацията, тъй като отговорът съдържа езикови особености, които един робот не е способен да улови. Администраторът сам трябва да обработи информацията.



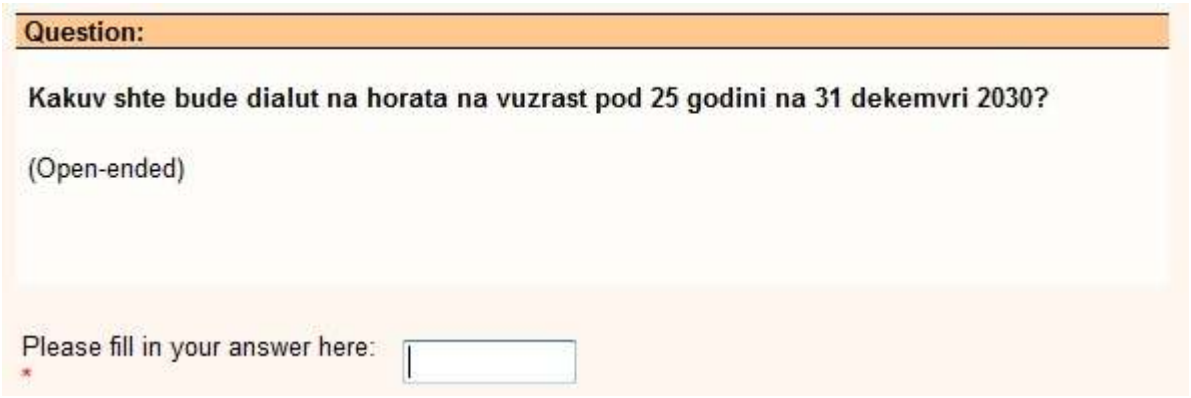
След приключването на проучването отговорите на тези въпроси изглеждат по следния начин.



- въпросите с **отворен край** (Open-ended), които бяха най-подходящи за нашето проучване, целят събирането на информация, представена в математически вид (с числа). За да се използват пълноценно възможностите на този въпрос, той трябва да бъде зададен така, че отговорът му да бъде число.

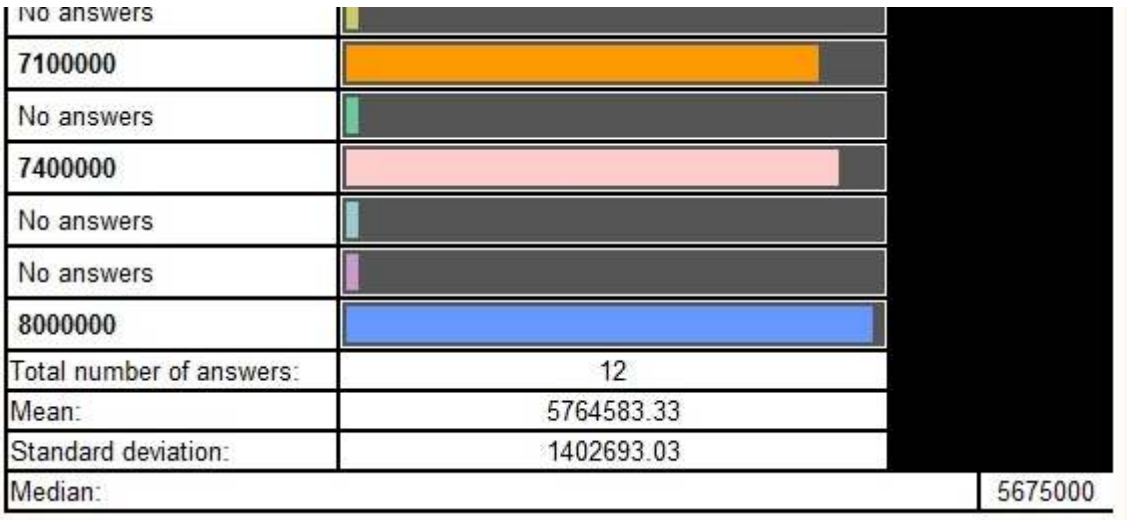


Няма ограничение какво е числото, стига въпросът така да бъде зададен, че всички експерти да дадат отговори, които са съвместими един с друг. Важно е да се отбележи, че ако въпросът изисква примерно процент от някакво цяло, отговорът трябва да бъде пак само с числа, т.е. знакът „%“ да не фигурира в отговора. Програмата сама го казва на експерта, но може да се получи объркване, в който случай експертът да въведе 0,2 вместо 20, което би било прието от администратора като 0,2 %, което реално е 0,002. Това може да бъде избегнато като при осведомяването на експертите в се опише тази малка подробност, както и всички останали, които биха могли да объркат резултатите от проучването. Ако все пак се получи такова объркване след началото на сесията, администраторът може да изпрати писмо до всички експерти (Reminder), в което да обясни какво не е наред с въпроса и да изпрати пак писма до всички експерти. Не е проблем експертите да корегират отговорите си, стига проблемът да не се появи при последният въпрос. Ако експертът вече е отговорил, няма как да бъде коригиран отговорът му и в такъв случай остава само сесията да бъде започната отначало. Това е една от слабите черти на програмата.



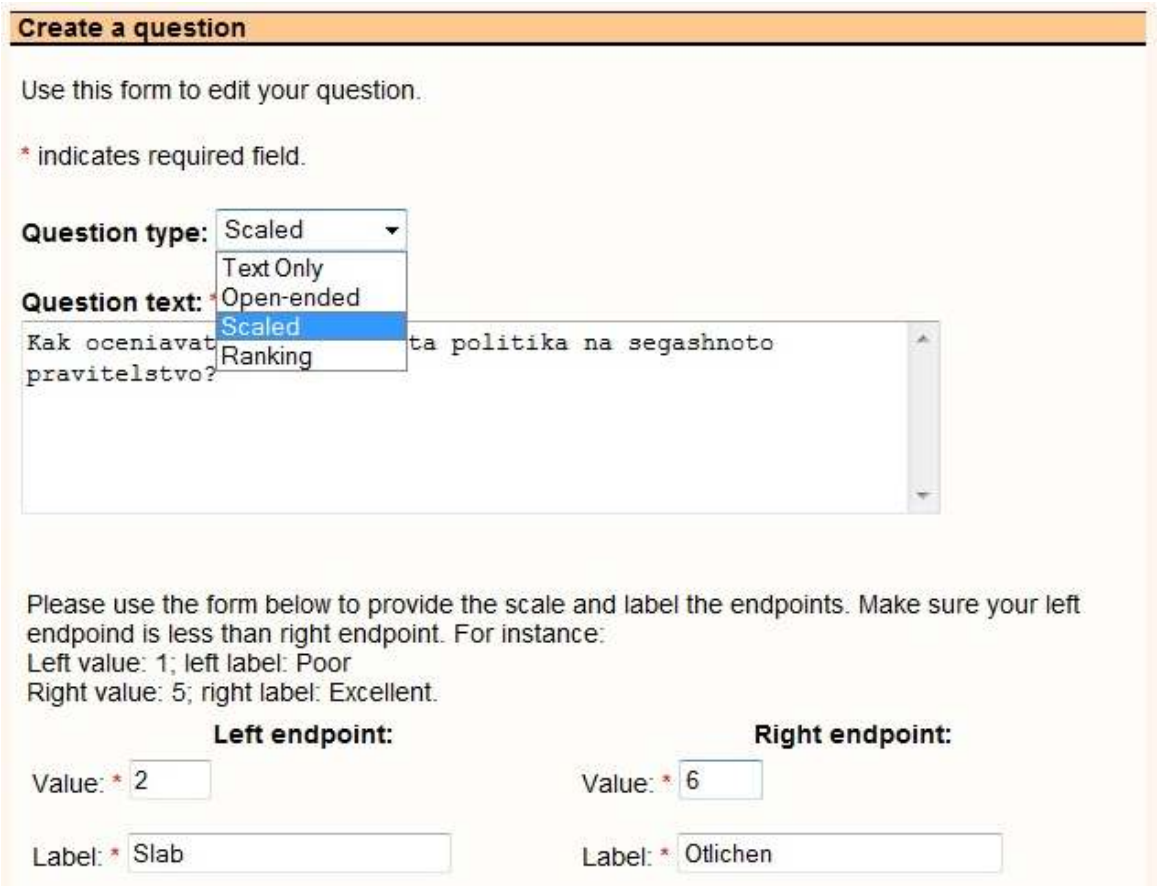
Обработката на информацията е изключително лесна, тъй като програмата сама смята медиана, средно аритметично, стандартно отклонение, горна и долна граница на увереност в отговора. Последното е много интересна възможност на програмата. Тя позволява на експертите да дадат точен отговор, който обаче е поместен в граници на евентуални отклонения (в случаите, когато експертите не са съвсем сигурни в точността на отговора си).

Резултатите от този тип въпроси изглеждат така:



- въпросите с **отговори, подредени по скала**, обхващат абсолютния минимум и максимум на отговорите, но ограничават специалистите с определени интервали между зададените отговори. Ако специалистът иска да отговори със стойност, намираща се между 2 от зададените отговора, той трябва да

прецени накъде клони повече неговият отговор – към горния или долния показател.



Отговарянето на този въпрос е като даването на оценка. Примерът е с българската шестобална система, в която най-слабата оценка е 2, а най-високата – 6. При задаването на въпроса на тези две стойности се дава и описание с по 1-2 думи, което да улесни експертите. Както при предишния въпрос може да се даде възможност отговорите да варират (с долна и горна граница на вярност на отговора).

Question:

Kak oceniavate demografskata politika na segashnoto pravitelstvo?

Please answer this question on the following scale:
2 (Slab) to 6 (Otlichen)

Please fill in your answer here: *	4
Lower confidence bound (i.e. the probability of correct answer being below this value is less than 10%) *	3.5
Upper confidence bound (i.e. the probability of correct answer being above this value is less than 10%) *	4.25

(For explanation and examples of confidence bounds, click here)

Резултатите изглеждат така:

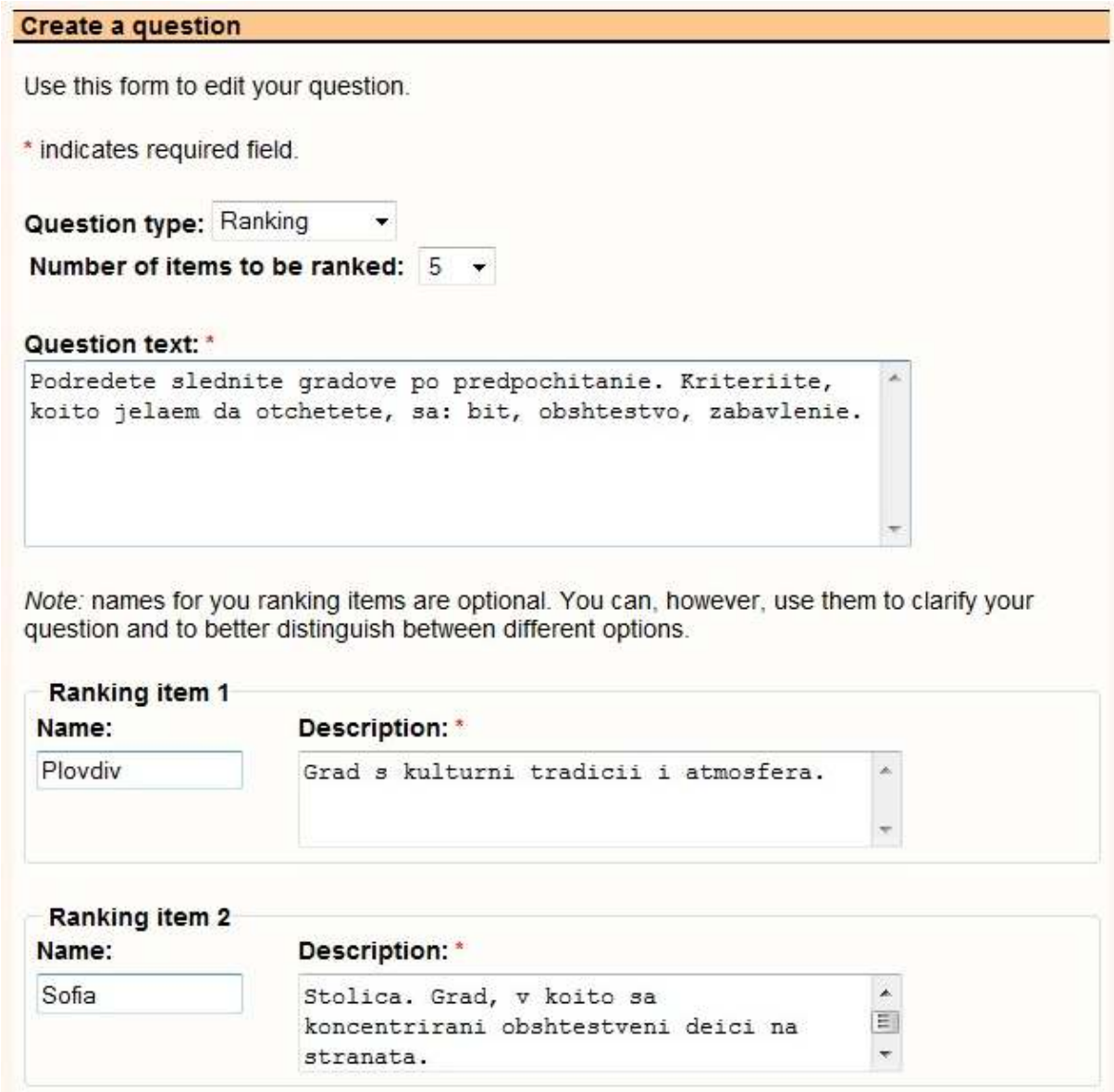
Question: Kak oceniavate demografskata politika na segashnoto pravitelstvo?

Scale: 2 (Slab) to 6 (Otlichen)

Answer	Experts' confidence		
	Lower bound	Upper bound	
2	N/A		
3	N/A		
4	3.5	4.25	
5	N/A		
6	N/A		
Total number of answers:			1
Mean:			4
Standard deviation:			0
Median:			4

Програмата изчислява средно аритметично, медиана и стандартно отклонение. Освен това показва най-ниската и най-високата граница на увереност в отговора.

- въпросите с отговори, които са **ранкирани**, показват различни словесни отговори, които биват подредени по определен ред – ранк – спрямо предпочитанията на експерта.



В този случай експертът е ограничен от вече зададените отговори. Ако открие, че неговият отговор се помества между 2 от зададените, трябва да прецени накъде клони повече отговорът му – към горният или долният ранг. Броят на отговорите може да бъде от 2 до 99, като това е и броят на различните рангове. Ако експертът иска да сложи 2 от отговорите на едно равнище, той може да го направи. Възможно е и да не бъде сложен ранг на някой от отговорите.

Question:

Podredete slednite gradove po predpochitanie. Kriterilte, koito jelaem da otchetete, sa: bit, obshtestvo, zabavlenie.

Items to rank:

Plovdiv:
Grad s kulturni tradicii i atmosfera. — 1 (the best)

Sofia:
Stolica. Grad, v koito sa koncentrirani obshtestveni deici na stranata. — 1 (the best)

Not ranked
1 (the best)
2
3
4
5 (the worst)

Burgas:
Ah, moreto. Nov grad, no sus stari morski tradicii.

Varna:
Kultura. Biznes. Moriaci. Istorii. Turisti. — Not ranked

Bansko:
Ski. Planina. Turisti. — Not ranked

Резултатите пак се изчисляват изключително бързо. Програмата показва средният, най-лошият и най-добрият ранг на всеки отговор, както и колко пъти е сложен на първо място.

Data results: Question #3

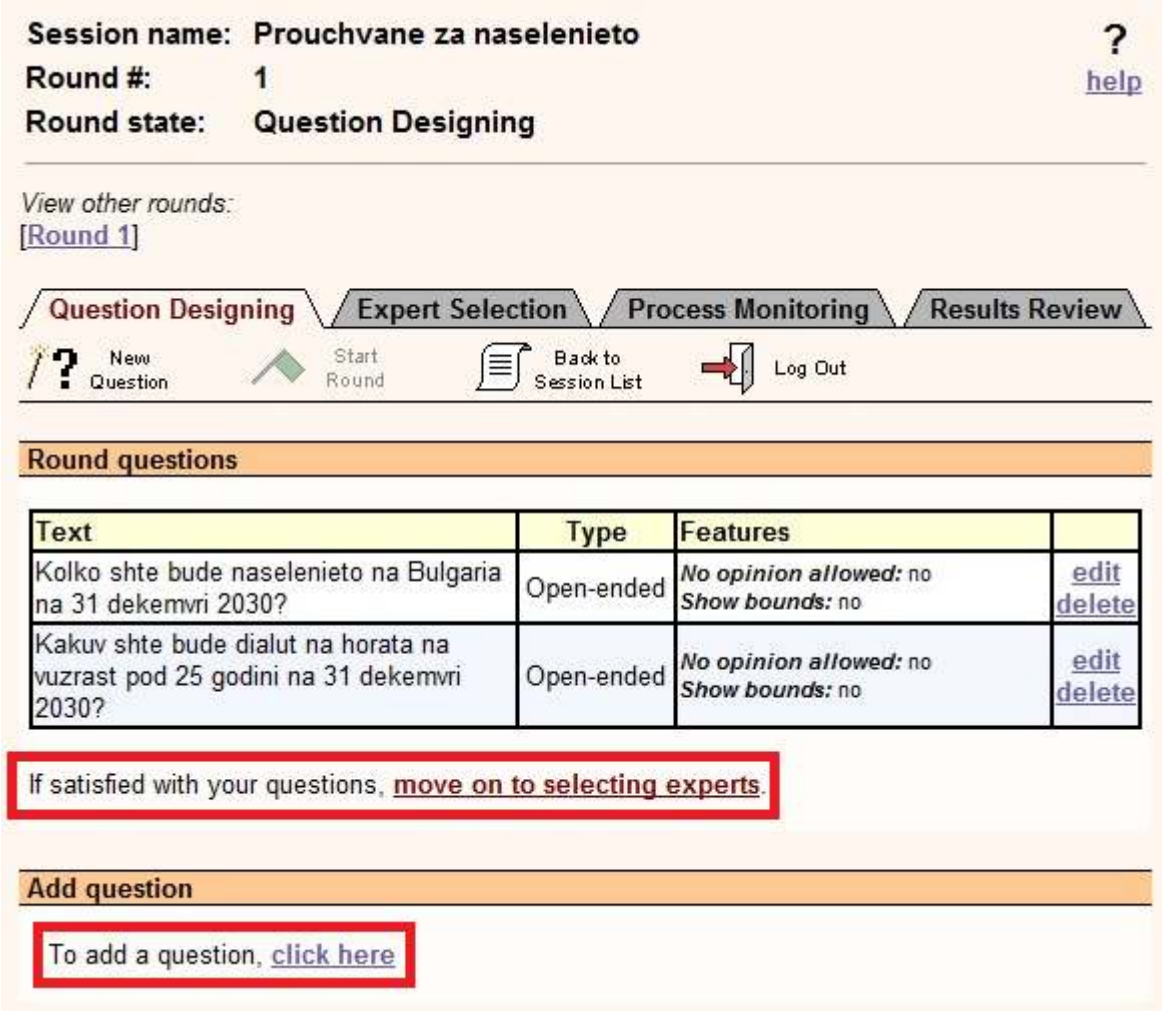
Question: Podredete slednite gradove po predpochitanie. Kriterilte, koito jelaem da otchetete, sa: bit, obshtestvo, zabavlenie.

Items ranked:

Plovdiv	Grad s kulturni tradicii i atmosfera.
Sofia	Stolica. Grad, v koito sa koncentrirani obshtestveni deici na stranata.
Burgas	Ah, moreto. Nov grad, no sus stari morski tradicii.
Varna	Kultura. Biznes. Moriaci. Istorii. Turisti.
Bansko	Ski. Planina. Turisti.

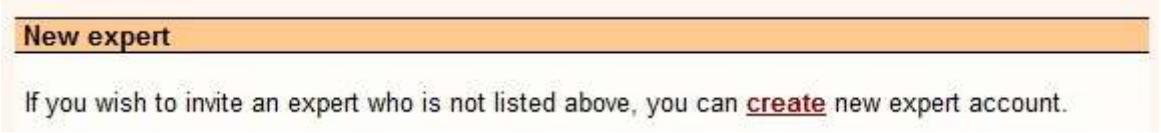
Item	Average rank	Best rank	Worst rank	No. of times ranked #1
Plovdiv	1	1	1	1 (100%)
Sofia	2	2	2	0 (0%)
Burgas	3	3	3	0 (0%)
Varna	4	4	4	0 (0%)
Bansko	5	5	5	0 (0%)
No. of "no opinion" answers:		0		
Total number of answers:		1		

След добавянето на въпросите, сайтът ще ви попита дали сте приключили с въпросите. Ако не сте готови, можете да добавите още. Броят им е неограничен. Ако се доволни, можете да преминете към избирането на експертите.



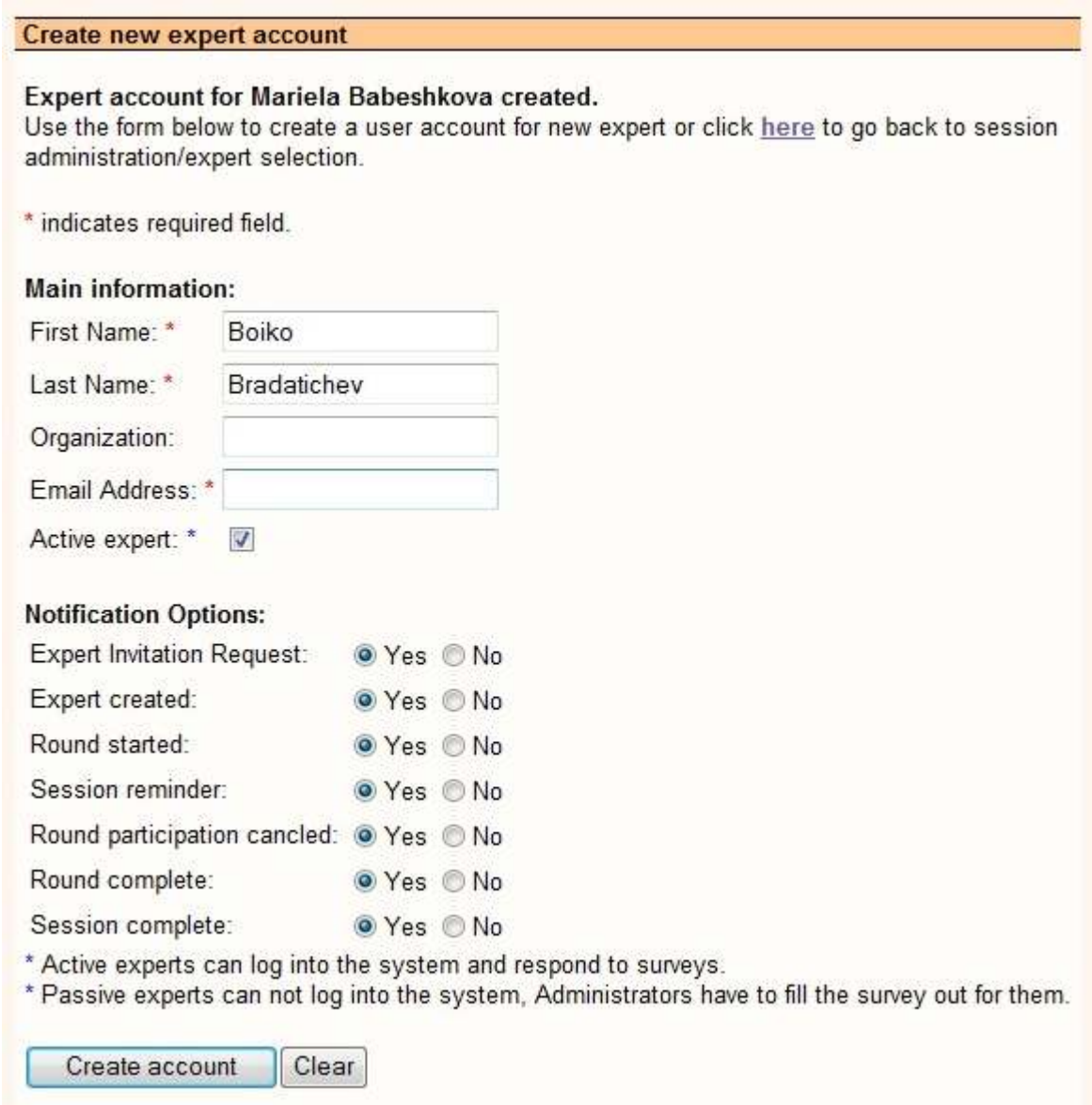
Включване на експерти

За да бъдат създадени профили на експерти, се натиска следното:



Над този надпис може да има списък с експерти, но само ако преди сте провеждали друго проучване преди това. Това са предишните експерти.

Страницата за създаване на профил на експерт изглежда по следния начин, като нужната информация се вижда на картинката.



Както вече споменахме, forprin.com работи чрез и-мейли, т.е. всеки експерт трябва да има и-мейл. На него той получава известия за началото на всеки кръг, за края му, за резултатите. Там провеждащият проучването изпраща писма за напомняне, ако експертът закъснява. Когато се уверите, че сте добавили достатъчен брой хора и че всеки един от тях съответства на

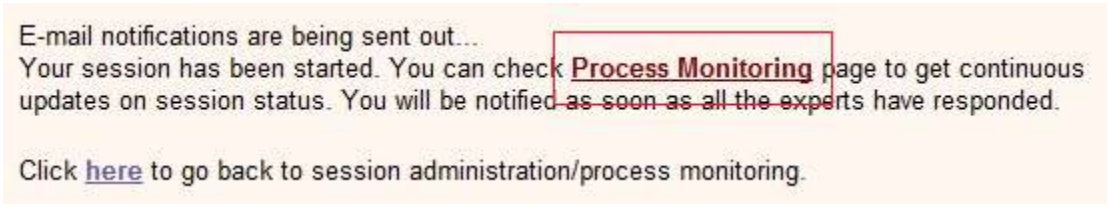
изискванията ви за експерт, можете да осведомите вашите респонденти, че сте готови да започнете проучването.



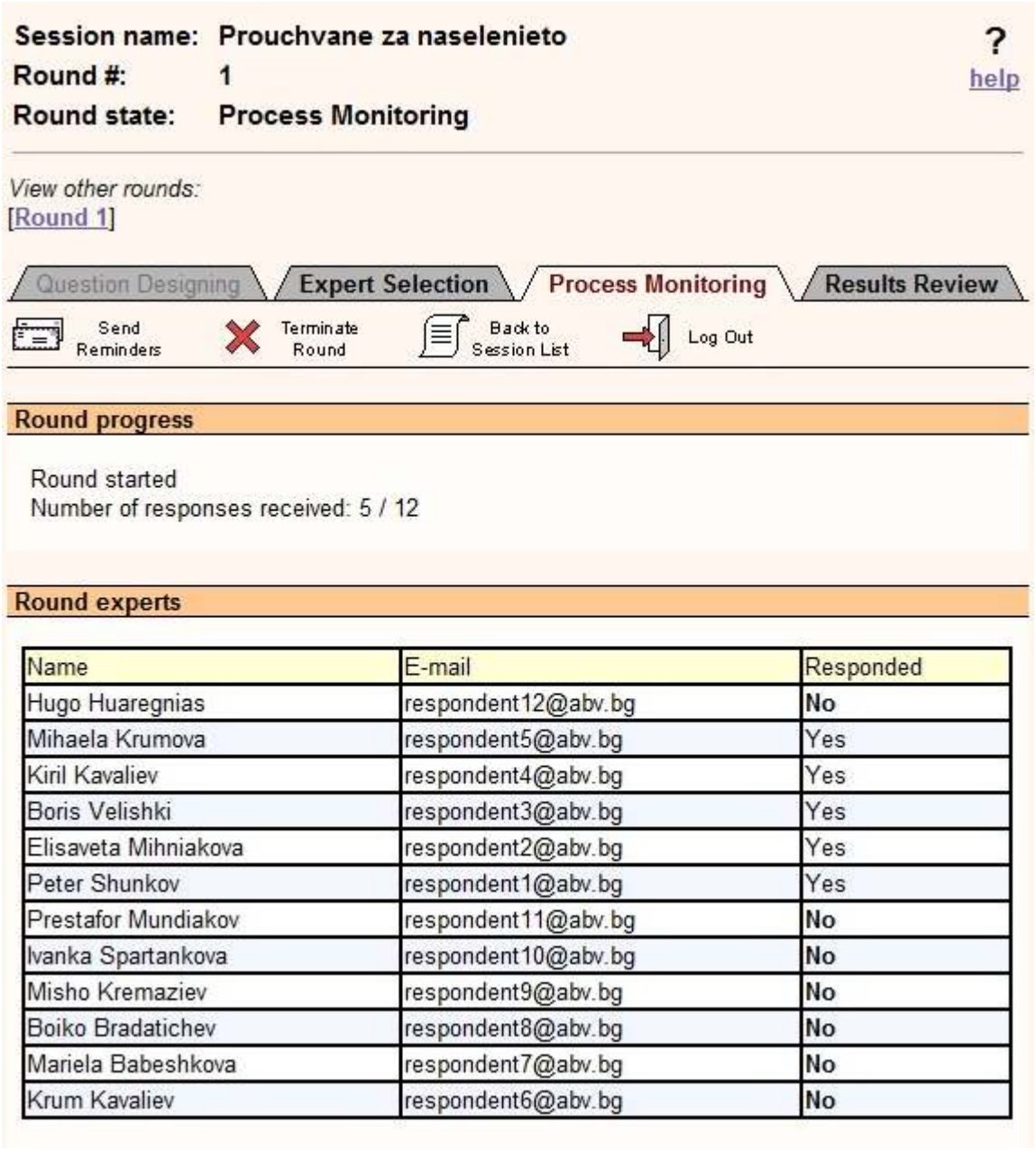
Тази препратка ще ви изведе на страница, която изглежда като картинката по-долу. На този етап сайтът ви дава възможност да напишете и-мейл, чрез който да уведомите, че вече могат да отговарят на въпросите ви. Тъй като полето няма ограничение, няма ограничение и върху текста, който можете да изпратите на експертите си. Препоръчва се информацията да не е прекалено обилна, да няма двусмислици, да не се разчита на обяснения в последния момент – сайтът има достатъчно възможности за опростяване на проучвателния процес, така че да не се получи объркване, което да провали проучването. Освен свободен текст, може да се въведе и дата, до която искате да получите отговорите си.



След изпращането на това съобщение работата ви по проучването на този етап е привършила. Сайтът дава възможност за наблюдаване на процесът на отговаряне в реално време.



Процесът през погледа на администратора изглежда така:



Name	E-mail	Responded
Hugo Huaregnias	respondent12@abv.bg	**No**
Mihaela Krumova	respondent5@abv.bg	Yes
Kiril Kavaliev	respondent4@abv.bg	Yes
Boris Velishki	respondent3@abv.bg	Yes
Elisaveta Mihniakova	respondent2@abv.bg	Yes
Peter Shunkov	respondent1@abv.bg	Yes
Prestafor Mundiakov	respondent11@abv.bg	**No**
Ivanka Spartankova	respondent10@abv.bg	**No**
Misho Kremaziev	respondent9@abv.bg	**No**
Boiko Bradatichev	respondent8@abv.bg	**No**
Mariela Babeshkova	respondent7@abv.bg	**No**
Krum Kavaliev	respondent6@abv.bg	**No**

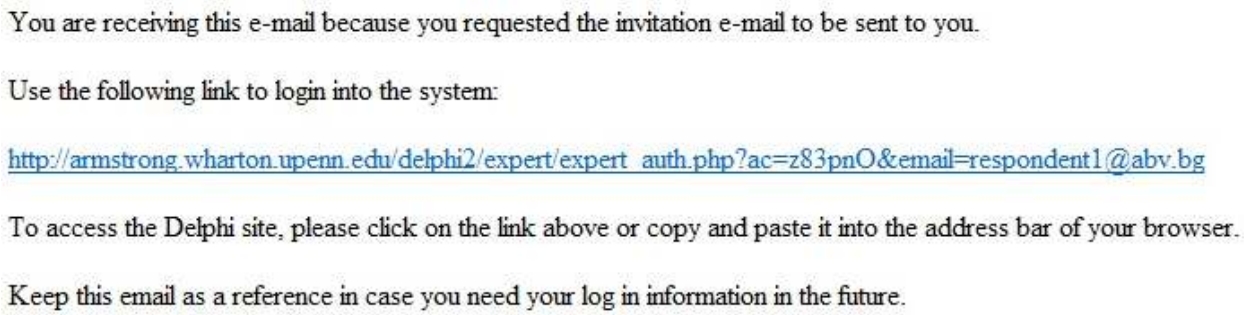
Когато експертът получи уведомлението за началото на проучването, пътят, през който минава, за да даде експертното си мнение, е подобен на администраторския. Трябва да натисне следния бутон.



За да влезе в профилът, който вие сте създали за него, той трябва да влезе в сайта и да напише и-мейла си.

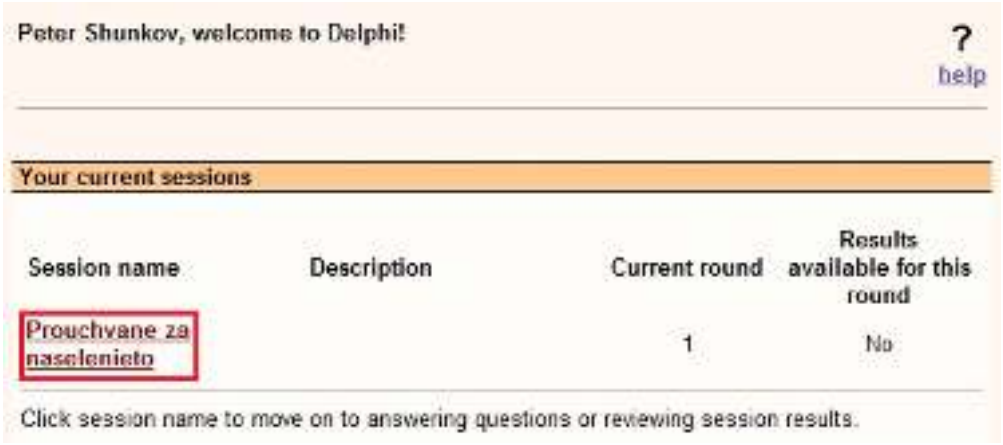


По този начин сайтът изпраща на и-мейла на експерта специален линк, чрез който той да влезе в профила си.

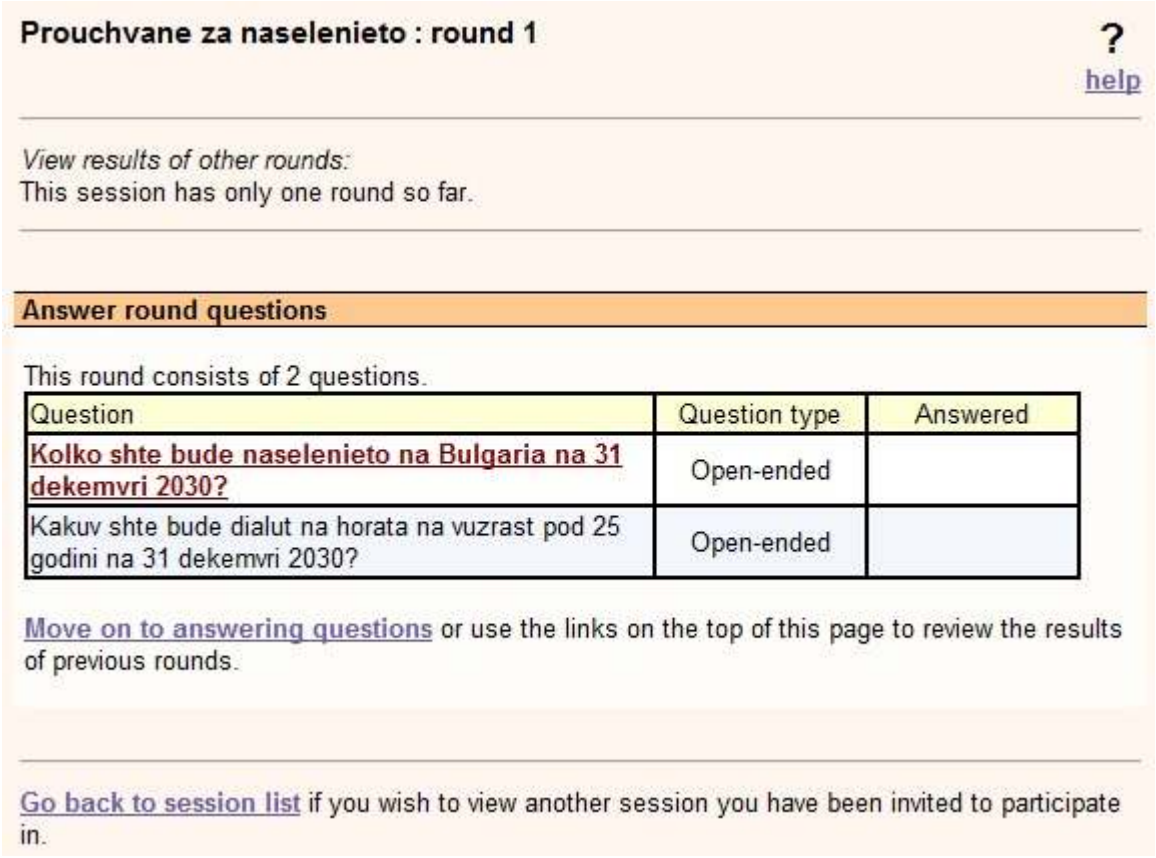


Забележка: Всички експерти потвърдиха, че на този етап сайтът се бави със зареждането на страницата.

Когато страницата със сесиите, в които е поканен експерта, бъде заредена, тя изглежда по следния начин:



При избирането на оградената препратка и ако създаването на сесията е протекло както трябва, ще се зареди страница с въпросите, на които е поканен да отговори експерта.



Prouchvane za naselenieto : round 1

? help

View results of other rounds:
This session has only one round so far.

Answer round questions

This round consists of 2 questions.

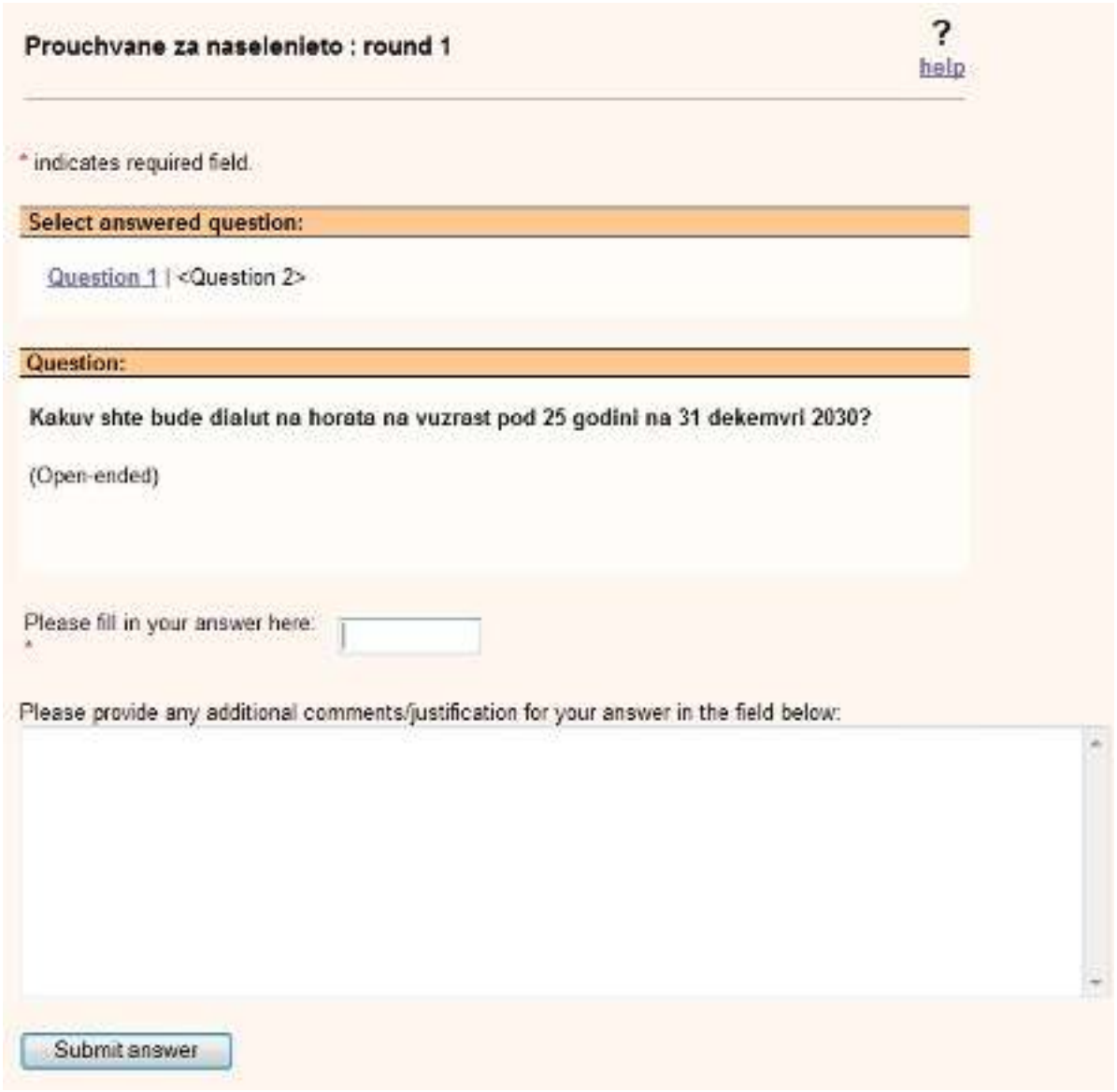
Question	Question type	Answered
Kolko shte bude naselenieto na Bulgaria na 31 dekemvri 2030?	Open-ended	
Kakuv shte bude dialut na horata na vuzrast pod 25 godini na 31 dekemvri 2030?	Open-ended	

Move on to answering questions or use the links on the top of this page to review the results of previous rounds.

Go back to session list if you wish to view another session you have been invited to participate in.

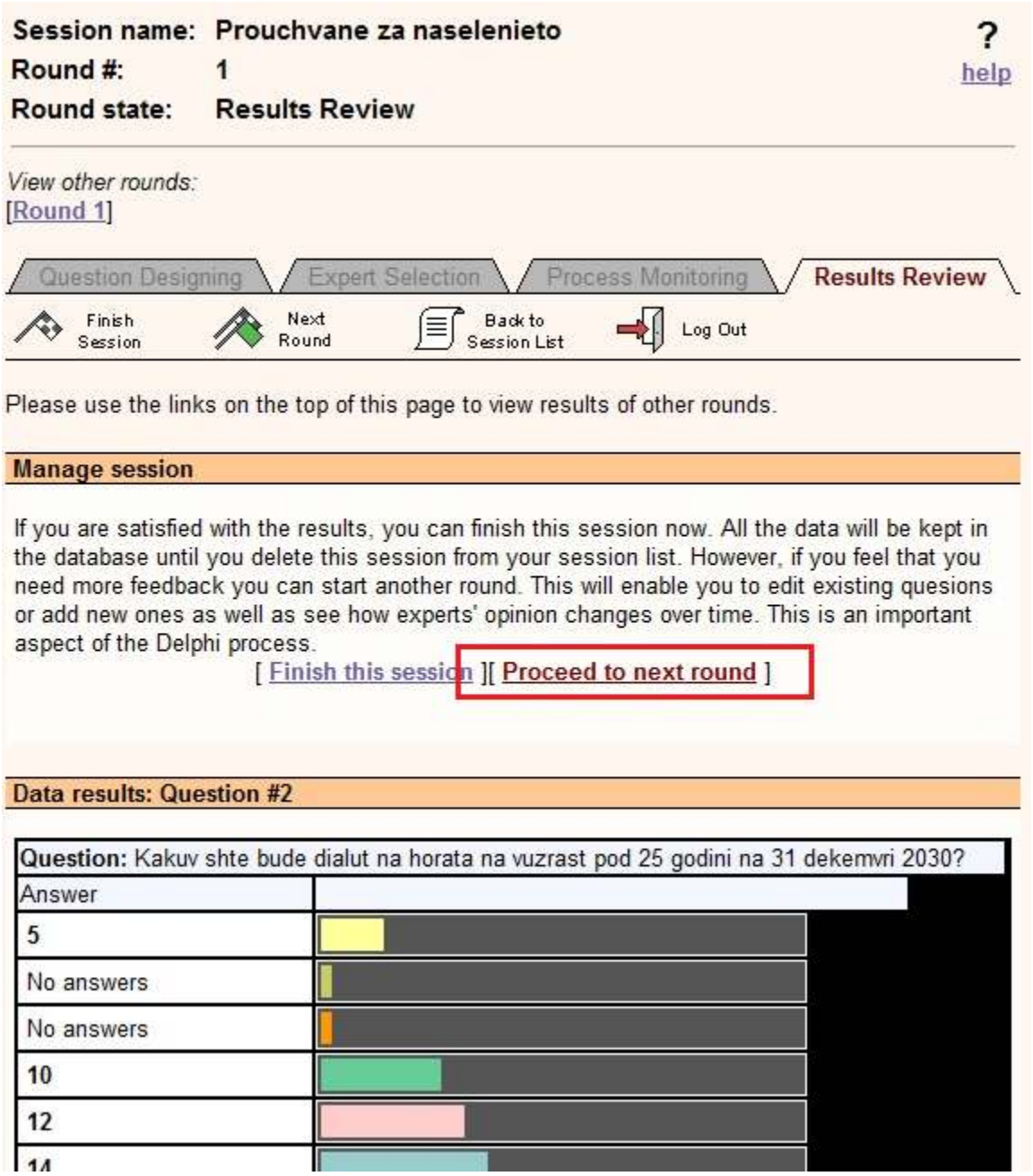
Отговарянето на въпросите става чрез натискане на препратките в списъка. На въпросите трябва да се отговори последователно. Сайтът предвижда коригиране на отговорите, ако експертът прецени, че отговорът, който е дал, не отговаря на преценката му. Ако експертите нямат физическа връзка помежду си, т.е. няма как да си повлияят за отговорите си, няма опасност отговорът на експерта да изгуби стойността си. С други думи е важно експертите така да бъдат подбрани, че да няма обмен на информация помежду им. Методът „Делфи“ е най-ефективен, когато експертите нямат контакт помежду си.

Така изглежда страницата за отговаряне.



Сайтът предлага и възможност за временно прекъсване на проучването. Ако експертът забележи нещо нередно по въпросите, може да уведоми администраторът, който от своя страна да каже на останалите експерти да прекратят отговарянето си. Корекциите на въпросите са невъзможни, след като веднъж е започнало проучването. Администраторът обаче може да изпрати съобщение до всички експерти, с което да дообясни как точно да отговорят, имайки предвид възникналия проблем. Ако провеждащия проучването не може да направи това, сесията трябва да се прекрати и да се създаде нова.

След като всички експерти отговорят и проучващият получи резултатите си, програмата дава два избора – да се прекрати изследването, ако резултатите задоволяват търсенето на администратора, или да се продължи със следващ кръг, докато не се стигне до задоволяващи резултати.



Ако се избере приключване, сесията се затваря, сайтът уведомява експертите, че резултатите са готови и пита администратора дали иска да проведе ново проучване.

Ако се избере нов кръг, сайтът дава възможност за промяна да въпросите. Естествено, кръгът може да се проведе без корекции. Ако все пак са необходими, стъпките са следните:



Round questions

Text	Type	Features	
Kolko shte bude naselenieto na Bulgaria na 31 dekemvri 2030?	Open-ended	***No opinion allowed:*** no	edit delete
Kakuv shte bude dialut na horata na vuzrast pod 25 godini na 31 dekemvri 2030?	Open-ended	***No opinion allowed:*** no	edit delete

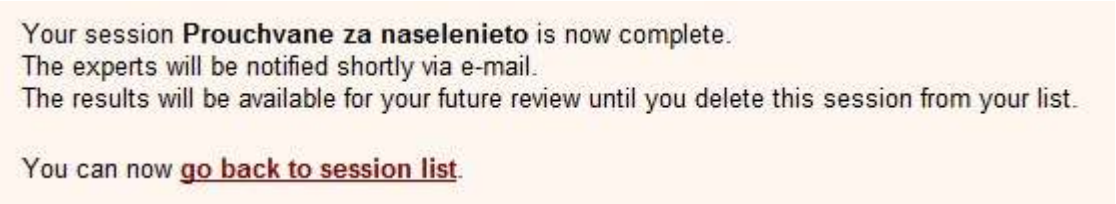
If satisfied with your questions, move on to selecting experts.

- за промяна на въпроса спрямо тези страни на резултатите, които не са задоволили проучващия.

Препоръчително е да се използват същите експерти, тъй като крайният резултат би бил изключително сложен или най-малкото – неточен, ако се промени броят им.

След изборът на експертите, сайтът пак предлага уведомяване на експертите чрез и-мейл. Отговарянето протича по същия начин. След края му администраторът решава дали да прекрати проучването, или да го продължи. Това може да продължи буквално до безкрайност.

При евентуално стигане до края на проучването, страницата, която сайтът показва, изглежда така:

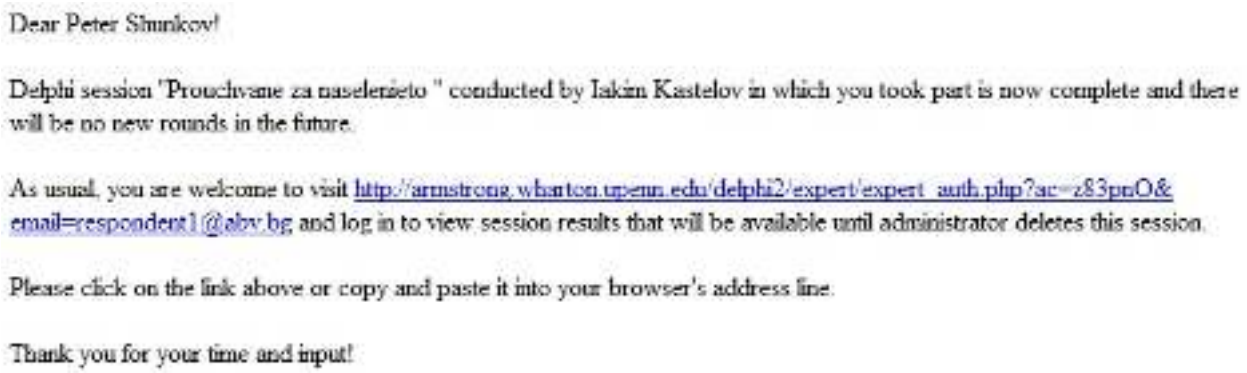


Your session **Prouchvane za naselenieto** is now complete.
The experts will be notified shortly via e-mail.
The results will be available for your future review until you delete this session from your list.

You can now go back to session list.

Натискането на този линк ви връща в първоналния списък със сесиите ви. Освен това праща и-мейл до всички експерти, че проучването е приключило и им дава възможност по всяко време,

преди администраторът да изтрие сесията, да разглеждат резултатите от различните кръгове на различните въпроси.



Dear Peter Slunkov!

Delphi session 'Prouchvane za naselenieto " conducted by Iakim Kastelov in which you took part is now complete and there will be no new rounds in the future.

As usual, you are welcome to visit http://armstrong.wharton.upenn.edu/delphi2/expert/expert_auth.php?ac=z83pnO&email=respondent1@abv.bg and log in to view session results that will be available until administrator deletes this session.

Please click on the link above or copy and paste it into your browser's address line.

Thank you for your time and input!

21. ПРАКТИЧЕСКО ПРОВЕЖДАНЕ НА МЕТОД „РАНГОВА КОРЕЛАЦИЯ”.

При работа с еднофакторни и многофакторни модели има една съществена особеност. Преди да се пристъпи към синтезиране на модела, трябва да се подберат съществени за изследваното явление фактори, които да бъдат използвани от модела. Самия подбор става въз основата на априорни знания за явлението или (в случай на изследване на слабо познато явление) с помощта на експертен метод на рангова корелация. Този метод приляга особено добре към концепцията на подбор на съществени фактори.

Ранговата корелация е експертен метод и в основата му стои допитване до група независими експерти в дадена област с цел ранжиране на обекти. Ранжирането представлява разполагане и номериране на N обекта в зависимост от нарастването или намаляването им по даден техен общ признак.

Методът се провежда като следва:

1.Определяне на експертите (повече от десет за да е значим резултатът).

1, 2, 3, ..., j, …, n – обекти

x1, x2, …, xj, …, xn – ранжировка на експерта X

y1, y2, …, yj, …, yn – ранжировка на експерта Y

n – брой обекти за ранжиране

m – брой експерти

2.Определяне списъка на факторите, влияещи върху изследвания процес. Факторите трябва да са повече от седем. За определянето им може да се направи предварително допитване сред експертите.

3.Ранжиране на факторите по степен на влияние върху зависимия параметър по метода на ранговата корелация. Това е основният тур на допитването.

4.Обработка на отговорите на експертите.

	ЕКСПЕРТИ							
ОБЕКТИ		1	…	i	…	m	S	Общ ранг ($R_{g)}$
	1	R_{11}	…	R_{i1}	…	R_{m1}	S_1	R_{g1}
	…	…	…	…	…	…	…	…
	j	R_{1j}	…	R_{ij}	…	R_{mj}	S_j	R_{gj}
	…	…	…	…	…	…	…	…
	n	R_{1n}	…	R_{in}	…	R_{mn}	S_n	R_{gn}

$R_{i,j}$ *ранг на обект j според експерт i*

5.Определяне груповата ранжировка (на съществените фактори).

Рангова сума на обект j :

$$S_j = \sum_{i=1}^{m} R_{i,j}$$

6.Оценка на съгласието между експертите и статистическата значимост на получените резултати. Изчислява се коефициент на съгласие (w) и след това се прави проверка за статистическа значимост по метода X^2 .

$$M = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_j$$

$$d_j = S_j - M$$

$$w = \frac{12\sum_{j=1}^{n} d_j{}^2}{m^2(n^3 - n)},$$

$$0 \le w \le 1$$

$X^2_{емп.} = m.v.w$

v = n-1 /степени на свобода/

α = 0,05 /ниво на значимост/

v, α => таблица => $X^2_{теор.}$

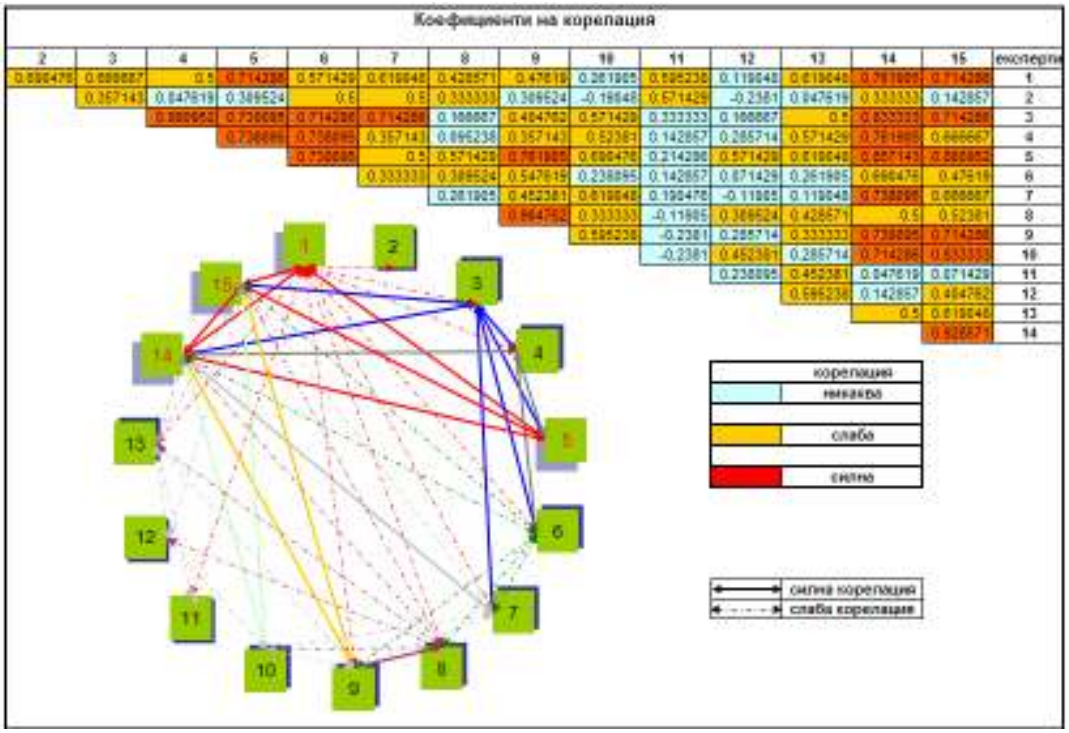
За да се счита че има съгласие между експертите трябва $X^2_{теор.} < X^2_{емп.}$

7.Оценка на близостта между мненията на всяка двойка експерти и между всеки експерт и груповата ранжировка. Изчислява се коефициент на корелация на Спирман.

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{j=1}^{n}(R_{ij} - R_{gj})^2}{n^3 - n}$$

$$-1 \le \rho \le 1$$

8.Графично представяне на близостта между мненията.



ПРОВЕЖДАНЕ

Изберете 12 експерта и им представете предварително изготвен от вас списък с 8 фактора, влияещи (според вас) на изследваното явление. Проведете с експертите допитване по метод

на рангова корелация. Представете факторите в ранжирания от експертите вид. Изследвайте получените експертни мнения на съгласие с коефициент на Кендъл (W) и за статистическа значимост чрез изследване на емпирично и теоретично χ^2. Изследвайте близостта мнението на всеки експерт до груповото мнение чрез коефициент на Спирман (ρ).

Инструкции:

1. Всички се разделят на екипи.

2. Всеки екип трябва да получи 1 бр. протокол и уникален код.

3. Въпросите трябва да са от типа: "Подредете по важност факторите влияещи при….."

4. Факторите трябва да са точно 8 т.е. n=8

5. Факторите не трябва да се повтарят, а да са смислово различни.

6. Анкетират се 12 експерта т.е. m=12.

7. Всеки студент избира своите експерти.

8. В отговорите на експертите **НЕ** трябва да има повтарящи се рангове.

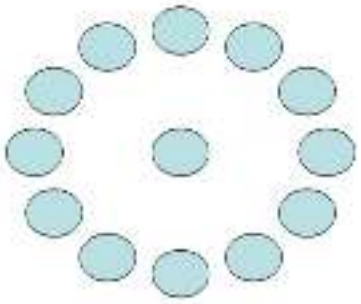
9. Следва да се направят следните изчисления

- Sj (сума от ранговете на всички експерти)
- Средна стойност на M= Sj с функция AVERAGE
- Рангът (функция RANK)
- Делта dj= (Sj-M) и dj^2
- W – коеф. на конкордация / Кендал $W = \frac{12\sum dj^2}{m^2(n^3-n)}$
- Проверка за статистическа значимост: $\chi^2_{емп} = m(n \quad 1)W$
- $\chi^2_{кр} := CHIDIST(\chi^2_{емп}, n-1)$; или $\chi^2_{табл}$ от таблица.

10. Графика:

- Прави се втора таблица с разликите м/у индивидуалното и груповото мнение
- Изчислява се коефициент на Спирман

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{j=1}^{n}(R_{ij} - R_{gj})^2}{n^3 - n}$$



- Ако ρ е в интервала:

от -0,35 до 0,35, то няма корелация

от -0,7 до -0,35 и от 0,7 до 0,35 има слаба корелация

от -1 до -0,7 и от 0,7 до 1 има силна корелация

ПРОТОКОЛ

от проведено учебно занятие по приложение на метод рангова корелация

Име, Презиме, Фамилия	Ф N	Специалност

Въпрос на изследването:

_____

_____

_____

Фактори:

A_____ E_____

B_____ F_____

C_____ G_____

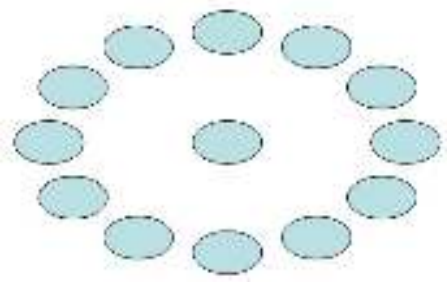
D_____ H_____

Експертни мнения

	ЕКСПЕРТИ												**S**	**R**	$\mathbf{d_j}$	$\mathbf{d_j^2}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12				
A.																
B.																
C.																
D.																
E.																
F.																
G.																
H.																

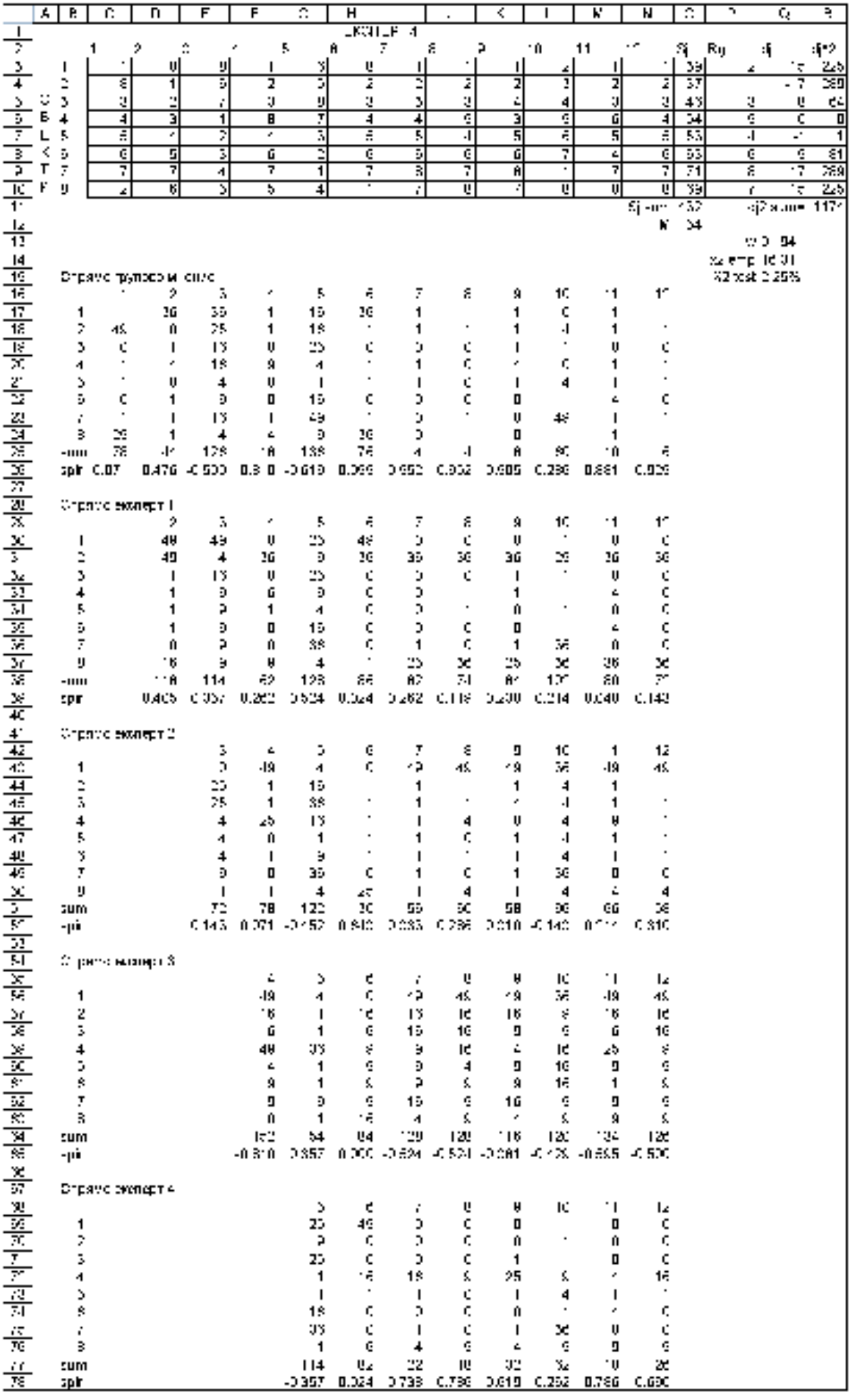
W=_____; χ^2_{emp}=_____; χ^2_{theor} =_____; χ^2_{test} =_____;

Графика:



Изводи:

Помощна информация:



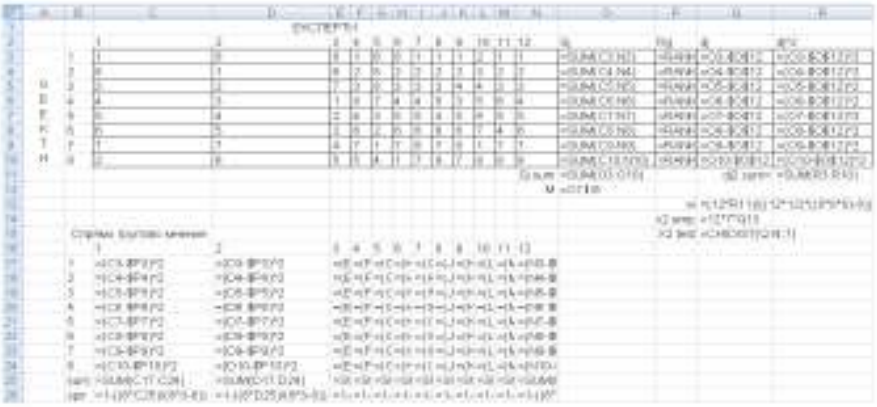
79																	
80	Спрямо експерт 5																
81							6	7	8	9	10	11	12				
82		1					4	25	25	25	16	25	25				
83		2					9	9	9	9	4	9	9				
84		3					25	25	25	16	16	25	25				
85		4					9	9	4	16	4	1	9				
86		5					4	4	1	4	9	4	4				
87		6					16	16	16	16	25	4	16				
88		7					36	49	36	49	0	36	36				
89		8					9	9	16	9	16	16	16				
90	sum						112	148	132	144	90	120	148				
91	spr						0.333	0.798	0.571	0.714	0.071	0.429	0.667				
92																	
93	Спрямо експерт 6																
94								7	8	9	10	11	12				
95		1						49	49	49	36	49	49				
96		2						0	0	0	1	0	0				
97		3						0	0	1	1	0	0				
98		4						0	1	1	1	4	0				
99		5						0	1	0	1	0	0				
100		6						0	0	0	1	4	0				
101		7						1	0	1	36	0	0				
102		8						36	49	36	49	49	49				
103	sum							93	100	88	135	106	99				
104	spr							-0.024	-0.190	-0.048	-0.500	-0.262	-0.167				
105																	
106	Спрямо експерт 7																
107									8	9	10	11	12				
108		1							0	0	1	0	0				
109		2							0	0	1	0	0				
110		3							0	1	1	0	0				
111		4							1	1	1	4	0				
112		5							1	0	1	0	0				
113		6							0	0	1	4	0				
114		7							1	0	49	1	1				
115		8							1	0	1	1	1				
116	sum								4	2	56	10	2				
117	spr								0.952	0.976	0.333	0.881	0.976				
118																	
119	Спрямо експерт 8																
120										8	10	11	12				
121		1								0	1	0	0				
122		2								0	1	0	0				
123		3								1	1	0	0				
124		4								4	0	1	1				
125		5								1	4	1	1				
126		6								0	1	4	0				
127		7								1	36	0	0				
128		8								1	0	0	0				
129	sum									8	44	6	2				
130	spr									0.905	0.476	0.929	0.976				
131																	
132	Спрямо експерт 9																
133											10	11	12				
134		1									1	0	0				
135		2									1	0	0				
136		3									0	1	1				
137		4									4	9	1				
138		5									1	0	0				
139		6									1	4	0				
140		7									49	1	1				
141		8									1	1	1				
142	sum										58	16	4				
143	spr										0.310	0.810	0.952				
144																	
145	Спрямо експерт 10																
146												11	12				
147		1										1	1				
148		2										1	1				
149		3										1	1				
150		4										1	1				
151		5										1	1				
152		6										9	1				
153		7										36	36				
154		8										0	0				
155	sum											60	42				
156	spr											0.405	0.500				

Спрямо експерт 11

	12
1	0
2	0
3	0
4	4
5	0
6	4
7	0
8	0
sum	8
spir	0.905

eksperti

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-0.405	-0.357	0.262	-0.524	-0.024	0.262	0.119	0.238	-0.214	0.048	0.143
2		0.143	0.071	-0.452	0.643	0.333	0.286	0.310	-0.143	0.214	0.310
3			-0.810	0.357	0.000	-0.524	-0.524	-0.381	-0.429	-0.595	-0.500
4				-0.357	0.024	0.738	0.786	0.619	0.262	0.786	0.690
5					-0.333	-0.738	-0.571	-0.714	-0.071	-0.429	-0.667
6						-0.024	-0.190	-0.048	-0.500	-0.262	-0.167
7							0.952	0.976	0.333	0.881	0.976
8								0.905	0.476	0.929	0.976
9									0.310	0.810	0.952
10										0.405	0.500
11											0.905





22. ПРАКТИЧЕСКО ПРОВЕЖДАНЕ НА ПРОГНОЗИРАНЕ ЧРЕЗ ЕКСТРАПОЛАЦИЯ.

I. Вашата задача включва прогнозирането на развитието на даден показател, чрез разнообразни методи.

1. Ще ви бъде определен файл с данни във формат MS Excel. Във файла има лист с данни. Те са групирани в четири колони:

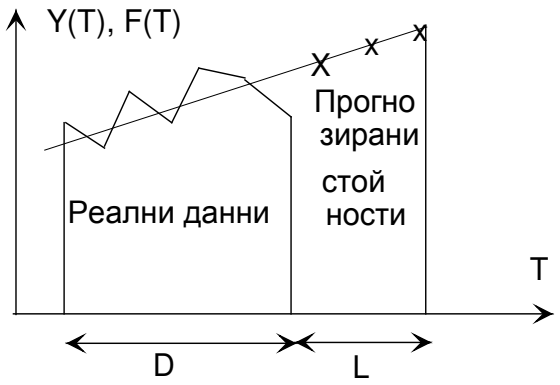
- T (Време)
- X1 (Фактор 1)
- X2 (Фактор 2)
- Y (Изследвано явление)

Изследваното явление е обектът за прогнозиране, а останалите данни са обясняващи, независими фактори.

2. **Разпределяте данните**, както следва:

- Първата част от наблюденията са обучаваща последователност (D). Тях използвате за настройка на коефициенти, за базови при прогнозата и пр. Размерът на обучаващата последователност ще ви бъде съобщен заедно с данните.

- Останалата част наблюдения са контролна последователност (L). Въз основа на данните от обучаващата последователност изграждате прогнозите за контролната последователност, все едно, че не знаете какви са стойностите за този период. НАЙ-НАКРАЯ, когато прогнозите по съответния метод са готови, използвате данните от контролната последователност за контрол на точността на прогнозиране.



3. Изчислете прогнози за периода на контролната последователност за изследваното явление по всички описани в т. III методи, като следвате последователността, описана в т. II. Допълнителното използването на други (по-сложни) методи за прогнозиране се поощрява и се оценява високо.

4. Изчислените резултати по индивидуалното задание за догонване по МПУ въведете във онлайн формуляра на линка по-долу:

https://docs.google.com/forms/d/1gYasCGSJEwX1xfBLZxulbR_XUXL3sinPjC3dr8MUqRg/viewform

II. Последователност при прогнозиране по всеки отделен метод (в някои случаи отделни етапи от последователността трябва да се пропускат):

1. Представяне на необходимите данни в нов работен лист.

2. Маркиране на контролната последователност от данни.

3. Настройка на коефициентите в математическото описание на метода.

4. Програмиране на математическото описание, използвайки настроените коефициенти.

5. Използване на математическото описание за изчисляване на данни за периодите от обучаващата последователност.

6. Използване на математическото описание за изчисляване на прогнозни данни за периодите от контролната последователност.

7. Изчисляване на средна относителна грешка за данните от обучаващата последователност (R). $$R=\frac{\sum_{T=1}^{D}|Y(T)-F(T)|}{\sum_{T=1}^{D}|Y(T)|}\times 100[\%]$$

8. Изчисляване на средна относителна грешка за прогнозните данните от контролната последователност (δ). $$\delta=\frac{\sum_{T=D+1}^{D+L}|Y(T)-F(T)|}{\sum_{T=D+1}^{D+L}|Y(T)|}\times 100[\%]$$

9. Изграждане на графика на реалните данни и изчислените (включително прогнозните). Внимавайте при графиките от регресиите с обясняващи фактори, различни от времето.

III. Методи за прогнозиране използващи исторически данни

1. <u>Пълзящи (където t е пореден номер на времеви период):</u>

1.1. Пълзяща средна за 3 периода:

F(t)=(Y(t-1)+Y(t-2)+Y(t-3))/3 (за периода на обучаващата последователност)

F(t)=(F(t-1)+F(t-2)+F(t-3))/3 (за периода на контролната последователност)

1.2. Пълзяща средна за 5 периода:

F(t)=(Y(t-1)+Y(t-2)+Y(t-3)+Y(t-4)+Y(t-5))/5 (за периода на обучаващата последователност)

$F(t)=(F(t-1)+F(t-2)+F(t-3)+F(t-4)+F(t-5))/5$ (за периода на контролната последователност)

1.3. Претеглена пълзяща средна за 3 периода:

$F(t)=(3.Y(t-1)+2.Y(t-2)+1.Y(t-3))/6$ (за периода на обучаващата последователност)

$F(t)=(3.F(t-1)+2.F(t-2)+1.F(t-3))/6$ (за периода на контролната последователност)

1.4. Претеглена пълзяща средна за 5 периода:

$F(t)=(5.Y(t-1)+4.Y(t-2)+3.Y(t-3)+2.Y(t-4)+1.Y(t-5))/15$ (период на обучаваща последователност)

$F(t)=(5.F(t-1)+4.F(t-2)+3.F(t-3)+2.F(t-4)+1.F(t-5))/15$ (период на контролна последователност)

1.5. Експоненциална пълзяща средна за 3 периода, настройка на коефициентите със Solver (минимална средна относителна грешка за данните от обучаващата последователност (R)):

$F(t)=(A.Y(t-1)+(1-A).Y(t-2)+(1-A)^2.Y(t-3))$, с ограничение $0<A<1$

⇨ $F(t)=(A.F(t-1)+(1-A).F(t-2)+(1-A)^2.F(t-3))$

2. <u>Единична линейна регресия с обясняващ фактор време (T)</u>

2.1. Линейна времева прогнозираща функция: $F(T)=A.T+B$

2.2. Логаритмична времева прогнозираща функция: $F(T)=A.LN(T)+B$

2.3. Експоненциална времева прогнозираща функция: $F(T)=e^{(A.T+B)}$

2.4. Показателна времева прогнозираща функция: $F(T)=B.T^{A}$

3. Единична линейна регресия с обясняващ фактор 1 (X1)

3.1. Линеен еднофакторен модел с фактор 1: F(X1)=A.X1+B

3.2. Логаритмичен еднофакторен модел с фактор 1: F(X1)=A.LN(X1)+B

3.3. Експоненциален еднофакторен модел с фактор 1: $F(X1)=e^{(A.x1+B)}$

3.4. Показателен еднофакторен модел с фактор 1: $F(X1)=B.X1^{A}$

4. Единична линейна регресия с обясняващ фактор 2 (X2)

4.1. Линеен еднофакторен модел с фактор 1: F(X2)=A.X2+B

4.2. Логаритмичен еднофакторен модел с фактор 1: F(X2)=A.LN(X2)+B

4.3. Експоненциален еднофакторен модел с фактор 1: $F(X2)=e^{(A.x2+B)}$

4.4. Показателен еднофакторен модел с фактор 1: $F(X2)=B.X2^{A}$

5. Многофакторни модели

5.1. Линеен многофакторен модел с фактори 1 и 2, настройка с множествена линейна регресия: F(X1,X2)=A.X1+B.X2+C

5.2. Показателен многофакторен модел с фактори 1 и 2, настройка с множествена линейна регресия: $F(X1,X2)=C.X1^{A}.X2^{B}$

5.3. Показателен многофакторен модел с фактори 1 и 2, нстройка на коефициентите със Solver (минимална средна относителна грешка за данните от обучаващата последователност (R)): $F(X1,X2)=C.X1^{A}.X2^{B}$

6. Декомпозиращи модели:

6.1. Композиран еднофакторен модел:

$F(T)=F1(T)+F2(T)$, където

$F1(T)=A.T+B$, настройка на коефициентите с линейна регресия

$F2(T)=C.\sin(D.T+E)+H$, настройка на коефициентите със Solver ((минимална средна относителна грешка за данните от обучаващата последователност (R))

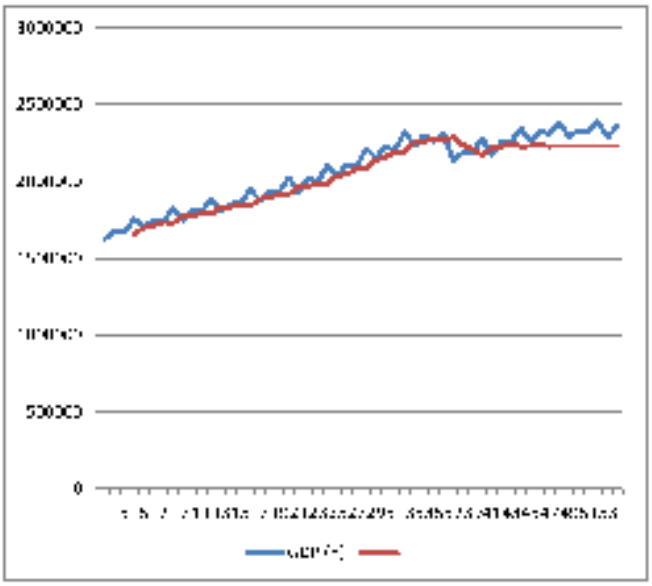
IV. Помощна информация

Първоначални данни

	A	B	C	D	E	F
1	i	Y	X1	X2	Общо данни	Обуч. поз.
2	1	1623740.9	121509.1	275.8	51	40
3	2	1674128.5	1252758.8	288.7		
4	3	1663185.6	124382.9	273.7		
5	4	1750312.6	125210.5	274.5		
6	5	1702359.2	124787.3	257.7		
7	6	1743178.4	1254610.8	280.6		
8	7	1726903.8	1308.62.3	268.1		
9	8	1825056.6	126485.7	275.5		
10	9	1743911.9	125557.9	301.4		
11	10	1811424.9	126532.2	318.5		
12	11	1808045.3	1274.9.2	323.7		
13	12	1857185.9	1270867.1	347.7		
14	13	1800629.2	125382.7	334.9		
15	14	1809231.0	1272015	346.0		
16	15	1809021.3	126.214	388.0		
17	16	1848581.7	1283145	416.4		
18	17	1878284.7	126819.5	423.7		
19	18	1940810.0	128138.4	393.8		
20	19	1950151.9	1292114	415.7		
21	20	2024525.7	1299267.3	453.6		
22	21	2015.7765	1284089.2	427.1		
23	22	2016927.0	1296715	437.1		
24	23	1995640.9	1405313	473.3		
25	24	2101630.4	1407125	513.0		
26	25	2096427.1	1402135	487.0		
27	26	2107525.2	1422417	513.5		
28	27	2097724.8	1428081	599.3		
29	28	2213732.7	1451114	652.0		
30	29	2184435.1	1429509	661.8		
31	30	2110343.7	1445455	640.1		
32	31	2209062.0	1456044	743.0		
33	32	2320616.7	1465263	853.8		
34	33	2230751.2	1463793	953.5		
35	34	2400235.3	1417.80.7	1150.4		
36	35	2260211.7	1461559	884.5		
37	36	2310619.9	1453514	909.8		
38	37	2158151.6	1457897	916.5		
39	38	2186431.3	1454507	1154.1		
40	39	2181949.7	1452784	1196.8		
41	40	2279084.3	1428722	1 087.5		
42	41	2170656.7	1411793	1 115.5		
43	42	2260971.8	1427067	1 247.0		
44	43	2 75 857.2	1453245	1 307.0		
45	44	2040676.1	1420241	1 405.5		
46	45	2261677.2	1422048	1 439.0		
47	46	2323950.1	1434761	1 505.5		
48	47	2 11 55.4	1454434	1 620.0		
49	48	2 70887.9	1425.624	1 651.0		
50	49	2290780.4	1411234	1 602.5		
51	50	2352140.7	1423212	1 508.5		
52	51	2321935.2	1425965	1 775.0		
53	52	2 68022.0	1414.58	1 657.1		
54	53	2263227.7	1397880	1 598.3		
55	54	2359068.7	1409891	1 192.0		

3 периодична обикновена плъзгаща средна

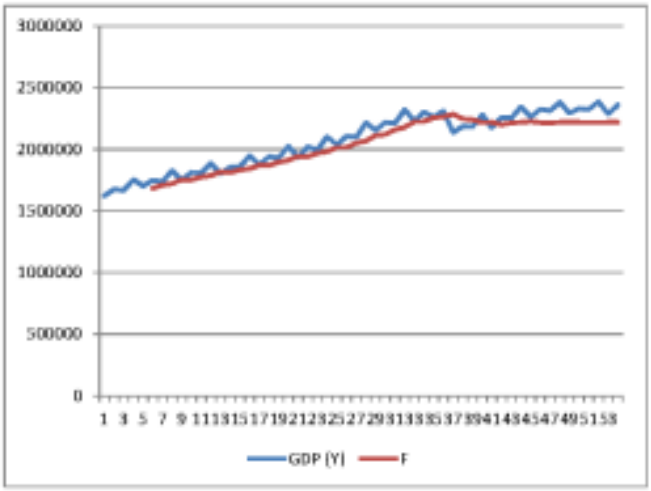
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	GDP(Y)	GDP(Y)	F		ABS(F-Y)	ABS(Y)						
2	1623741	1623741					t	0				
3	1674124	1674124					2.356	1.545				
4	1668196	1668196										
5	1733313	1701151	1650340	50811.51	1733313							
6	1702369	1702369	1686341	3828.667	1702369							
7	1740765	1740765	1707956	41800.33	1740765							
8	1730910	1730910	1730149	1700.733	1730910							
9	1826559	1826559	1729661	96877.33	1826559							
10	1748012	1748012	1771008	22995.33	1748012							
11	1811425	1811425	1770793	40631.67	1811425							
12	1808645	1808645	1789662	18982.33	1808645							
13	1887155	1887155	1789661	97493.33	1887155							
14	1893609	1893609	1853743	39865.67	1893609							
15	1855294	1855294	1866140	10845.67	1855294							
16	1850034	1850034	1849600	433.667	1850034							
17	1948367	1948367	1859513	88853.67	1948367							
18	1876265	1876265	1891372	15106.67	1876265							
19	1940820	1940820	1904562	36258.67	1940820							
20	1930165	1930165	1926164	4001.333	1930165							
21	2024536	2024536	1913730	110805.3	2024536							
22	1982716	1982716	1968174	14541.33	1982716							
23	2010937	2010937	1996472	14464.67	2010937							
24	1998841	1998841	1991586	7255.333	1998841							
25	2101650	2101650	1998164	103486.7	2101650							
26	2030407	2030407	2038409	8002.333	2030407							
27	2107505	2107505	2044939	62565.67	2107505							
28	2097705	2097705	2081848	15857.33	2097705							
29	2213793	2213793	2080939	132854.7	2213793							
30	2154468	2154468	2139666	14802.67	2154468							
31	2210844	2210844	2154630	56214.67	2210844							
32	2209092	2209092	2194997	14095.33	2209092							
33	2320817	2320817	2194000	126817.3	2320817							
34	2280754	2280754	2240751	40003.67	2280754							
35	2300203	2300203	2269554	30649	2300203							
36	2260212	2260212	2268925	28712.33	2260212							
37	2310680	2310680	2268773	41906.67	2310680							
38	2139452	2139452	2290413	150961.3	2139452							
39	2186496	2186496	2236496	50000.33	2186496							
40	2182950	2182950	2211026	28076.33	2182950							
41	2279094	2279094	2196299	82795.67	2279094							
42	2175809	2216180	2216180	40371.33	2175809							
43	2255082	2226079	2226079	29003.67	2255082							
44	2253518	2240450	2240450	13068.33	2253518							
45	2343678	2227568	2227568	116110.3	2343678							
46	2251677	2237364	2237364	14313.67	2251677							
47	2323950	2231127	2231127	92823.33	2323950							
48	2312855	2230687	2230687	82168.33	2312855							
49	2277878	2237726	2237726	40152.67	2277878							
50	2293790	2231047	2231047	62743.33	2293790							
51	2282141	2231420	2231420	50720.33	2282141							
52	2251582	2237664	2237664	13918.33	2251582							
53	2399622	2231044	2231044	168578.3	2399622							
54	2288208	2231576	2231576	56631.33	2288208							
55	2351033	2237626	2237626	113407.3	2351033							



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	GDP (Y)	GDP (Y)	F	ABS(F-Y)	ABS(Y)		r	R
2	1623740.9	=A2					=SUM(D5:D41)/SUM(E5:E41)	=SUM(D42:D55)/SUM(E42:E55)
3	1674123.6	=A3						
4	1668185.8	=A4						
5	1753312.6	=A5	=AVERAGE(B2:B4)	=ABS(C5-A5)	=ABS(A5)			
6	1702369.2	=A6	=AVERAGE(B3:B5)	=ABS(C6-A6)	=ABS(A6)			
7	1749765.4	=A7	=AVERAGE(B4:B6)	=ABS(C7-A7)	=ABS(A7)			
8	1736909.8	=A8	=AVERAGE(B5:B7)	=ABS(C8-A8)	=ABS(A8)			
9	1826558.6	=A9	=AVERAGE(B6:B8)	=ABS(C9-A9)	=ABS(A9)			
10	1748911.9	=A10	=AVERAGE(B7:B9)	=ABS(C10-A10)	=ABS(A10)			
11	1811424.5	=A11	=AVERAGE(B8:B10)	=ABS(C11-A11)	=ABS(A11)			
12	1808645.3	=A12	=AVERAGE(B9:B11)	=ABS(C12-A12)	=ABS(A12)			
13	1887185.9	=A13	=AVERAGE(B10:B12)	=ABS(C13-A13)	=ABS(A13)			
14	1803609.2	=A14	=AVERAGE(B11:B13)	=ABS(C14-A14)	=ABS(A14)			
15	1855284	=A15	=AVERAGE(B12:B14)	=ABS(C15-A15)	=ABS(A15)			
16	1859034.3	=A16	=AVERAGE(B13:B15)	=ABS(C16-A16)	=ABS(A16)			
17	1948386.7	=A17	=AVERAGE(B14:B16)	=ABS(C17-A17)	=ABS(A17)			
18	1876264.7	=A18	=AVERAGE(B15:B17)	=ABS(C18-A18)	=ABS(A18)			
19	1940820	=A19	=AVERAGE(B16:B18)	=ABS(C19-A19)	=ABS(A19)			
20	1930164.9	=A20	=AVERAGE(B17:B19)	=ABS(C20-A20)	=ABS(A20)			
21	2024535.7	=A21	=AVERAGE(B18:B20)	=ABS(C21-A21)	=ABS(A21)			
22	1932715.5	=A22	=AVERAGE(B19:B21)	=ABS(C22-A22)	=ABS(A22)			
23	2016937	=A23	=AVERAGE(B20:B22)	=ABS(C23-A23)	=ABS(A23)			
24	1995840.5	=A24	=AVERAGE(B21:B23)	=ABS(C24-A24)	=ABS(A24)			
25	2101630.4	=A25	=AVERAGE(B22:B24)	=ABS(C25-A25)	=ABS(A25)			
26	2036407.1	=A26	=AVERAGE(B23:B25)	=ABS(C26-A26)	=ABS(A26)			
27	2107505.2	=A27	=AVERAGE(B24:B26)	=ABS(C27-A27)	=ABS(A27)			
28	2097704.6	=A28	=AVERAGE(B25:B27)	=ABS(C28-A28)	=ABS(A28)			
29	2213792.7	=A29	=AVERAGE(B26:B28)	=ABS(C29-A29)	=ABS(A29)			
30	2154463.1	=A30	=AVERAGE(B27:B29)	=ABS(C30-A30)	=ABS(A30)			
31	2219343.7	=A31	=AVERAGE(B28:B30)	=ABS(C31-A31)	=ABS(A31)			
32	2209092	=A32	=AVERAGE(B29:B31)	=ABS(C32-A32)	=ABS(A32)			
33	2320816.7	=A33	=AVERAGE(B30:B32)	=ABS(C33-A33)	=ABS(A33)			
34	2230754.2	=A34	=AVERAGE(B31:B33)	=ABS(C34-A34)	=ABS(A34)			
35	2300203.3	=A35	=AVERAGE(B32:B34)	=ABS(C35-A35)	=ABS(A35)			
36	2260211.7	=A36	=AVERAGE(B33:B35)	=ABS(C36-A36)	=ABS(A36)			
37	2310829.9	=A37	=AVERAGE(B34:B36)	=ABS(C37-A37)	=ABS(A37)			
38	2138451.6	=A38	=AVERAGE(B35:B37)	=ABS(C38-A38)	=ABS(A38)			
39	2186496.3	=A39	=AVERAGE(B36:B38)	=ABS(C39-A39)	=ABS(A39)			
40	2182949.7	=A40	=AVERAGE(B37:B39)	=ABS(C40-A40)	=ABS(A40)			
41	2279084.3	=A41	=AVERAGE(B38:B40)	=ABS(C41-A41)	=ABS(A41)			
42	2175808.7	=C42	=AVERAGE(B39:B41)	=ABS(C42-A42)	=ABS(A42)			
43	2255981.8	=C43	=AVERAGE(B40:B42)	=ABS(C43-A43)	=ABS(A43)			
44	2253518.2	=C44	=AVERAGE(B41:B43)	=ABS(C44-A44)	=ABS(A44)			
45	2343678.1	=C45	=AVERAGE(B42:B44)	=ABS(C45-A45)	=ABS(A45)			
46	2261677.2	=C46	=AVERAGE(B43:B45)	=ABS(C46-A46)	=ABS(A46)			
47	2323950.1	=C47	=AVERAGE(B44:B46)	=ABS(C47-A47)	=ABS(A47)			
48	2312354.6	=C48	=AVERAGE(B45:B47)	=ABS(C48-A48)	=ABS(A48)			
49	2379897.9	=C49	=AVERAGE(B46:B48)	=ABS(C49-A49)	=ABS(A49)			
50	2293790.4	=C50	=AVERAGE(B47:B49)	=ABS(C50-A50)	=ABS(A50)			
51	2332140.7	=C51	=AVERAGE(B48:B50)	=ABS(C51-A51)	=ABS(A51)			
52	2321532.2	=C52	=AVERAGE(B49:B51)	=ABS(C52-A52)	=ABS(A52)			
53	2388622	=C53	=AVERAGE(B50:B52)	=ABS(C53-A53)	=ABS(A53)			
54	2288207.7	=C54	=AVERAGE(B51:B53)	=ABS(C54-A54)	=ABS(A54)			
55	2359088.7	=C55	=AVERAGE(B52:B54)	=ABS(C55-A55)	=ABS(A55)			

5 периодна обикновена пълзяща средна

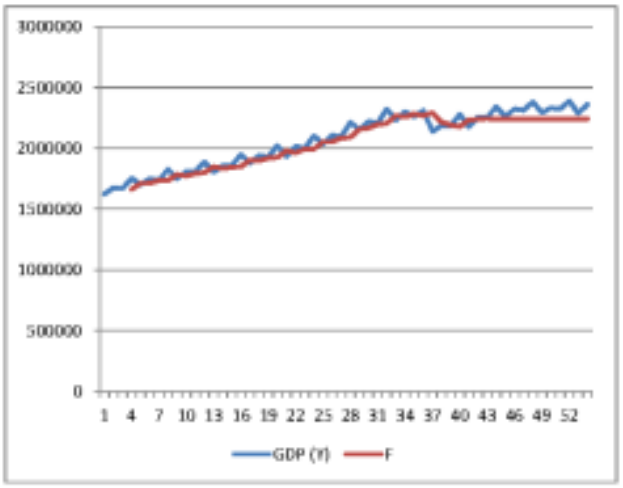
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	GDP (Y)	GDP (Y)	F	ABS(F-Y)	ABS(Y)		r	R				
2	1623741	1623741					3.01%	4.14%				
3	1674124	1674124										
4	1668186	1668186										
5	1753313	1753313										
6	1702369	1702369										
7	1749765	1749765	1684346	65419	1749765							
8	1736910	1736910	1709551	27358.5	1736910							
9	1826559	1826559	1722109	104450	1826559							
10	1748912	1748912	1753783	4871.22	1748912							
11	1811425	1811425	1752903	58521.52	1811425							
12	1808645	1808645	1774714	33931.26	1808645							
13	1887166	1887166	1786490	100675.9	1887166							
14	1803609	1803609	1816541	12932.04	1803609							
15	1855294	1855294	1811951	43342.64	1855294							
16	1859034	1859034	1833228	25806.52	1859034							
17	1948387	1948387	1842750	105637	1948387							
18	1876265	1876265	1870698	5566.68	1876265							
19	1940820	1940820	1868518	72302.22	1940820							
20	1930165	1930165	1895960	34204.96	1930165							
21	2024536	2024536	1910934	113601.6	2024536							
22	1932716	1932716	1944034	11318.9	1932716							
23	2016937	2016937	1940900	76036.84	2016937							
24	1996841	1996841	1969035	27805.88	1996841							
25	2101630	2101630	1980239	121391.7	2101630							
26	2036407	2036407	2014532	21875.28	2036407							
27	2107505	2107505	2016906	90599.1	2107505							
28	2097705	2097705	2051864	45840.56	2097705							
29	2213793	2213793	2068018	145775.1	2213793							
30	2154463	2154463	2111408	43055.1	2154463							
31	2219344	2219344	2121975	97369.16	2219344							
32	2209092	2209092	2158562	50530.14	2209092							
33	2320817	2320817	2178879	141937.5	2320817							
34	2230754	2230754	2223502	7252.56	2230754							
35	2300203	2300203	2226894	73309.36	2300203							
36	2260212	2260212	2256042	4169.72	2260212							
37	2310830	2310830	2264216	46614.32	2310830							
38	2138452	2138452	2284563	146111.6	2138452							
39	2186496	2186496	2248090	61593.84	2186496							
40	2182950	2182950	2239239	56288.86	2182950							
41	2279094	2279094	2215788	63306.46	2279094							
42	2175809	2219564	2219564	43755.66	2175809							
43	2255982	2201311	2201311	54670.55	2255982							
44	2253518	2213883	2213883	39635.02	2253518							
45	2343678	2219361	2219361	124317.5	2343678							
46	2261677	2226643	2226643	35034.47	2261677							
47	2323950	2216152	2216152	107797.7	2323950							
48	2312355	2215470	2215470	96884.57	2312355							
49	2379898	2218302	2218302	161596.1	2379898							
50	2293790	2219186	2219186	74604.9	2293790							
51	2332141	2219150	2219150	112990.2	2332141							
52	2321532	2217652	2217652	103880.2	2321532							
53	2388622	2217952	2217952	170670	2388622							
54	2288208	2218448	2218448	69759.34	2288208							
55	2359099	2218478	2218478	140621	2359099							



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	GDP (Y)	GDP (Y)	F	ABS(F-Y)	ABS(Y)		r	R
2	1623740.9	=A2					=SUM(D7:D41)/SUM(E7:E41)	=SUM(D42:D55)/SUM(E42:E55)
3	1674123.5	=A3						
4	1668185.8	=A4						
5	1753312.6	=A5						
6	1702369.2	=A6						
7	1749765.4	=A7	=AVERAGE(B2:B6)	=ABS(C7-A7)	=ABS(A7)			
8	1736909.8	=A8	=AVERAGE(B3:B7)	=ABS(C8-A8)	=ABS(A8)			
9	1826558.6	=A9	=AVERAGE(B4:B8)	=ABS(C9-A9)	=ABS(A9)			
10	1748911.9	=A10	=AVERAGE(B5:B9)	=ABS(C10-A10)	=ABS(A10)			
11	1811424.5	=A11	=AVERAGE(B6:B10)	=ABS(C11-A11)	=ABS(A11)			
12	1808645.3	=A12	=AVERAGE(B7:B11)	=ABS(C12-A12)	=ABS(A12)			
13	1887165.9	=A13	=AVERAGE(B8:B12)	=ABS(C13-A13)	=ABS(A13)			
14	1803609.2	=A14	=AVERAGE(B9:B13)	=ABS(C14-A14)	=ABS(A14)			
15	1855294	=A15	=AVERAGE(B10:B14)	=ABS(C15-A15)	=ABS(A15)			
16	1859034.3	=A16	=AVERAGE(B11:B15)	=ABS(C16-A16)	=ABS(A16)			
17	1948386.7	=A17	=AVERAGE(B12:B16)	=ABS(C17-A17)	=ABS(A17)			
18	1876264.7	=A18	=AVERAGE(B13:B17)	=ABS(C18-A18)	=ABS(A18)			
19	1940820	=A19	=AVERAGE(B14:B18)	=ABS(C19-A19)	=ABS(A19)			
20	1930164.9	=A20	=AVERAGE(B15:B19)	=ABS(C20-A20)	=ABS(A20)			
21	2024535.7	=A21	=AVERAGE(B16:B20)	=ABS(C21-A21)	=ABS(A21)			
22	1932715.5	=A22	=AVERAGE(B17:B21)	=ABS(C22-A22)	=ABS(A22)			
23	2016937	=A23	=AVERAGE(B18:B22)	=ABS(C23-A23)	=ABS(A23)			
24	1996840.5	=A24	=AVERAGE(B19:B23)	=ABS(C24-A24)	=ABS(A24)			
25	2101630.4	=A25	=AVERAGE(B20:B24)	=ABS(C25-A25)	=ABS(A25)			
26	2036407.1	=A26	=AVERAGE(B21:B25)	=ABS(C26-A26)	=ABS(A26)			
27	2107505.2	=A27	=AVERAGE(B22:B26)	=ABS(C27-A27)	=ABS(A27)			
28	2087704.6	=A28	=AVERAGE(B23:B27)	=ABS(C28-A28)	=ABS(A28)			
29	2213792.7	=A29	=AVERAGE(B24:B28)	=ABS(C29-A29)	=ABS(A29)			
30	2154463.1	=A30	=AVERAGE(B25:B29)	=ABS(C30-A30)	=ABS(A30)			
31	2219343.7	=A31	=AVERAGE(B26:B30)	=ABS(C31-A31)	=ABS(A31)			
32	2209092	=A32	=AVERAGE(B27:B31)	=ABS(C32-A32)	=ABS(A32)			
33	2320818.7	=A33	=AVERAGE(B28:B32)	=ABS(C33-A33)	=ABS(A33)			
34	2230754.2	=A34	=AVERAGE(B29:B33)	=ABS(C34-A34)	=ABS(A34)			
35	2300203.3	=A35	=AVERAGE(B30:B34)	=ABS(C35-A35)	=ABS(A35)			
36	2260211.7	=A36	=AVERAGE(B31:B35)	=ABS(C36-A36)	=ABS(A36)			
37	2310829.9	=A37	=AVERAGE(B32:B36)	=ABS(C37-A37)	=ABS(A37)			
38	2136451.8	=A38	=AVERAGE(B33:B37)	=ABS(C38-A38)	=ABS(A38)			
39	2186496.3	=A39	=AVERAGE(B34:B38)	=ABS(C39-A39)	=ABS(A39)			
40	2102948.7	=A40	=AVERAGE(B35:B39)	=ABS(C40-A40)	=ABS(A40)			
41	2279094.3	=A41	=AVERAGE(B36:B40)	=ABS(C41-A41)	=ABS(A41)			
42	2175808.7	=C42	=AVERAGE(B37:B41)	=ABS(C42-A42)	=ABS(A42)			
43	2255981.8	=C43	=AVERAGE(B38:B42)	=ABS(C43-A43)	=ABS(A43)			
44	2253518.2	=C44	=AVERAGE(B39:B43)	=ABS(C44-A44)	=ABS(A44)			
45	2343678.1	=C45	=AVERAGE(B40:B44)	=ABS(C45-A45)	=ABS(A45)			
46	2261677.2	=C46	=AVERAGE(B41:B45)	=ABS(C46-A46)	=ABS(A46)			
47	2323960.1	=C47	=AVERAGE(B42:B46)	=ABS(C47-A47)	=ABS(A47)			
48	2312354.6	=C48	=AVERAGE(B43:B47)	=ABS(C48-A48)	=ABS(A48)			
49	2379897.9	=C49	=AVERAGE(B44:B48)	=ABS(C49-A49)	=ABS(A49)			
50	2293790.4	=C50	=AVERAGE(B45:B49)	=ABS(C50-A50)	=ABS(A50)			
51	2332140.7	=C51	=AVERAGE(B46:B50)	=ABS(C51-A51)	=ABS(A51)			
52	2321532.2	=C52	=AVERAGE(B47:B51)	=ABS(C52-A52)	=ABS(A52)			
53	2388622	=C53	=AVERAGE(B48:B52)	=ABS(C53-A53)	=ABS(A53)			
54	2288207.7	=C54	=AVERAGE(B49:B53)	=ABS(C54-A54)	=ABS(A54)			
55	2359068.7	=C55	=AVERAGE(B50:B54)	=ABS(C55-A55)	=ABS(A55)			

3 периодна претеглена пълзяща средна

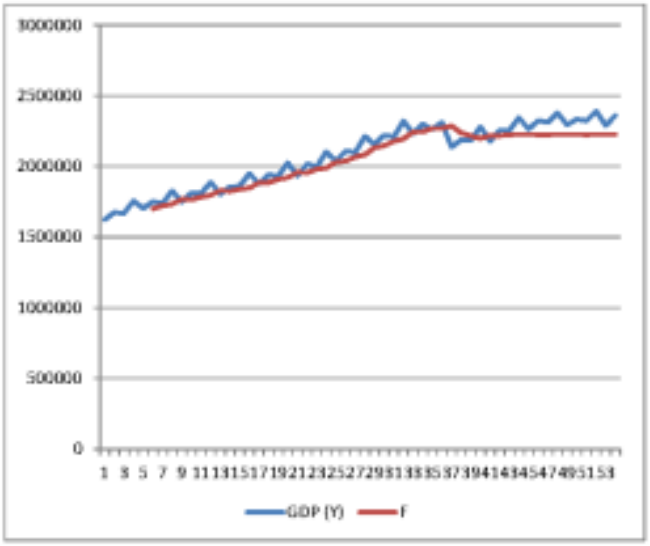
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	GDP (Y)	GDP (Y)	F		ABS(F-Y)	abs(Y)						
2	1623741	1623741					r	R				
3	1674124	1674124					2.44%	3.21%				
4	1668186	1668186										
5	1753313	1753313	1662758		90555.05	1753313						
6	1702369	1702369	1711739		9369.617	1702369						
7	1749765	1749765	1713653		36112.3	1749765						
8	1736910	1736910	1734558		2351.933	1736910						
9	1826559	1826559	1735438		91120.37	1826559						
10	1748912	1748912	1783877		34964.9	1748912						
11	1811425	1811425	1772794		38630.72	1811425						
12	1808645	1808645	1793109		15535.98	1808645						
13	1887166	1887166	1799616		87549.77	1887166						
14	1803609	1803609	1848369		44759.6	1803609						
15	1855294	1855294	1832301		22993.22	1855294						
16	1859034	1859034	1843378		15656.58	1859034						
17	1948387	1948387	1848550		99836.68	1948387						
18	1876265	1876265	1903087		26822.42	1876265						
19	1940820	1940820	1897434		43386.37	1940820						
20	1930165	1930165	1920563		9602.217	1930165						
21	2024536	2024536	1924733		99802.47	2024536						
22	1932716	1932716	1979126		46410.65	1932716						
23	2016937	2016937	1962897		54039.87	2016937						
24	1996841	1996841	1990130		6710.883	1996841						
25	2101630	2101630	1992852		108778.6	2101630						
26	2036407	2036407	2052585		16177.77	2036407						
27	2107505	2107505	2051554		55951.43	2107505						
28	2097705	2097705	2082827		14877.9	2097705						
29	2213793	2213793	2090755		123037.5	2213793						
30	2154463	2154463	2157382		2918.983	2154463						
31	2219344	2219344	2164780		54563.82	2219344						
32	2209092	2209092	2196792		12300.33	2209092						
33	2320817	2320817	2203404		117412.3	2320817						
34	2230754	2230754	2266663		35908.77	2230754						
35	2300203	2300203	2257165		43038.63	2300203						
36	2260212	2260212	2280489		20277.47	2260212						
37	2310830	2310830	2268633		42197.25	2310830						
38	2138452	2138452	2292186		153734.5	2138452						
39	2186496	2186496	2216204		29708.08	2186496						
40	2182950	2182950	2191204		8253.967	2182950						
41	2279094	2279094	2176716		102378.8	2279094						
42	2175809	2231613	2231613		55804.4	2175809						
43	2255982	2239330	2239330		16652.2	2255982						
44	2253518	2243385	2243385		10133.32	2253518						
45	2343678	2240071	2240071		103606.9	2343678						
46	2261677	2241052	2241052		20625.06	2261677						
47	2323950	2241114	2241114		82836.16	2323950						
48	2312355	2240920	2240920		71435.06	2312355						
49	2379898	2241006	2241006		138891.5	2379898						
50	2293790	2240995	2240995		52795.01	2293790						
51	2332141	2240986	2240986		91154.27	2332141						
52	2321532	2240993	2240993		80539.45	2321532						
53	2388622	2240991	2240991		147630.9	2388622						
54	2288208	2240991	2240991		47216.83	2288208						
55	2359099	2240991	2240991		118107.4	2359099						



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	GDP (Y)	GDP (Y)	F	ABS(F-Y)	abs(Y)		r	R
2	1623740.9	=A2					=SUM(D5:D41)/SUM(E5:E41)	=SUM(D42:D55)/SUM(E42:E55)
3	1674123.5	=A3						
4	1668185.8	=A4						
5	1753312.6	=A5	=(3*B4+2*B3+1*B2)/6	=ABS(C5-A5)	=ABS(A5)			
6	1702389.2	=A6	=(3*B5+2*B4+1*B3)/6	=ABS(C6-A6)	=ABS(A6)			
7	1749765.4	=A7	=(3*B6+2*B5+1*B4)/6	=ABS(C7-A7)	=ABS(A7)			
8	1736909.8	=A8	=(3*B7+2*B6+1*B5)/6	=ABS(C8-A8)	=ABS(A8)			
9	1826558.6	=A9	=(3*B8+2*B7+1*B6)/6	=ABS(C9-A9)	=ABS(A9)			
10	1748911.9	=A10	=(3*B9+2*B8+1*B7)/6	=ABS(C10-A10)	=ABS(A10)			
11	1811424.5	=A11	=(3*B10+2*B9+1*B8)/6	=ABS(C11-A11)	=ABS(A11)			
12	1808645.3	=A12	=(3*B11+2*B10+1*B9)/6	=ABS(C12-A12)	=ABS(A12)			
13	1887165.9	=A13	=(3*B12+2*B11+1*B10)/6	=ABS(C13-A13)	=ABS(A13)			
14	1803809.2	=A14	=(3*B13+2*B12+1*B11)/6	=ABS(C14-A14)	=ABS(A14)			
15	1856294	=A15	=(3*B14+2*B13+1*B12)/6	=ABS(C15-A15)	=ABS(A15)			
16	1859034.3	=A16	=(3*B15+2*B14+1*B13)/6	=ABS(C16-A16)	=ABS(A16)			
17	1948386.7	=A17	=(3*B16+2*B15+1*B14)/6	=ABS(C17-A17)	=ABS(A17)			
18	1876264.7	=A18	=(3*B17+2*B16+1*B15)/6	=ABS(C18-A18)	=ABS(A18)			
19	1940820	=A19	=(3*B18+2*B17+1*B16)/6	=ABS(C19-A19)	=ABS(A19)			
20	1930164.9	=A20	=(3*B19+2*B18+1*B17)/6	=ABS(C20-A20)	=ABS(A20)			
21	2024535.7	=A21	=(3*B20+2*B19+1*B18)/6	=ABS(C21-A21)	=ABS(A21)			
22	1932715.5	=A22	=(3*B21+2*B20+1*B19)/6	=ABS(C22-A22)	=ABS(A22)			
23	2016937	=A23	=(3*B22+2*B21+1*B20)/6	=ABS(C23-A23)	=ABS(A23)			
24	1996840.5	=A24	=(3*B23+2*B22+1*B21)/6	=ABS(C24-A24)	=ABS(A24)			
25	2101830.4	=A25	=(3*B24+2*B23+1*B22)/6	=ABS(C25-A25)	=ABS(A25)			
26	2038407.1	=A26	=(3*B25+2*B24+1*B23)/6	=ABS(C26-A26)	=ABS(A26)			
27	2107505.2	=A27	=(3*B26+2*B25+1*B24)/6	=ABS(C27-A27)	=ABS(A27)			
28	2097704.6	=A28	=(3*B27+2*B26+1*B25)/6	=ABS(C28-A28)	=ABS(A28)			
29	2213792.7	=A29	=(3*B28+2*B27+1*B26)/6	=ABS(C29-A29)	=ABS(A29)			
30	2154463.1	=A30	=(3*B29+2*B28+1*B27)/6	=ABS(C30-A30)	=ABS(A30)			
31	2219343.7	=A31	=(3*B30+2*B29+1*B28)/6	=ABS(C31-A31)	=ABS(A31)			
32	2209092	=A32	=(3*B31+2*B30+1*B29)/6	=ABS(C32-A32)	=ABS(A32)			
33	2320816.7	=A33	=(3*B32+2*B31+1*B30)/6	=ABS(C33-A33)	=ABS(A33)			
34	2230754.2	=A34	=(3*B33+2*B32+1*B31)/6	=ABS(C34-A34)	=ABS(A34)			
35	2300203.3	=A35	=(3*B34+2*B33+1*B32)/6	=ABS(C35-A35)	=ABS(A35)			
36	2260211.7	=A36	=(3*B35+2*B34+1*B33)/6	=ABS(C36-A36)	=ABS(A36)			
37	2310829.9	=A37	=(3*B36+2*B35+1*B34)/6	=ABS(C37-A37)	=ABS(A37)			
38	2138451.6	=A38	=(3*B37+2*B36+1*B35)/6	=ABS(C38-A38)	=ABS(A38)			
39	2186496.3	=A39	=(3*B38+2*B37+1*B36)/6	=ABS(C39-A39)	=ABS(A39)			
40	2182949.7	=A40	=(3*B39+2*B38+1*B37)/6	=ABS(C40-A40)	=ABS(A40)			
41	2279094.3	=A41	=(3*B40+2*B39+1*B38)/6	=ABS(C41-A41)	=ABS(A41)			
42	2175808.7	=C42	=(3*B41+2*B40+1*B39)/6	=ABS(C42-A42)	=ABS(A42)			
43	2256981.8	=C43	=(3*B42+2*B41+1*B40)/6	=ABS(C43-A43)	=ABS(A43)			
44	2253518.2	=C44	=(3*B43+2*B42+1*B41)/6	=ABS(C44-A44)	=ABS(A44)			
45	2343678.1	=C45	=(3*B44+2*B43+1*B42)/6	=ABS(C45-A45)	=ABS(A45)			
46	2261877.2	=C46	=(3*B45+2*B44+1*B43)/6	=ABS(C46-A46)	=ABS(A46)			
47	2323950.1	=C47	=(3*B46+2*B45+1*B44)/6	=ABS(C47-A47)	=ABS(A47)			
48	2312354.6	=C48	=(3*B47+2*B46+1*B45)/6	=ABS(C48-A48)	=ABS(A48)			
49	2379897.9	=C49	=(3*B48+2*B47+1*B46)/6	=ABS(C49-A49)	=ABS(A49)			
50	2293790.4	=C50	=(3*B49+2*B48+1*B47)/6	=ABS(C50-A50)	=ABS(A50)			
51	2332140.7	=C51	=(3*B50+2*B49+1*B48)/6	=ABS(C51-A51)	=ABS(A51)			
52	2321532.2	=C52	=(3*B51+2*B50+1*B49)/6	=ABS(C52-A52)	=ABS(A52)			
53	2388622	=C53	=(3*B52+2*B51+1*B50)/6	=ABS(C53-A53)	=ABS(A53)			
54	2288207.7	=C54	=(3*B53+2*B52+1*B51)/6	=ABS(C54-A54)	=ABS(A54)			
55	2359098.7	=C55	=(3*B54+2*B53+1*B52)/6	=ABS(C55-A55)	=ABS(A55)			

5 периодна претеглена пълзяща средна

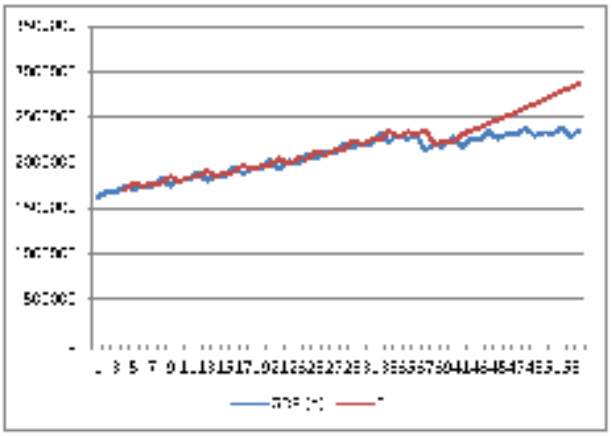
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	GDP (Y)	GDP (Y)	F	ABS(F-Y)	abs(Y)		r	R				
2	1623741	1623741					2.60%	3.85%				
3	1674124	1674124										
4	1668186	1668186										
5	1753313	1753313										
6	1702369	1702369										
7	1749765	1749765	1700109	49655.95	1749765							
8	1736910	1736910	1721916	14994.02	1736910							
9	1826559	1826559	1731035	95523.32	1826559							
10	1748912	1748912	1765852	16940.06	1748912							
11	1811425	1811425	1764228	47196.28	1811425							
12	1808645	1808645	1783735	24909.91	1808645							
13	1887166	1887166	1795046	92120.09	1887166							
14	1803609	1803609	1828604	24995.24	1803609							
15	1855294	1855294	1824294	31000.24	1855294							
16	1859034	1859034	1838741	20292.99	1859034							
17	1948387	1948387	1847343	101043.2	1948387							
18	1876265	1876265	1882556	6291.1	1876265							
19	1940820	1940820	1884411	56408.64	1940820							
20	1930165	1930165	1908512	21652.8	1930165							
21	2024536	2024536	1919914	104621.9	2024536							
22	1932716	1932716	1957781	25065.45	1932716							
23	2016937	2016937	1954008	62929.02	2016937							
24	1996841	1996841	1979354	17486.91	1996841							
25	2101630	2101630	1988622	113008.2	2101630							
26	2036407	2036407	2029086	7320.987	2036407							
27	2107505	2107505	2036378	71127.33	2107505							
28	2097705	2097705	2066578	31127.03	2097705							
29	2213793	2213793	2081858	131934.9	2213793							
30	2154463	2154463	2130449	24013.63	2154463							
31	2219344	2219344	2144801	74542.53	2219344							
32	2209092	2209092	2177258	31834.44	2209092							
33	2320817	2320817	2194101	126715.8	2320817							
34	2230754	2230754	2241413	10659.23	2230754							
35	2300203	2300203	2243831	56372.35	2300203							
36	2260212	2260212	2268267	8055.707	2260212							
37	2310830	2310830	2269657	41172.59	2310830							
38	2138452	2138452	2285195	146743.8	2138452							
39	2186496	2186496	2236492	49995.27	2186496							
40	2182950	2182950	2215960	33010.59	2182950							
41	2279094	2279094	2197197	81896.97	2279094							
42	2175809	2218299	2218299	42490.79	2175809							
43	2255982	2217878	2217878	38103.94	2255982							
44	2253518	2223484	2223484	30033.81	2253518							
45	2343678	2225665	2225665	118013.4	2343678							
46	2261677	2226106	2226106	35571.35	2261677							
47	2323950	2223846	2223846	100103.7	2323950							
48	2312355	2224366	2224366	87988.19	2312355							
49	2379898	2224690	2224690	155208	2379898							
50	2293790	2224689	2224689	69101.67	2293790							
51	2332141	2224607	2224607	107533.9	2332141							
52	2321532	2224563	2224563	96969.68	2321532							
53	2388622	2224603	2224603	164018.5	2388622							
54	2288208	2224610	2224610	63597.36	2288208							
55	2359099	2224604	2224604	134495	2359099							



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	GDP (Y)	GDP (Y)	F	ABS(F-Y)	abs(Y)		r	R
2	1623740.9	=A2					=SUM(D7:D41)/SUM(E7:E41)	=SUM(D42:D55)/SUM(E42:E55)
3	1674123.5	=A3						
4	1668185.8	=A4						
5	1753312.6	=A5						
6	1702369.2	=A6						
7	1749765.4	=A7	=(5*B6+4*B5+3*B4+2*B3+1*B2)/15	=ABS(C7-A7)	=ABS(A7)			
8	1736909.8	=A8	=(5*B7+4*B6+3*B5+2*B4+1*B3)/15	=ABS(C8-A8)	=ABS(A8)			
9	1826568.6	=A9	=(5*B8+4*B7+3*B6+2*B5+1*B4)/15	=ABS(C9-A9)	=ABS(A9)			
10	1748811.9	=A10	=(5*B9+4*B8+3*B7+2*B6+1*B5)/15	=ABS(C10-A10)	=ABS(A10)			
11	1811424.5	=A11	=(5*B10+4*B9+3*B8+2*B7+1*B6)/15	=ABS(C11-A11)	=ABS(A11)			
12	1808645.3	=A12	=(5*B11+4*B10+3*B9+2*B8+1*B7)/15	=ABS(C12-A12)	=ABS(A12)			
13	1887165.9	=A13	=(5*B12+4*B11+3*B10+2*B9+1*B8)/15	=ABS(C13-A13)	=ABS(A13)			
14	1803609.2	=A14	=(5*B13+4*B12+3*B11+2*B10+1*B9)/15	=ABS(C14-A14)	=ABS(A14)			
15	1855294	=A15	=(5*B14+4*B13+3*B12+2*B11+1*B10)/15	=ABS(C15-A15)	=ABS(A15)			
16	1859034.3	=A16	=(5*B15+4*B14+3*B13+2*B12+1*B11)/15	=ABS(C16-A16)	=ABS(A16)			
17	1948388.7	=A17	=(5*B16+4*B15+3*B14+2*B13+1*B12)/15	=ABS(C17-A17)	=ABS(A17)			
18	1876284.7	=A18	=(5*B17+4*B16+3*B15+2*B14+1*B13)/15	=ABS(C18-A18)	=ABS(A18)			
19	1940820	=A19	=(5*B18+4*B17+3*B16+2*B15+1*B14)/15	=ABS(C19-A19)	=ABS(A19)			
20	1990164.9	=A20	=(5*B19+4*B18+3*B17+2*B16+1*B15)/15	=ABS(C20-A20)	=ABS(A20)			
21	2024535.7	=A21	=(5*B20+4*B19+3*B18+2*B17+1*B16)/15	=ABS(C21-A21)	=ABS(A21)			
22	1932715.5	=A22	=(5*B21+4*B20+3*B19+2*B18+1*B17)/15	=ABS(C22-A22)	=ABS(A22)			
23	2016937	=A23	=(5*B22+4*B21+3*B20+2*B19+1*B18)/15	=ABS(C23-A23)	=ABS(A23)			
24	1898840.5	=A24	=(5*B23+4*B22+3*B21+2*B20+1*B19)/15	=ABS(C24-A24)	=ABS(A24)			
25	2101630.4	=A25	=(5*B24+4*B23+3*B22+2*B21+1*B20)/15	=ABS(C25-A25)	=ABS(A25)			
26	2036407.1	=A26	=(5*B25+4*B24+3*B23+2*B22+1*B21)/15	=ABS(C26-A26)	=ABS(A26)			
27	2107605.2	=A27	=(5*B26+4*B25+3*B24+2*B23+1*B22)/15	=ABS(C27-A27)	=ABS(A27)			
28	2097704.6	=A28	=(5*B27+4*B26+3*B25+2*B24+1*B23)/15	=ABS(C28-A28)	=ABS(A28)			
29	2213792.7	=A29	=(5*B28+4*B27+3*B26+2*B25+1*B24)/15	=ABS(C29-A29)	=ABS(A29)			
30	2164463.1	=A30	=(5*B29+4*B28+3*B27+2*B26+1*B25)/15	=ABS(C30-A30)	=ABS(A30)			
31	2219343.7	=A31	=(5*B30+4*B29+3*B28+2*B27+1*B26)/15	=ABS(C31-A31)	=ABS(A31)			
32	2209092	=A32	=(5*B31+4*B30+3*B29+2*B28+1*B27)/15	=ABS(C32-A32)	=ABS(A32)			
33	2320816.7	=A33	=(5*B32+4*B31+3*B30+2*B29+1*B28)/15	=ABS(C33-A33)	=ABS(A33)			
34	2290754.2	=A34	=(5*B33+4*B32+3*B31+2*B30+1*B29)/15	=ABS(C34-A34)	=ABS(A34)			
35	2300203.3	=A35	=(5*B34+4*B33+3*B32+2*B31+1*B30)/15	=ABS(C35-A35)	=ABS(A35)			
36	2269211.7	=A36	=(5*B35+4*B34+3*B33+2*B32+1*B31)/15	=ABS(C36-A36)	=ABS(A36)			
37	2310829.9	=A37	=(5*B36+4*B35+3*B34+2*B33+1*B32)/15	=ABS(C37-A37)	=ABS(A37)			
38	2138451.6	=A38	=(5*B37+4*B36+3*B35+2*B34+1*B33)/15	=ABS(C38-A38)	=ABS(A38)			
39	2186496.3	=A39	=(5*B38+4*B37+3*B36+2*B35+1*B34)/15	=ABS(C39-A39)	=ABS(A39)			
40	2182949.7	=A40	=(5*B39+4*B38+3*B37+2*B36+1*B35)/15	=ABS(C40-A40)	=ABS(A40)			
41	2279094.3	=A41	=(5*B40+4*B39+3*B38+2*B37+1*B36)/15	=ABS(C41-A41)	=ABS(A41)			
42	2175808.7	=C42	=(5*B41+4*B40+3*B39+2*B38+1*B37)/15	=ABS(C42-A42)	=ABS(A42)			
43	2255981.8	=C43	=(5*B42+4*B41+3*B40+2*B39+1*B38)/15	=ABS(C43-A43)	=ABS(A43)			
44	2253518.2	=C44	=(5*B43+4*B42+3*B41+2*B40+1*B39)/15	=ABS(C44-A44)	=ABS(A44)			
45	2343678.1	=C45	=(5*B44+4*B43+3*B42+2*B41+1*B40)/15	=ABS(C45-A45)	=ABS(A45)			
46	2281877.2	=C46	=(5*B45+4*B44+3*B43+2*B42+1*B41)/15	=ABS(C46-A46)	=ABS(A46)			
47	2323950.1	=C47	=(5*B46+4*B45+3*B44+2*B43+1*B42)/15	=ABS(C47-A47)	=ABS(A47)			
48	2312364.6	=C48	=(5*B47+4*B46+3*B45+2*B44+1*B43)/15	=ABS(C48-A48)	=ABS(A48)			
49	2378897.9	=C49	=(5*B48+4*B47+3*B46+2*B45+1*B44)/15	=ABS(C49-A49)	=ABS(A49)			
50	2293790.4	=C50	=(5*B49+4*B48+3*B47+2*B46+1*B45)/15	=ABS(C50-A50)	=ABS(A50)			
51	2332140.7	=C51	=(5*B50+4*B49+3*B48+2*B47+1*B46)/15	=ABS(C51-A51)	=ABS(A51)			
52	2321532.2	=C52	=(5*B51+4*B50+3*B49+2*B48+1*B47)/15	=ABS(C52-A52)	=ABS(A52)			
53	2388822	=C53	=(5*B52+4*B51+3*B50+2*B49+1*B48)/15	=ABS(C53-A53)	=ABS(A53)			
54	2298207.7	=C54	=(5*B53+4*B52+3*B51+2*B50+1*B49)/15	=ABS(C54-A54)	=ABS(A54)			
55	2359098.7	=C55	=(5*B54+4*B53+3*B52+2*B51+1*B50)/15	=ABS(C55-A55)	=ABS(A55)			

8. Перевод на экспоненциальную подготовку среды

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]		t	tt	A			
2	1523741	1625740.9					2.768	12.3735	0.538062			
3	1574124	1674.28.5										
4	[illegible]	[illegible]										
5	1739819	1758418.6	1701741.819	31071.28067	1758415							
6	1702560	1702260.2	1774057.6	72568.40907	1702260							
7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
8	1746910	1736908.8	1776951.208	41431.40705	1736913							
9	1826560	1826558.6	77205.522	33527.27905	1826560							
10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
11	1611425	1611424.5	1794923.849	18495.8571	1611425							
12	1808645	1808645.3	880390.561	20705.06149	1808645							
13	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
14	1803809	1805009.2	1912514.711	105905.5114	1805009							
15	1855204	1855204	1881907.02	2886.360365	1855204							
16	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
17	1948587	1948589.7	1954549.26	5834.8403	1948587							
18	1876265	1876264.7	1733061.28	668.7.8041	1876265							
19	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
20	1940105	1930104.9	1970910.546	40740.4503	1930105							
21	2024536	2024535.7	960477.476	65068.22402	2024536							
22	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
23	2010937	2010937	1954084.426	42502.27449	2010937							
24	1906841	1906840.5	2043770.264	48020.58807	1906841							
25	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
26	2036407	2036407.1	2127590.95	90969.24991	2036407							
27	2107505	2107505.2	2088874.164	215.1.01565	2107505							
28	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
29	2213795	2213795.7	2140122.202	73670.49506	2213795							
30	2154463	2154463.1	2280774.225	85211.1552	2154465							
31	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
32	2209092	2209092	2224754.571	45842.27149	2209092							
33	2220817	2220815.7	2252052.248	66864.65165	2220817							
34	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
35	2202205	2202205.3	2254044.031	12100.24579	2202205							
36	2260212	2260211.7	2357102.187	76800.48706	2260212							
37	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
38	2136452	2136451.6	2269950.827	211394.7274	2136452							
39	2186406	2186406.3	2220454.1.2	21057.81.9	2186406							
40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
41	2279094	2279094.9	2220583.401	22038.39945	2279094							
42	2175800	2800407.08	2800407.08	35680.2805	2175800							
43	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
44	2239018	2359447.446	2359447.446	130829.2539	2359316							
45	2343678	2460257.646	2460257.646	66579.54621	2343678							
46	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
47	2529930	2514050.196	2514050.196	190050.266	2429953							
48	25 2535	2557003.426	2557003.426	244646.8558	2312355							
49	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
50	2293790	2345147.47	2345147.47	451457.0702	2293790							
51	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
52	2521342	2750352.105	2750352.105	414799.905	2421332							
53	2568622	2782036.404	2782036.404	2044794.4042	2288622							
54	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]							
55	2539269	2879050.206	2879050.206	319937.8029	2459099							

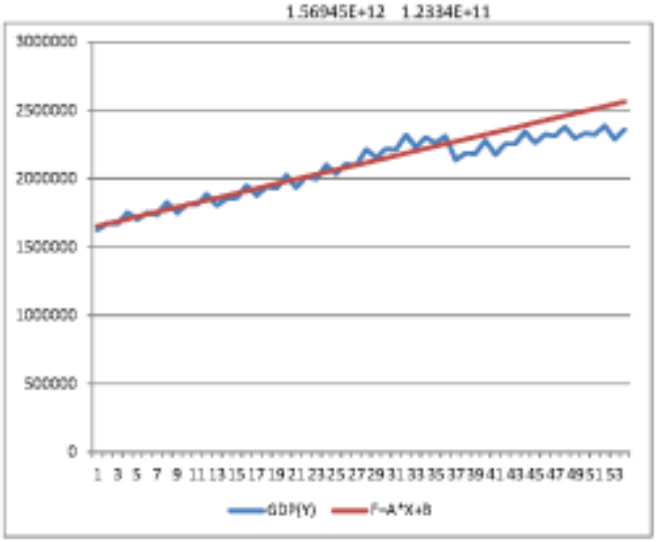


	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	GDP (Y)	GDP (Y)	I	ABS(I-Y)	ABS(Y)		I	S	A
2	1625740.9	=A2					=SUM(D5:D41)/SUM(E5:E41)	=SUM(D42:D55)/SUM(E42:E55)	0.858063556334338
3	1674123.5	=A3							
4	1668165.8	=A4							
5	1753512.6	=A5	=$S$2*B4+(1-$S$2)*C3+(1-$S$2)^2*D2	=ABS(A5-C5)	=ABS(A5)			state: 1	0.858063556334338
6	1702369.2	=A6	=$S$2*B5+(1-$S$2)*C4+(1-$S$2)^2*D3	=ABS(A6-C6)	=ABS(A6)				
7	1749765.4	=A7	=$S$2*B6+(1-$S$2)*C5+(1-$S$2)^2*D4	=ABS(A7-C7)	=ABS(A7)				
8	1736909.8	=A8	=$S$2*B7+(1-$S$2)*C6+(1-$S$2)^2*D5	=ABS(A8-C8)	=ABS(A8)				
9	1826658.6	=A9	=$S$2*B8+(1-$S$2)*C7+(1-$S$2)^2*D6	=ABS(A9-C9)	=ABS(A9)				
10	1748811.8	=A10	=$S$2*B9+(1-$S$2)*C8+(1-$S$2)^2*D7	=ABS(A10-C10)	=ABS(A10)				
11	1811424.5	=A11	=$S$2*B10+(1-$S$2)*C9+(1-$S$2)^2*D8	=ABS(A11-C11)	=ABS(A11)				
12	1806645.3	=A12	=$S$2*B11+(1-$S$2)*C10+(1-$S$2)^2*D9	=ABS(A12-C12)	=ABS(A12)				
13	1867165.9	=A13	=$S$2*B12+(1-$S$2)*C11+(1-$S$2)^2*D10	=ABS(A13-C13)	=ABS(A13)				
14	1802609.2	=A14	=$S$2*B13+(1-$S$2)*C12+(1-$S$2)^2*D11	=ABS(A14-C14)	=ABS(A14)				
15	1855294	=A15	=$S$2*B14+(1-$S$2)*C13+(1-$S$2)^2*D12	=ABS(A15-C15)	=ABS(A15)				
16	1850834.3	=A16	=$S$2*B15+(1-$S$2)*C14+(1-$S$2)^2*D13	=ABS(A16-C16)	=ABS(A16)				
17	1948386.7	=A17	=$S$2*B16+(1-$S$2)*C15+(1-$S$2)^2*D14	=ABS(A17-C17)	=ABS(A17)				
18	1876264.7	=A18	=$S$2*B17+(1-$S$2)*C16+(1-$S$2)^2*D15	=ABS(A18-C18)	=ABS(A18)				
19	1940820	=A19	=$S$2*B18+(1-$S$2)*C17+(1-$S$2)^2*D16	=ABS(A19-C19)	=ABS(A19)				
20	1950164.9	=A20	=$S$2*B19+(1-$S$2)*C18+(1-$S$2)^2*D17	=ABS(A20-C20)	=ABS(A20)				
21	2024536.7	=A21	=$S$2*B20+(1-$S$2)*C19+(1-$S$2)^2*D18	=ABS(A21-C21)	=ABS(A21)				
22	1952715.5	=A22	=$S$2*B21+(1-$S$2)*C20+(1-$S$2)^2*D19	=ABS(A22-C22)	=ABS(A22)				
23	2016087	=A23	=$S$2*B22+(1-$S$2)*C21+(1-$S$2)^2*D20	=ABS(A23-C23)	=ABS(A23)				
24	1966840.5	=A24	=$S$2*B23+(1-$S$2)*C22+(1-$S$2)^2*D21	=ABS(A24-C24)	=ABS(A24)				
25	2101630.8	=A25	=$S$2*B24+(1-$S$2)*C23+(1-$S$2)^2*D22	=ABS(A25-C25)	=ABS(A25)				
26	2056407.1	=A26	=$S$2*B25+(1-$S$2)*C24+(1-$S$2)^2*D23	=ABS(A26-C26)	=ABS(A26)				
27	2107505.2	=A27	=$S$2*B26+(1-$S$2)*C25+(1-$S$2)^2*D24	=ABS(A27-C27)	=ABS(A27)				
28	2097704.6	=A28	=$S$2*B27+(1-$S$2)*C26+(1-$S$2)^2*D25	=ABS(A28-C28)	=ABS(A28)				
29	2215702.7	=A29	=$S$2*B28+(1-$S$2)*C27+(1-$S$2)^2*D26	=ABS(A29-C29)	=ABS(A29)				
30	2154468.1	=A30	=$S$2*B29+(1-$S$2)*C28+(1-$S$2)^2*D27	=ABS(A30-C30)	=ABS(A30)				
31	2219043.7	=A31	=$S$2*B30+(1-$S$2)*C29+(1-$S$2)^2*D28	=ABS(A31-C31)	=ABS(A31)				
32	2206092	=A32	=$S$2*B31+(1-$S$2)*C30+(1-$S$2)^2*D29	=ABS(A32-C32)	=ABS(A32)				
33	2320916.7	=A33	=$S$2*B32+(1-$S$2)*C31+(1-$S$2)^2*D30	=ABS(A33-C33)	=ABS(A33)				
34	2230754.2	=A34	=$S$2*B33+(1-$S$2)*C32+(1-$S$2)^2*D31	=ABS(A34-C34)	=ABS(A34)				
35	2300203.5	=A35	=$S$2*B34+(1-$S$2)*C33+(1-$S$2)^2*D32	=ABS(A35-C35)	=ABS(A35)				
36	2260211.7	=A36	=$S$2*B35+(1-$S$2)*C34+(1-$S$2)^2*D33	=ABS(A36-C36)	=ABS(A36)				
37	2310829.9	=A37	=$S$2*B36+(1-$S$2)*C35+(1-$S$2)^2*D34	=ABS(A37-C37)	=ABS(A37)				
38	2138451.8	=A38	=$S$2*B37+(1-$S$2)*C36+(1-$S$2)^2*D35	=ABS(A38-C38)	=ABS(A38)				
39	2186406.3	=A39	=$S$2*B38+(1-$S$2)*C37+(1-$S$2)^2*D36	=ABS(A39-C39)	=ABS(A39)				
40	2102949.7	=A40	=$S$2*B39+(1-$S$2)*C38+(1-$S$2)^2*D37	=ABS(A40-C40)	=ABS(A40)				
41	2270084.3	=A41	=$S$2*B40+(1-$S$2)*C39+(1-$S$2)^2*D38	=ABS(A41-C41)	=ABS(A41)				
42	2175606.7	=C42	=$S$2*B41+(1-$S$2)*C40+(1-$S$2)^2*D39	=ABS(A42-C42)	=ABS(A42)				
43	2255881.6	=C43	=$S$2*B42+(1-$S$2)*C41+(1-$S$2)^2*D40	=ABS(A43-C43)	=ABS(A43)				
44	2253518.2	=C44	=$S$2*B43+(1-$S$2)*C42+(1-$S$2)^2*D41	=ABS(A44-C44)	=ABS(A44)				
45	2343678.1	=C45	=$S$2*B44+(1-$S$2)*C43+(1-$S$2)^2*D42	=ABS(A45-C45)	=ABS(A45)				
46	2261631.2	=C46	=$S$2*B45+(1-$S$2)*C44+(1-$S$2)^2*D43	=ABS(A46-C46)	=ABS(A46)				
47	2323660.1	=C47	=$S$2*B46+(1-$S$2)*C45+(1-$S$2)^2*D44	=ABS(A47-C47)	=ABS(A47)				
48	2312354.6	=C48	=$S$2*B47+(1-$S$2)*C46+(1-$S$2)^2*D45	=ABS(A48-C48)	=ABS(A48)				
49	2370880.9	=C49	=$S$2*B48+(1-$S$2)*C47+(1-$S$2)^2*D46	=ABS(A49-C49)	=ABS(A49)				
50	2293780.4	=C50	=$S$2*B49+(1-$S$2)*C48+(1-$S$2)^2*D47	=ABS(A50-C50)	=ABS(A50)				
51	2332140.7	=C51	=$S$2*B50+(1-$S$2)*C49+(1-$S$2)^2*D48	=ABS(A51-C51)	=ABS(A51)				
52	2321532.2	=C52	=$S$2*B51+(1-$S$2)*C50+(1-$S$2)^2*D49	=ABS(A52-C52)	=ABS(A52)				
53	2366622	=C53	=$S$2*B52+(1-$S$2)*C51+(1-$S$2)^2*D50	=ABS(A53-C53)	=ABS(A53)				
54	2288207.7	=C54	=$S$2*B53+(1-$S$2)*C52+(1-$S$2)^2*D51	=ABS(A54-C54)	=ABS(A54)				
55	2356006.7	=C55	=$S$2*B54+(1-$S$2)*C53+(1-$S$2)^2*D52	=ABS(A55-C55)	=ABS(A55)				



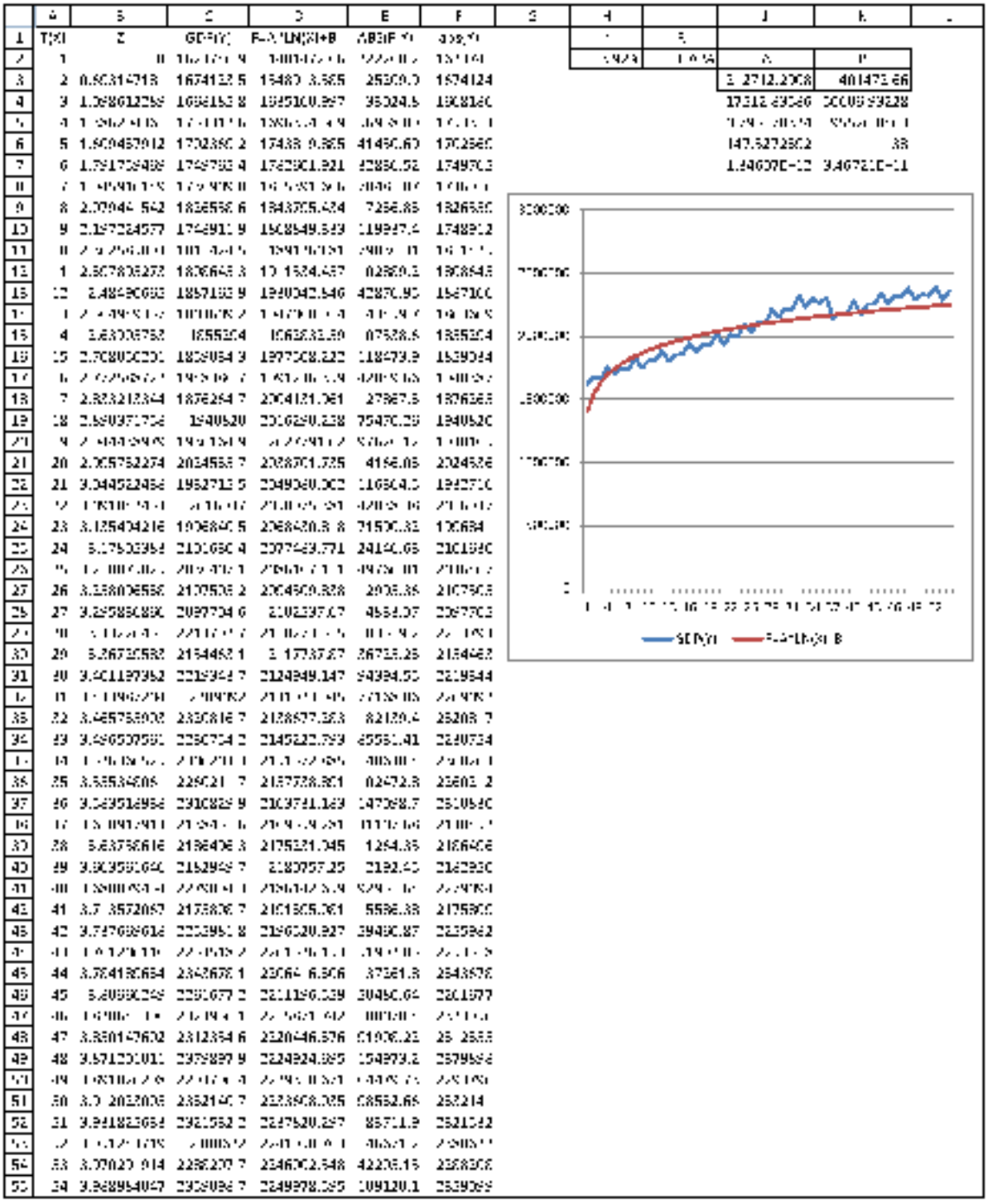
Линейна времева прогнозираща функция

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	T(X)	GDP(Y)	F=A*X+B	ABS(Y-F)	Abs (Y)		r	R				
2	1	1623740.9	1653522	29781	1623741		2.21%	6.29%	A	B		
3	2	1674123.5	1670682	3442	1674124				17159.71929	1636362.31		
4	3	1668185.8	1687841	19656	1668186				780.3725489	18359.4978		
5	4	1753312.6	1705001	48311	1753313				0.927136367	56972.5408		
6	5	1702369.2	1722161	19792	1702369				483.5221685	38		
7	6	1749765.4	1739321	10445	1749765				1.56945E+12	1.2334E+11		
8	7	1736909.8	1756480	19571	1736910							
9	8	1826558.6	1773640	52919	1826559							
10	9	1748911.9	1790800	41888	1748912							
11	10	1811424.5	1807960	3465	1811425							
12	11	1808645.3	1825119	16474	1808645							
13	12	1887165.9	1842279	44887	1887166							
14	13	1803609.2	1859439	55829	1803609							
15	14	1855294	1876598	21304	1855294							
16	15	1859034.3	1893758	34724	1859034							
17	16	1948386.7	1910918	37469	1948387							
18	17	1876264.7	1928078	51813	1876265							
19	18	1940820	1945237	4417	1940820							
20	19	1930164.9	1962397	32232	1930165							
21	20	2024535.7	1979557	44979	2024536							
22	21	1932715.5	1996716	64001	1932716							
23	22	2016937	2013876	3061	2016937							
24	23	1996840.5	2031036	34195	1996841							
25	24	2101630.4	2048196	53435	2101630							
26	25	2036407.1	2065355	28948	2036407							
27	26	2107505.2	2082515	24990	2107505							
28	27	2097704.6	2099675	1970	2097705							
29	28	2213792.7	2116834	96958	2213793							
30	29	2154463.1	2133994	20469	2154463							
31	30	2219343.7	2151154	68190	2219344							
32	31	2209092	2168314	40778	2209092							
33	32	2320816.7	2185473	135343	2320817							
34	33	2230754.2	2202633	28121	2230754							
35	34	2300203.3	2219793	80411	2300203							
36	35	2260211.7	2236952	23259	2260212							
37	36	2310829.9	2254112	56718	2310830							
38	37	2138451.6	2271272	132820	2138452							
39	38	2186496.3	2288432	101935	2186496							
40	39	2182949.7	2305591	122642	2182950							
41	40	2279094.3	2322751	43657	2279094							
42	41	2175808.7	2339911	164102	2175809							
43	42	2255981.8	2357071	101089	2255982							
44	43	2253518.2	2374230	120712	2253518							
45	44	2343678.1	2391390	47712	2343678							
46	45	2261677.2	2408550	146872	2261677							
47	46	2323950.1	2425709	101759	2323950							
48	47	2312354.6	2442869	130515	2312355							
49	48	2379897.9	2460029	80131	2379898							
50	49	2293790.4	2477189	183398	2293790							
51	50	2332140.7	2494348	162208	2332141							
52	51	2321532.2	2511508	189976	2321532							
53	52	2388622	2528668	140046	2388622							
54	53	2288207.7	2545827	257620	2288208							
55	54	2359098.7	2562987	203888	2359099							



	G	H	I	Y	I		G	I
1	[3]	[3]	[7]	[7]	[7]			
2		6207	=SUM(D2:D4)/SUM(E2:E4)	=SUM(D2:D5)/SUM(E2:E5)				
3	2	1874123						
4	3	1868185						
5	4	1855312						
6	5	7022693					A	B
7	6	748705					=LINEST(B2:B4,A2:A4,TRUE,TRUE)	=LINEST(B2:B4,A2:A4,TRUE,TRUE)
8	7	1798309					=LINEST(B2:B4,A2:A4,TRUE,TRUE)	=LINEST(B2:B4,A2:A4,TRUE,TRUE)
9	8	1855616					=LINEST(B2:B4,A2:A4,TRUE,TRUE)	=LINEST(B2:B4,A2:A4,TRUE,TRUE)
10	9	748911						
11	10	8 1424						
12	11	1868945						
13	12	1881765						
14	13	1853389						
15	14	806284						
16	15	1859284						
17	16	1948389						
18	17	1863284						
19	18	840820						
20	19	830164						
21	20	2024585						
22	21	1892155						
23	22	1816585						
24	23	8503-0						
25	24	2101893						
26	25	2028407						
27	26	1857385						
28	27	2057704						
29	28	22 0782						
30	29	2154483						
31	30	1918575						
32	31	1903642						
33	32	2020819						
34	33	2290754						
35	34	2903203						
36	35	1948211						
37	36	20 0829						
38	37	2138401						
39	38	2168408						
40	39	1882973						
41	40	1918644						
42	41	2170808						
43	42	2255981						
44	43	2253513						
45	44	1943571						
46	45	2261977						
47	46	2323951						
48	47	2312354						
49	48	1928188						
50	49	2290780						
51	50	20321-0						
52	51	2321592						
53	52	1918922						
54	53	1918282						
55	54	2008388						

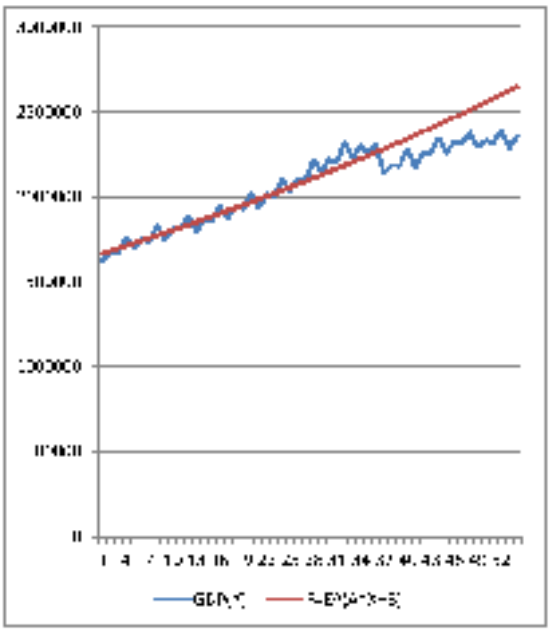
Логаритмична времева прогнозираща функция

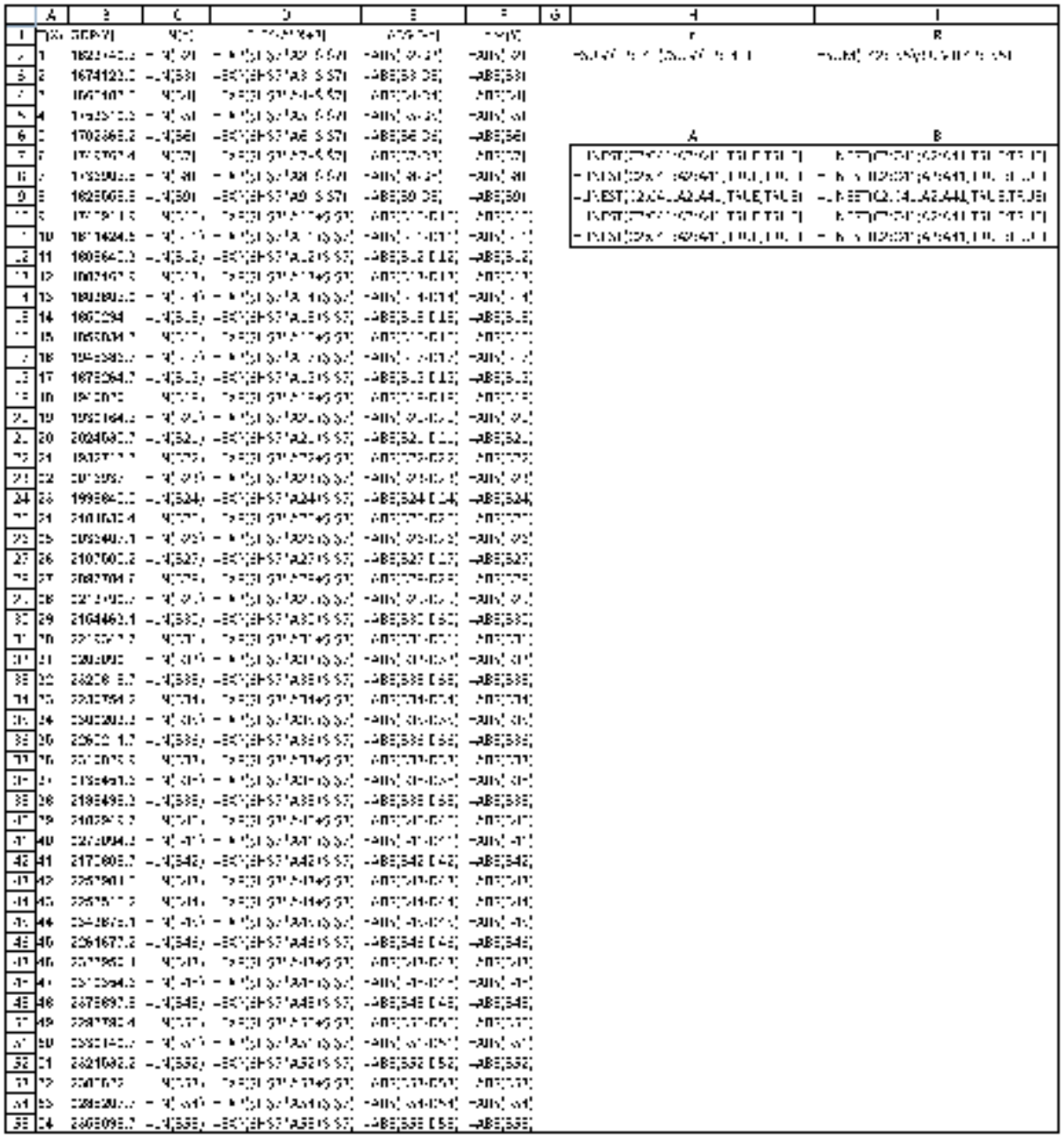


	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	T(X)	Z	GDP(Y)	F=A*LN(X)+B	ABS(F-Y)	abs(Y)		r	R
2	1	=LN(A2)	1623740.9	=$H$7*LN(A2)+$I$7	=ABS(C2-D2)	=ABS(C2)		=SUM(E2:E41)/SUM(F2:F41)	=SUM(E42:E55)/SUM(F42:F55)
3	2	=LN(A3)	1674123.5	=$H$7*LN(A3)+$I$7	=ABS(C3-D3)	=ABS(C3)			
4	3	=LN(A4)	1668185.8	=$H$7*LN(A4)+$I$7	=ABS(C4-D4)	=ABS(C4)			
5	4	=LN(A5)	1753312.6	=$H$7*LN(A5)+$I$7	=ABS(C5-D5)	=ABS(C5)			
6	5	=LN(A6)	1702389.2	=$H$7*LN(A6)+$I$7	=ABS(C6-D6)	=ABS(C6)		A	B
7	6	=LN(A7)	1748765.4	=$H$7*LN(A7)+$I$7	=ABS(C7-D7)	=ABS(C7)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
8	7	=LN(A8)	1736909.8	=$H$7*LN(A8)+$I$7	=ABS(C8-D8)	=ABS(C8)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
9	8	=LN(A9)	1826558.6	=$H$7*LN(A9)+$I$7	=ABS(C9-D9)	=ABS(C9)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
10	9	=LN(A10)	1748911.9	=$H$7*LN(A10)+$I$7	=ABS(C10-D10)	=ABS(C10)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
11	10	=LN(A11)	1811424.5	=$H$7*LN(A11)+$I$7	=ABS(C11-D11)	=ABS(C11)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
12	11	=LN(A12)	1808645.3	=$H$7*LN(A12)+$I$7	=ABS(C12-D12)	=ABS(C12)			
13	12	=LN(A13)	1887165.9	=$H$7*LN(A13)+$I$7	=ABS(C13-D13)	=ABS(C13)			
14	13	=LN(A14)	1803609.2	=$H$7*LN(A14)+$I$7	=ABS(C14-D14)	=ABS(C14)			
15	14	=LN(A15)	1855284	=$H$7*LN(A15)+$I$7	=ABS(C15-D15)	=ABS(C15)			
16	15	=LN(A16)	1859034.3	=$H$7*LN(A16)+$I$7	=ABS(C16-D16)	=ABS(C16)			
17	16	=LN(A17)	1948386.7	=$H$7*LN(A17)+$I$7	=ABS(C17-D17)	=ABS(C17)			
18	17	=LN(A18)	1876264.7	=$H$7*LN(A18)+$I$7	=ABS(C18-D18)	=ABS(C18)			
19	18	=LN(A19)	1940820	=$H$7*LN(A19)+$I$7	=ABS(C19-D19)	=ABS(C19)			
20	19	=LN(A20)	1930164.9	=$H$7*LN(A20)+$I$7	=ABS(C20-D20)	=ABS(C20)			
21	20	=LN(A21)	2024535.7	=$H$7*LN(A21)+$I$7	=ABS(C21-D21)	=ABS(C21)			
22	21	=LN(A22)	1932715.5	=$H$7*LN(A22)+$I$7	=ABS(C22-D22)	=ABS(C22)			
23	22	=LN(A23)	2016937	=$H$7*LN(A23)+$I$7	=ABS(C23-D23)	=ABS(C23)			
24	23	=LN(A24)	1996840.5	=$H$7*LN(A24)+$I$7	=ABS(C24-D24)	=ABS(C24)			
25	24	=LN(A25)	2101630.4	=$H$7*LN(A25)+$I$7	=ABS(C25-D25)	=ABS(C25)			
26	25	=LN(A26)	2036407.1	=$H$7*LN(A26)+$I$7	=ABS(C26-D26)	=ABS(C26)			
27	26	=LN(A27)	2107605.2	=$H$7*LN(A27)+$I$7	=ABS(C27-D27)	=ABS(C27)			
28	27	=LN(A28)	2087704.8	=$H$7*LN(A28)+$I$7	=ABS(C28-D28)	=ABS(C28)			
29	28	=LN(A29)	2213792.7	=$H$7*LN(A29)+$I$7	=ABS(C29-D29)	=ABS(C29)			
30	29	=LN(A30)	2154463.1	=$H$7*LN(A30)+$I$7	=ABS(C30-D30)	=ABS(C30)			
31	30	=LN(A31)	2219343.7	=$H$7*LN(A31)+$I$7	=ABS(C31-D31)	=ABS(C31)			
32	31	=LN(A32)	2208092	=$H$7*LN(A32)+$I$7	=ABS(C32-D32)	=ABS(C32)			
33	32	=LN(A33)	2320816.7	=$H$7*LN(A33)+$I$7	=ABS(C33-D33)	=ABS(C33)			
34	33	=LN(A34)	2230754.2	=$H$7*LN(A34)+$I$7	=ABS(C34-D34)	=ABS(C34)			
35	34	=LN(A35)	2300203.3	=$H$7*LN(A35)+$I$7	=ABS(C35-D35)	=ABS(C35)			
36	35	=LN(A36)	2260211.7	=$H$7*LN(A36)+$I$7	=ABS(C36-D36)	=ABS(C36)			
37	36	=LN(A37)	2310829.9	=$H$7*LN(A37)+$I$7	=ABS(C37-D37)	=ABS(C37)			
38	37	=LN(A38)	2138451.6	=$H$7*LN(A38)+$I$7	=ABS(C38-D38)	=ABS(C38)			
39	38	=LN(A39)	2186486.3	=$H$7*LN(A39)+$I$7	=ABS(C39-D39)	=ABS(C39)			
40	39	=LN(A40)	2182948.7	=$H$7*LN(A40)+$I$7	=ABS(C40-D40)	=ABS(C40)			
41	40	=LN(A41)	2279094.3	=$H$7*LN(A41)+$I$7	=ABS(C41-D41)	=ABS(C41)			
42	41	=LN(A42)	2175808.7	=$H$7*LN(A42)+$I$7	=ABS(C42-D42)	=ABS(C42)			
43	42	=LN(A43)	2255981.8	=$H$7*LN(A43)+$I$7	=ABS(C43-D43)	=ABS(C43)			
44	43	=LN(A44)	2263618.2	=$H$7*LN(A44)+$I$7	=ABS(C44-D44)	=ABS(C44)			
45	44	=LN(A45)	2343678.1	=$H$7*LN(A45)+$I$7	=ABS(C45-D45)	=ABS(C45)			
46	45	=LN(A46)	2261677.2	=$H$7*LN(A46)+$I$7	=ABS(C46-D46)	=ABS(C46)			
47	46	=LN(A47)	2323950.1	=$H$7*LN(A47)+$I$7	=ABS(C47-D47)	=ABS(C47)			
48	47	=LN(A48)	2312354.6	=$H$7*LN(A48)+$I$7	=ABS(C48-D48)	=ABS(C48)			
49	48	=LN(A49)	2370897.9	=$H$7*LN(A49)+$I$7	=ABS(C49-D49)	=ABS(C49)			
50	49	=LN(A50)	2293790.4	=$H$7*LN(A50)+$I$7	=ABS(C50-D50)	=ABS(C50)			
51	50	=LN(A51)	2332140.7	=$H$7*LN(A51)+$I$7	=ABS(C51-D51)	=ABS(C51)			
52	51	=LN(A52)	2321532.2	=$H$7*LN(A52)+$I$7	=ABS(C52-D52)	=ABS(C52)			
53	52	=LN(A53)	2388822	=$H$7*LN(A53)+$I$7	=ABS(C53-D53)	=ABS(C53)			
54	53	=LN(A54)	2288207.7	=$H$7*LN(A54)+$I$7	=ABS(C54-D54)	=ABS(C54)			
55	54	=LN(A55)	2359098.7	=$H$7*LN(A55)+$I$7	=ABS(C55-D55)	=ABS(C55)			

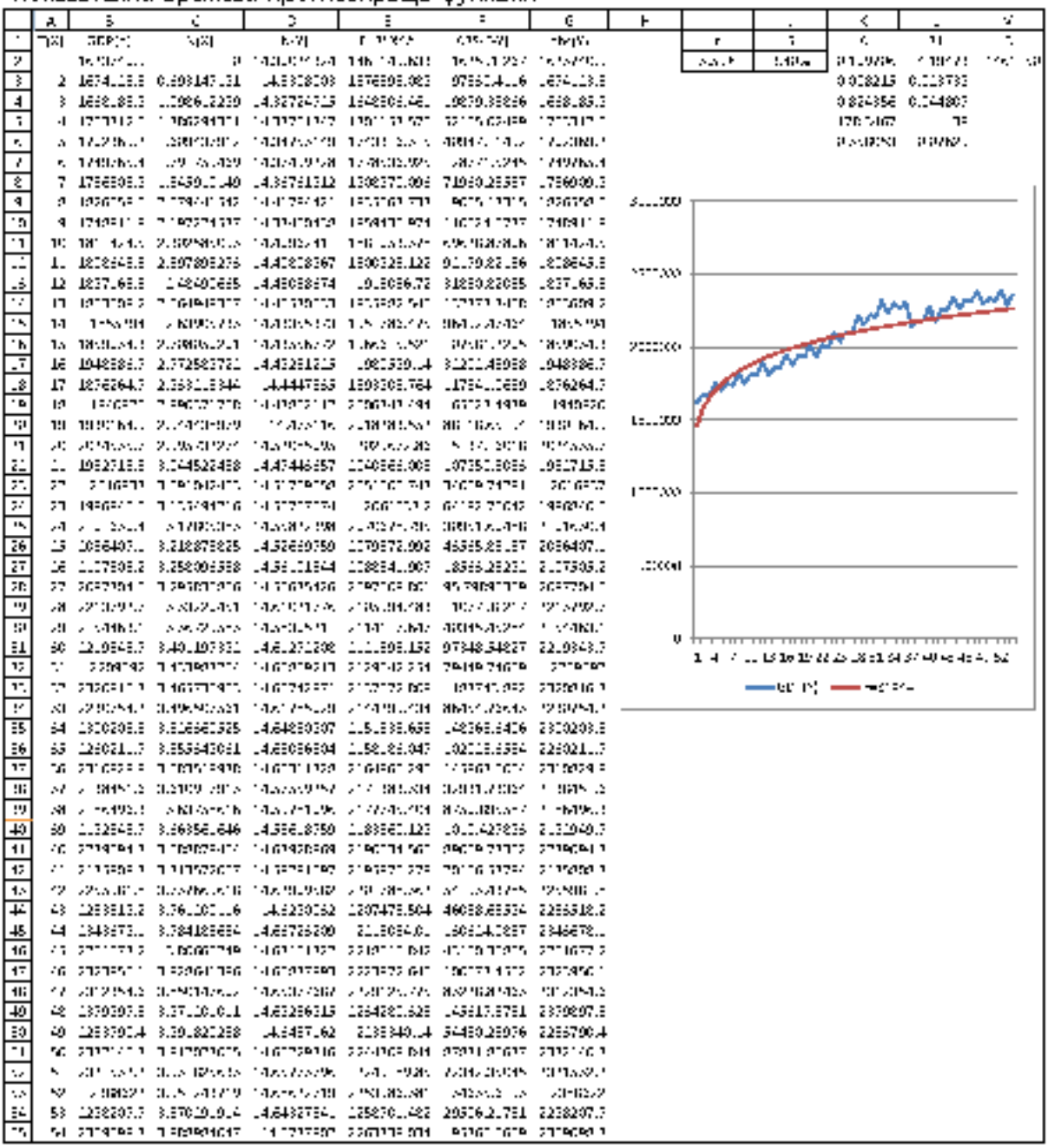
Експоненциална времева прогнозираща функция

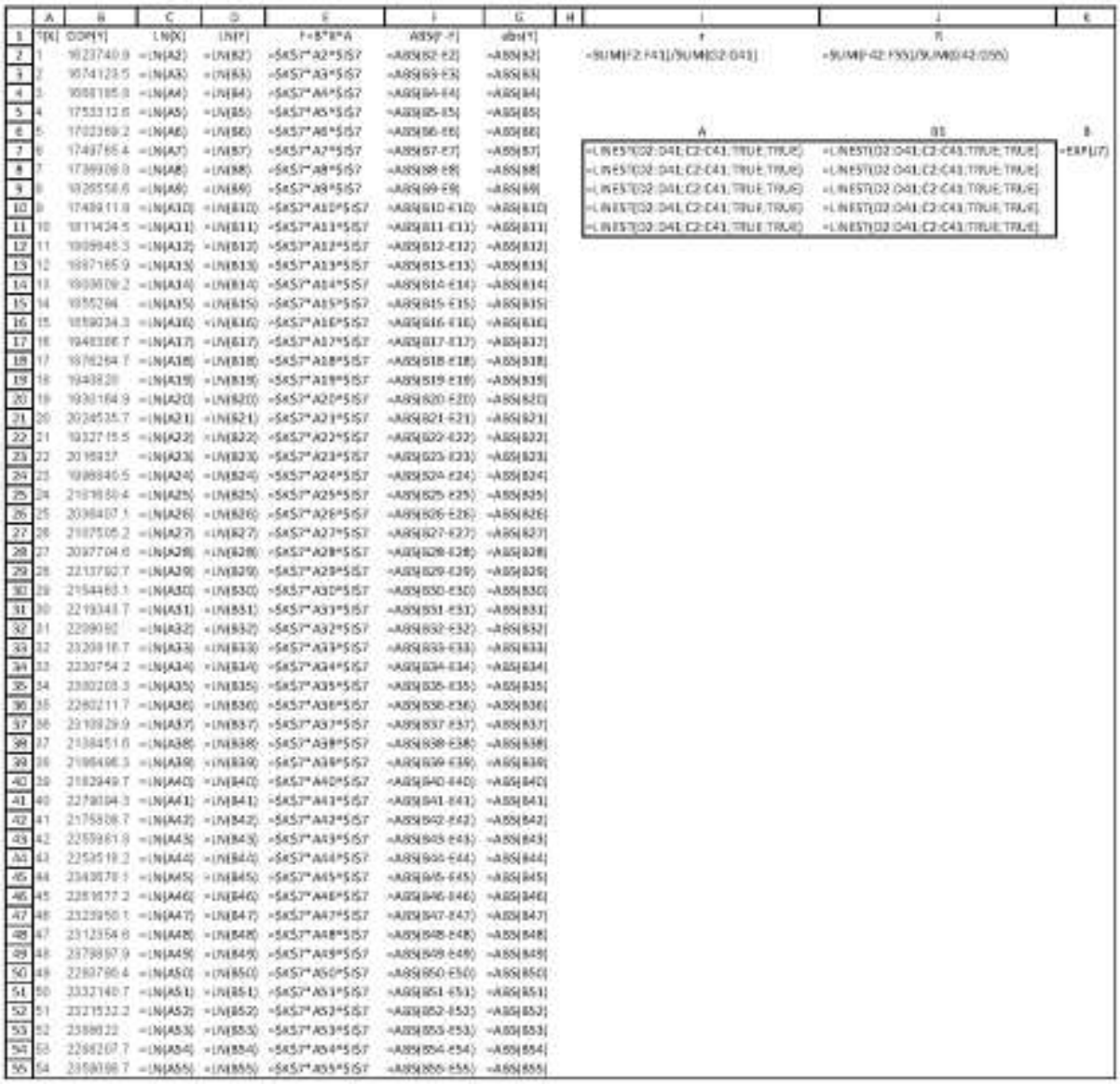
	A	B	C	D	E	F	G	I	J		K	L
1	T(X)	G(F(Y))	LN(Y)	=EXP(A*X+B)	ABS(F-Y)	e.x(Y)		r	R			
2	1	1623741	14.300024	1663906.882	44665.9821	1623740.8		0.26%	6.53%	A	B	
3	2	1674124	14.3109	1695200.559	907.0598	1674123.5				0.0030	14.31e+9	
4	3	1668186	14.32725	1697821.962	29716.1211	1668186.9				0.0030	0.00	
5	4	1710011	14.33702	1716772.041	40.40.55e+	1710012.6				0.0030	0.00	
6	5	1707157	14.3751	1727752.37	25052.8364	1702997.2				500.0556	16	
7	6	1744755	14.37419	1742663.057	5707.1753	1737048.4				0.0030	0.00	
8	7	1726910	14.38242	1758104.221	21.08.2.5	1715.99.8						
9	8	1736559	14.4154	1773757.723	50075.857	1825559.6						
10	9	1742812	14.3745	1766888.7	40061.3001	1743011.8						
11	10	1811425	14.40662	1804640.387	6784.16258	1811424.5						
12	11	1808648	14.40608	1820423.32	11778.5304	1808648.3						
13	12	1ee7156	14.4501.9	1835e4.1047	50e20.5511	1857161.9						
14	13	1e40e39	14.4e.0	1854e06.124	4e790.824	1865e39.2						
15	14	1e.0294	14.4e1.5	1869e07.009	1e110.e36.	185.294						
16	15	1870031	4.7.3.7	887.790.112	29915.3.3	851.04.1						
17	16	1848167	4.7.8.51	901.704.1.11	730.50.5.0	848.86.7						
18	17	1838253	4.7.479	916.844.253	71501.559.	875.264.7						
19	18	1940820	14.47862	1834341.763	5978.28151	1940820.						
20	19	1830165	14.47312	1851764.031	21868.1307	1830164.8						
21	20	2024536	14.52065	1863304.286	55701.4644	2024535.7						
22	21	1912710	14.4.444	1880.1.758	5e139.e7e	1936711.5						
23	22	e.0e9e7	14.51709	200e421.90e	1e.10.0971	2010e37						
24	23	1996941	14.50708	2020941.958	e4106.45e2	1995940.5						
25	24	2.0e8e	4.55512	2016e3.252	5e0e1.877	2011e04						
26	25	2006407	14.52467	2055e5.155	20944.3594	2015e07.1						
27	26	2.075e	4.55.62	2074416.11	38e48.2e.5	2107e6.2						
28	27	2067706	14.55635	2092e80.18	5124.47021	2067704.6						
29	28	2213796	14.61022	2110681.95	102810.78	2213792.7						
30	29	2154465	14.53306	2129643.34	25118.2904	2154465.1						
31	30	2219344	14.61272	2147967.193	71276.5028	2219843.7						
32	31	2269092	14.63e49	2167.1.4e5	42139.5e30	2269092						
33	32	2120917	14.55740	2185701.991	1e.112.719	2020916.7						
34	33	2230754	14.61766	2204820.259	26510.9e2.	2230744.2						
35	34	2070020	4.5751	2224100.715	75e0.5553	2070020.1						
36	35	2140211	4.5e9e7	224.955.66	15e55.e30	2e10 7						
37	36	22.0e9e	4.552	2263178.172	73e51.7e3	2111e3e.6						
38	37	2158452	14.57558	2282972.028	144820.428	2138e51.6						
39	38	2186496	14.59761	2302966.021	116442.721	2186496.3						
40	39	2182850	14.59618	2323060.652	140130.862	2182946.7						
41	40	2279094	14.6e549	234e5e.45e	54104.1427	2279094.0						
42	41	2175e09	14.58251	23e89.1.9e4	18e65.234	2175e0e.7						
43	42	2150982	14.5251	2384.e8.58	12858.ee	2250e61.9						
44	43	2331515	14.609	2405734.278	15.06.315	2335.5.2						
45	44	2341675	4.55711	2425e62.221	82754.154	2343575.1						
46	45	2261677	4.53.62	2447554.112	186008.9.2	2261577.2						
47	46	2328850	14.65678	2469061.772	140141.572	2328950.1						
48	47	2312355	14.65578	2490966.534	178631.964	2312834.6						
49	48	2378286	14.68267	2512470.266	132372.366	2379367.9						
50	49	2297790	14.54.72	2534444.409	24064.30e	2296790.4						
51	50	2112141	14.3643	2556016.859	2e44e.1.5	2312e40.7						
52	51	2121552	14.55774	2578971.117	25e408.917	2221512.2						
53	52	21e8e22	14.58e23	2601.26.84	212934.94	2186622						
54	53	2158235	4.57218	2624.50.037	134072.837	2284307.7						
55	54	2256e4.	4.57226	2647201.137	265.11.234	2151e5.7						





Показателна времева прогнозираща функция

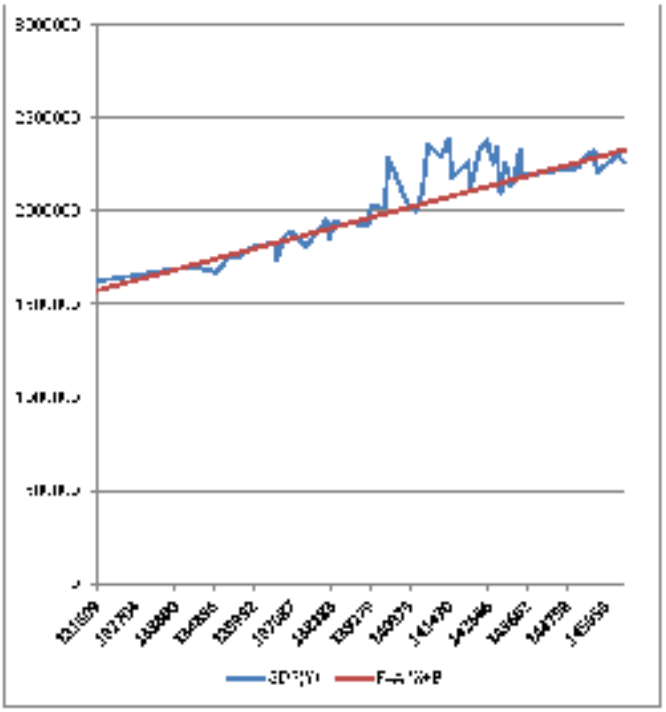




	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	T[K]	GDP[Y]	LN[K]	LN[Y]	Y=$S$7*A2*$S$7	ABS(F-Y)	abs[Y]		Y	R	
2	1	1623740.9	=LN(A2)	=LN(B2)	=$S$7*A2*$S$7	=ABS(B2-E2)	=ABS(B2)		=SUM(F2:F41)/SUM(G2:G41)	=SUM(F42:F55)/SUM(G42:G55)	
3	2	1674123.5	=LN(A3)	=LN(B3)	=$S$7*A3*$S$7	=ABS(B3-E3)	=ABS(B3)				
4	3	1688185.8	=LN(A4)	=LN(B4)	=$S$7*A4*$S$7	=ABS(B4-E4)	=ABS(B4)				
5	4	1753312.6	=LN(A5)	=LN(B5)	=$S$7*A5*$S$7	=ABS(B5-E5)	=ABS(B5)				
6	5	1702369.2	=LN(A6)	=LN(B6)	=$S$7*A6*$S$7	=ABS(B6-E6)	=ABS(B6)		A	B1	B
7	6	1749765.4	=LN(A7)	=LN(B7)	=$S$7*A7*$S$7	=ABS(B7-E7)	=ABS(B7)		=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	=EXP(J7)
8	7	1738009.9	=LN(A8)	=LN(B8)	=$S$7*A8*$S$7	=ABS(B8-E8)	=ABS(B8)		=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	
9	8	1826558.6	=LN(A9)	=LN(B9)	=$S$7*A9*$S$7	=ABS(B9-E9)	=ABS(B9)		=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	
10	9	1749911.8	=LN(A10)	=LN(B10)	=$S$7*A10*$S$7	=ABS(B10-E10)	=ABS(B10)		=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	
11	10	1811434.5	=LN(A11)	=LN(B11)	=$S$7*A11*$S$7	=ABS(B11-E11)	=ABS(B11)		=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	
12	11	1909945.3	=LN(A12)	=LN(B12)	=$S$7*A12*$S$7	=ABS(B12-E12)	=ABS(B12)				
13	12	1887165.9	=LN(A13)	=LN(B13)	=$S$7*A13*$S$7	=ABS(B13-E13)	=ABS(B13)				
14	13	1909809.2	=LN(A14)	=LN(B14)	=$S$7*A14*$S$7	=ABS(B14-E14)	=ABS(B14)				
15	14	1955294	=LN(A15)	=LN(B15)	=$S$7*A15*$S$7	=ABS(B15-E15)	=ABS(B15)				
16	15	1859034.3	=LN(A16)	=LN(B16)	=$S$7*A16*$S$7	=ABS(B16-E16)	=ABS(B16)				
17	16	1948386.7	=LN(A17)	=LN(B17)	=$S$7*A17*$S$7	=ABS(B17-E17)	=ABS(B17)				
18	17	1876264.7	=LN(A18)	=LN(B18)	=$S$7*A18*$S$7	=ABS(B18-E18)	=ABS(B18)				
19	18	1943820	=LN(A19)	=LN(B19)	=$S$7*A19*$S$7	=ABS(B19-E19)	=ABS(B19)				
20	19	1930164.9	=LN(A20)	=LN(B20)	=$S$7*A20*$S$7	=ABS(B20-E20)	=ABS(B20)				
21	20	2024535.7	=LN(A21)	=LN(B21)	=$S$7*A21*$S$7	=ABS(B21-E21)	=ABS(B21)				
22	21	1932715.5	=LN(A22)	=LN(B22)	=$S$7*A22*$S$7	=ABS(B22-E22)	=ABS(B22)				
23	22	2019837	=LN(A23)	=LN(B23)	=$S$7*A23*$S$7	=ABS(B23-E23)	=ABS(B23)				
24	23	1988840.5	=LN(A24)	=LN(B24)	=$S$7*A24*$S$7	=ABS(B24-E24)	=ABS(B24)				
25	24	2019850.4	=LN(A25)	=LN(B25)	=$S$7*A25*$S$7	=ABS(B25-E25)	=ABS(B25)				
26	25	2038407.1	=LN(A26)	=LN(B26)	=$S$7*A26*$S$7	=ABS(B26-E26)	=ABS(B26)				
27	26	2107505.2	=LN(A27)	=LN(B27)	=$S$7*A27*$S$7	=ABS(B27-E27)	=ABS(B27)				
28	27	2097704.6	=LN(A28)	=LN(B28)	=$S$7*A28*$S$7	=ABS(B28-E28)	=ABS(B28)				
29	28	2213792.7	=LN(A29)	=LN(B29)	=$S$7*A29*$S$7	=ABS(B29-E29)	=ABS(B29)				
30	29	2154463.1	=LN(A30)	=LN(B30)	=$S$7*A30*$S$7	=ABS(B30-E30)	=ABS(B30)				
31	30	2219343.7	=LN(A31)	=LN(B31)	=$S$7*A31*$S$7	=ABS(B31-E31)	=ABS(B31)				
32	31	2209092	=LN(A32)	=LN(B32)	=$S$7*A32*$S$7	=ABS(B32-E32)	=ABS(B32)				
33	32	2329816.7	=LN(A33)	=LN(B33)	=$S$7*A33*$S$7	=ABS(B33-E33)	=ABS(B33)				
34	33	2230754.2	=LN(A34)	=LN(B34)	=$S$7*A34*$S$7	=ABS(B34-E34)	=ABS(B34)				
35	34	2302203.3	=LN(A35)	=LN(B35)	=$S$7*A35*$S$7	=ABS(B35-E35)	=ABS(B35)				
36	35	2260211.7	=LN(A36)	=LN(B36)	=$S$7*A36*$S$7	=ABS(B36-E36)	=ABS(B36)				
37	36	2319929.9	=LN(A37)	=LN(B37)	=$S$7*A37*$S$7	=ABS(B37-E37)	=ABS(B37)				
38	37	2338451.6	=LN(A38)	=LN(B38)	=$S$7*A38*$S$7	=ABS(B38-E38)	=ABS(B38)				
39	38	2396496.3	=LN(A39)	=LN(B39)	=$S$7*A39*$S$7	=ABS(B39-E39)	=ABS(B39)				
40	39	2382949.7	=LN(A40)	=LN(B40)	=$S$7*A40*$S$7	=ABS(B40-E40)	=ABS(B40)				
41	40	2278084.3	=LN(A41)	=LN(B41)	=$S$7*A41*$S$7	=ABS(B41-E41)	=ABS(B41)				
42	41	2175808.7	=LN(A42)	=LN(B42)	=$S$7*A42*$S$7	=ABS(B42-E42)	=ABS(B42)				
43	42	2259861.9	=LN(A43)	=LN(B43)	=$S$7*A43*$S$7	=ABS(B43-E43)	=ABS(B43)				
44	43	2253519.2	=LN(A44)	=LN(B44)	=$S$7*A44*$S$7	=ABS(B44-E44)	=ABS(B44)				
45	44	2343878.1	=LN(A45)	=LN(B45)	=$S$7*A45*$S$7	=ABS(B45-E45)	=ABS(B45)				
46	45	2281877.2	=LN(A46)	=LN(B46)	=$S$7*A46*$S$7	=ABS(B46-E46)	=ABS(B46)				
47	46	2323950.1	=LN(A47)	=LN(B47)	=$S$7*A47*$S$7	=ABS(B47-E47)	=ABS(B47)				
48	47	2312354.6	=LN(A48)	=LN(B48)	=$S$7*A48*$S$7	=ABS(B48-E48)	=ABS(B48)				
49	48	2378697.9	=LN(A49)	=LN(B49)	=$S$7*A49*$S$7	=ABS(B49-E49)	=ABS(B49)				
50	49	2393796.4	=LN(A50)	=LN(B50)	=$S$7*A50*$S$7	=ABS(B50-E50)	=ABS(B50)				
51	50	2332140.7	=LN(A51)	=LN(B51)	=$S$7*A51*$S$7	=ABS(B51-E51)	=ABS(B51)				
52	51	2321532.2	=LN(A52)	=LN(B52)	=$S$7*A52*$S$7	=ABS(B52-E52)	=ABS(B52)				
53	52	2388022	=LN(A53)	=LN(B53)	=$S$7*A53*$S$7	=ABS(B53-E53)	=ABS(B53)				
54	53	2268207.7	=LN(A54)	=LN(B54)	=$S$7*A54*$S$7	=ABS(B54-E54)	=ABS(B54)				
55	54	2358198.7	=LN(A55)	=LN(B55)	=$S$7*A55*$S$7	=ABS(B55-E55)	=ABS(B55)				

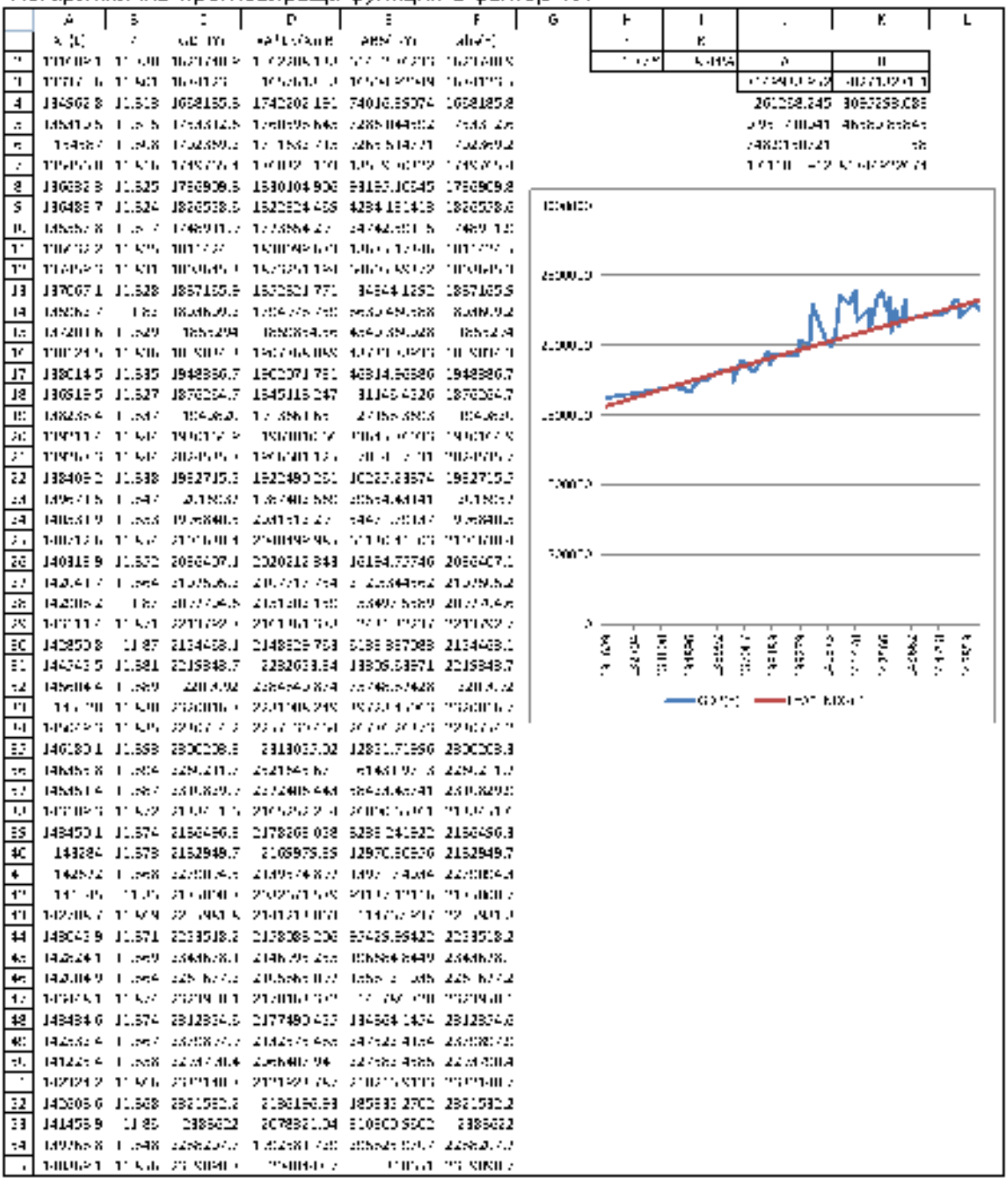
Линейна прогнозираща функция с фактор X1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	X1[]	G2[Y]	F=A*X+B	ABS(Y-F)	A:x/Y		a	b				
2	1516391	1623740	1572258	51482	1623741		1.788	6.519	A	B		
3	1533756	1674125	1650601	11522	1674124				51.14288563	5156533.4		
4	1548626	1662136	1743774	75638	1662136				1.87705948623	262736.713		
5	11.010	17.0512	1751.17	9644	17.0511				0.9511703	4653.4995		
6	1.04e+7	1702536.2	1714127	119.7	1702059				7.9703424129	1e		
7	11.45b+e	1748751.4	1758019	19271	1748755				1.5101151e-12	e.254...+10		
8	1546832	1726106.5	1821.57	92247	1726011							
9	1546837	1526555.4	1821557	5300	1526551							
10	1545578	1548011.6	1777704	25320	1548012							
11	1566822	1611424.8	1829151	17727	1611425							
12	1574592	1608648.5	1871481	62306	1608645							
13	1570671	1587158.6	1851393	35771	1587156							
14	11.9527	1e.0039.2	1799512	956e	1e.0039							
15	1572016	1556294	1858172	69e	1e.5294							
16	11e124.1	1e.9034.1	1903471	40417	1e.9034							
17	1595175	1548366.7	1911645	4651	1548367							
18	1546113	1576254.7	1871645	12770	1576255							
19	1553384	1540570	1911706	23534	1540823							
20	1562114	1610164.6	1861082	30083	1610165							
21	1562675	2024538.7	1868617	60618	2024536							
22	1564092	1612715.8	1820081	12964	1612716							
23	1596711	2016617	1894.e8	3e48	2016967							
24	1606119	1996850.1	2028.91	31711	1996851							
25	1607126	2015e04	20e7e10	6e75e	2015e0							
26	1601136	2006710	2017442	10e4e	2006407							
27	1600417	2 075.5	2135906	1e7.4	2 075.5							
28	1599163	2077.31.4	2153.71	527.6	2077.35							
29	1631114	2213792.7	2160613	53260	2213793							
30	1628506	2154461.1	2147166	7278	2154463							
31	1644545	2210842.7	2238656	14512	2210844							
32	1610044	2209652	2199011	79919	2209932							
33	1600de	2120810.7	2194100	30711	2120817							
34	1610491	2210754.2	2190622	29967	2210754							
35	1601e3	2070210.2	2117451	17290	2070213							
36	1601555	2040211.7	2125406	85277	2040212							
37	1591514	20 6825.6	2075052	15756	20 6833							
38	1601395	2152451.6	2164467	26048	2152452							
39	1604501	2166496.5	2177835	3662	2166496							
40	1603e4	2162946.7	2169640	13610	2162950							
41	1625.2	2270094.5	2193041	141053	2270094							
42	16154.	2170936.7	2093040	95401	2170939							
43	1627097	2215991.e	2159913	116034	2215992							
44	1610459	2210e1e.2	2157160	90511	2210919							
45	1619e7	2041675.	2175510	97655	2041674							
46	1610376	2041677.7	2138.74	57750	2041677							
47	1604.8	2011950	2177502	46715	2011953							
48	1634846	2212854.6	2177042	135811	2212855							
49	1625824	2270897.6	2136601	242996	2270893							
50	1612284	2263790.4	2098186	220384	2263790							
51	1620e4.2	2112140.7	2120214	211897	2112141							
52	1626056	2210e52.2	2154758	196794	2210e52							
53	1614585	2098022	2070000	112022	2e8e022							
54	1607685	2058036.7	1981941	76e57.9	2058036							
55	1606e3	2056036.7	2075506	211253	2056011							



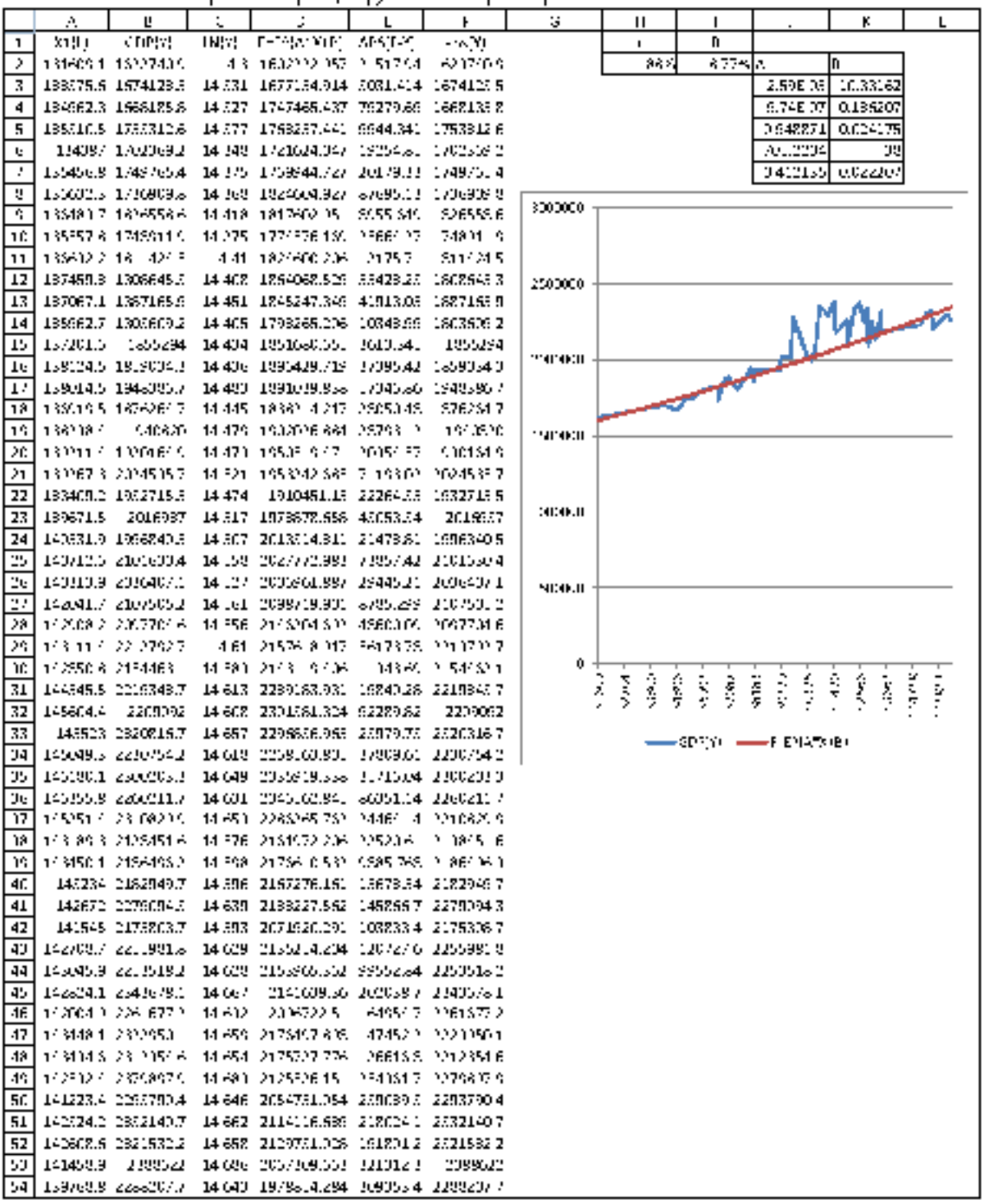
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	X1(L)	GDP(Y)	F=A*X+B	ABS(Y-F)	Abs (Y)		r	R
2	131609.1	1623740.9	=$G$7*A2+$H$7	=ABS(B2-C2)	=ABS(B2)		=SUM(D2:D41)/SUM(E2:E41)	=SUM(D42:D55)/SUM(E42:E55)
3	133375.6	1674123.5	=$G$7*A3+$H$7	=ABS(B3-C3)	=ABS(B3)			
4	134962.8	1668186.8	=$G$7*A4+$H$7	=ABS(B4-C4)	=ABS(B4)			
5	135310.5	1753312.6	=$G$7*A5+$H$7	=ABS(B5-C5)	=ABS(B5)			
6	134387	1702368.2	=$G$7*A6+$H$7	=ABS(B6-C6)	=ABS(B6)		A	B
7	135456.8	1749765.4	=$G$7*A7+$H$7	=ABS(B7-C7)	=ABS(B7)		=LINEST(B2:B41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(B2:B41;A2:A41;TRUE;TRUE)
8	136632.3	1736909.8	=$G$7*A8+$H$7	=ABS(B8-C8)	=ABS(B8)		=LINEST(B2:B41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(B2:B41;A2:A41;TRUE;TRUE)
9	136483.7	1826558.6	=$G$7*A9+$H$7	=ABS(B9-C9)	=ABS(B9)		=LINEST(B2:B41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(B2:B41;A2:A41;TRUE;TRUE)
10	135557.8	1748911.9	=$G$7*A10+$H$7	=ABS(B10-C10)	=ABS(B10)		=LINEST(B2:B41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(B2:B41;A2:A41;TRUE;TRUE)
11	136632.2	1811424.5	=$G$7*A11+$H$7	=ABS(B11-C11)	=ABS(B11)		=LINEST(B2:B41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(B2:B41;A2:A41;TRUE;TRUE)
12	137459.3	1808645.3	=$G$7*A12+$H$7	=ABS(B12-C12)	=ABS(B12)			
13	137067.1	1887165.9	=$G$7*A13+$H$7	=ABS(B13-C13)	=ABS(B13)			
14	135962.7	1803609.2	=$G$7*A14+$H$7	=ABS(B14-C14)	=ABS(B14)			
15	137201.6	1855294	=$G$7*A15+$H$7	=ABS(B15-C15)	=ABS(B15)			
16	138124.5	1859034.3	=$G$7*A16+$H$7	=ABS(B16-C16)	=ABS(B16)			
17	138014.5	1948386.7	=$G$7*A17+$H$7	=ABS(B17-C17)	=ABS(B17)			
18	136919.5	1876266.7	=$G$7*A18+$H$7	=ABS(B18-C18)	=ABS(B18)			
19	138238.4	1940820	=$G$7*A19+$H$7	=ABS(B19-C19)	=ABS(B19)			
20	139211.4	1930164.9	=$G$7*A20+$H$7	=ABS(B20-C20)	=ABS(B20)			
21	139267.3	2024535.7	=$G$7*A21+$H$7	=ABS(B21-C21)	=ABS(B21)			
22	138409.2	1932715.5	=$G$7*A22+$H$7	=ABS(B22-C22)	=ABS(B22)			
23	139671.5	2016937	=$G$7*A23+$H$7	=ABS(B23-C23)	=ABS(B23)			
24	140581.9	1998840.5	=$G$7*A24+$H$7	=ABS(B24-C24)	=ABS(B24)			
25	140712.6	2101630.4	=$G$7*A25+$H$7	=ABS(B25-C25)	=ABS(B25)			
26	140313.9	2036407.1	=$G$7*A26+$H$7	=ABS(B26-C26)	=ABS(B26)			
27	142041.7	2107505.2	=$G$7*A27+$H$7	=ABS(B27-C27)	=ABS(B27)			
28	142908.2	2097704.8	=$G$7*A28+$H$7	=ABS(B28-C28)	=ABS(B28)			
29	143111.4	2213792.7	=$G$7*A29+$H$7	=ABS(B29-C29)	=ABS(B29)			
30	142850.8	2154463.1	=$G$7*A30+$H$7	=ABS(B30-C30)	=ABS(B30)			
31	144545.5	2219343.7	=$G$7*A31+$H$7	=ABS(B31-C31)	=ABS(B31)			
32	145604.4	2209092	=$G$7*A32+$H$7	=ABS(B32-C32)	=ABS(B32)			
33	145528	2320816.7	=$G$7*A33+$H$7	=ABS(B33-C33)	=ABS(B33)			
34	145049.3	2230754.2	=$G$7*A34+$H$7	=ABS(B34-C34)	=ABS(B34)			
35	146180.1	2300203.3	=$G$7*A35+$H$7	=ABS(B35-C35)	=ABS(B35)			
36	146355.8	2280211.7	=$G$7*A36+$H$7	=ABS(B36-C36)	=ABS(B36)			
37	145351.4	2310829.9	=$G$7*A37+$H$7	=ABS(B37-C37)	=ABS(B37)			
38	143189.3	2138451.6	=$G$7*A38+$H$7	=ABS(B38-C38)	=ABS(B38)			
39	143450.1	2186496.3	=$G$7*A39+$H$7	=ABS(B39-C39)	=ABS(B39)			
40	143284	2182948.7	=$G$7*A40+$H$7	=ABS(B40-C40)	=ABS(B40)			
41	142672	2279094.3	=$G$7*A41+$H$7	=ABS(B41-C41)	=ABS(B41)			
42	141545	2175808.7	=$G$7*A42+$H$7	=ABS(B42-C42)	=ABS(B42)			
43	142708.7	2255981.8	=$G$7*A43+$H$7	=ABS(B43-C43)	=ABS(B43)			
44	143045.9	2253518.2	=$G$7*A44+$H$7	=ABS(B44-C44)	=ABS(B44)			
45	142824.1	2343678.1	=$G$7*A45+$H$7	=ABS(B45-C45)	=ABS(B45)			
46	142004.9	2261677.2	=$G$7*A46+$H$7	=ABS(B46-C46)	=ABS(B46)			
47	143448.1	2323950.1	=$G$7*A47+$H$7	=ABS(B47-C47)	=ABS(B47)			
48	143434.6	2312354.6	=$G$7*A48+$H$7	=ABS(B48-C48)	=ABS(B48)			
49	142532.4	2379897.9	=$G$7*A49+$H$7	=ABS(B49-C49)	=ABS(B49)			
50	141223.4	2293790.4	=$G$7*A50+$H$7	=ABS(B50-C50)	=ABS(B50)			
51	142324.2	2332140.7	=$G$7*A51+$H$7	=ABS(B51-C51)	=ABS(B51)			
52	142608.6	2321532.2	=$G$7*A52+$H$7	=ABS(B52-C52)	=ABS(B52)			
53	141458.9	2388622	=$G$7*A53+$H$7	=ABS(B53-C53)	=ABS(B53)			
54	139768.8	2288207.7	=$G$7*A54+$H$7	=ABS(B54-C54)	=ABS(B54)			
55	140869.1	2369098.7	=$G$7*A55+$H$7	=ABS(B55-C55)	=ABS(B55)			

Логаритмична прогнозираща функция с фактор X1



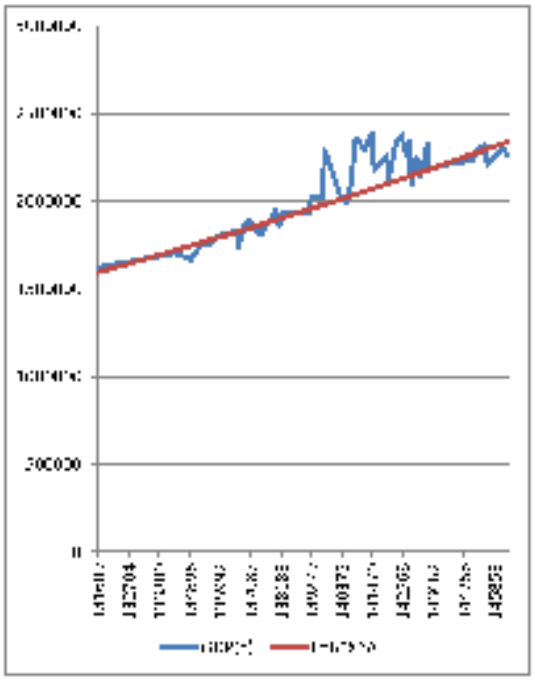
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	X1(L)	Z	GD²(Y)	Y=A*LN(x)+B	ABS(Y-Y)	abs(Y)		r	R
2	131609.1	=LN(A2)	1623740.9	=$H$7*LN(A2)+$I$7	=ABS(C2-D2)	=ABS(C2)		=SUM(E2:E41)/SUM(F2:F41)	=SUM(E42:E55)/SUM(F42:F55)
3	133375.6	=LN(A3)	1674123.5	=$H$7*LN(A3)+$I$7	=ABS(C3-D3)	=ABS(C3)			
4	134962.8	=LN(A4)	1669185.9	=$H$7*LN(A4)+$I$7	=ABS(C4-D4)	=ABS(C4)			
5	135310.5	=LN(A5)	1753312.6	=$H$7*LN(A5)+$I$7	=ABS(C5-D5)	=ABS(C5)			
6	134387	=LN(A6)	1702369.2	=$H$7*LN(A6)+$I$7	=ABS(C6-D6)	=ABS(C6)		A	B
7	135456.8	=LN(A7)	1749765.4	=$H$7*LN(A7)+$I$7	=ABS(C7-D7)	=ABS(C7)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
8	136632.3	=LN(A8)	1736909.8	=$H$7*LN(A8)+$I$7	=ABS(C8-D8)	=ABS(C8)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
9	136483.7	=LN(A9)	1826558.6	=$H$7*LN(A9)+$I$7	=ABS(C9-D9)	=ABS(C9)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
10	135567.8	=LN(A10)	1748911.9	=$H$7*LN(A10)+$I$7	=ABS(C10-D10)	=ABS(C10)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
11	136632.2	=LN(A11)	1811424.5	=$H$7*LN(A11)+$I$7	=ABS(C11-D11)	=ABS(C11)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
12	137459.3	=LN(A12)	1800645.3	=$H$7*LN(A12)+$I$7	=ABS(C12-D12)	=ABS(C12)			
13	137067.1	=LN(A13)	1887165.9	=$H$7*LN(A13)+$I$7	=ABS(C13-D13)	=ABS(C13)			
14	135962.7	=LN(A14)	1803609.2	=$H$7*LN(A14)+$I$7	=ABS(C14-D14)	=ABS(C14)			
15	137201.6	=LN(A15)	1856294	=$H$7*LN(A15)+$I$7	=ABS(C15-D15)	=ABS(C15)			
16	138124.5	=LN(A16)	1859034.3	=$H$7*LN(A16)+$I$7	=ABS(C16-D16)	=ABS(C16)			
17	138014.5	=LN(A17)	1948386.7	=$H$7*LN(A17)+$I$7	=ABS(C17-D17)	=ABS(C17)			
18	136919.5	=LN(A18)	1876264.7	=$H$7*LN(A18)+$I$7	=ABS(C18-D18)	=ABS(C18)			
19	138738.4	=LN(A19)	1940920	=$H$7*LN(A19)+$I$7	=ABS(C19-D19)	=ABS(C19)			
20	139211.4	=LN(A20)	1930164.9	=$H$7*LN(A20)+$I$7	=ABS(C20-D20)	=ABS(C20)			
21	139267.3	=LN(A21)	2024535.7	=$H$7*LN(A21)+$I$7	=ABS(C21-D21)	=ABS(C21)			
22	138409.2	=LN(A22)	1932715.5	=$H$7*LN(A22)+$I$7	=ABS(C22-D22)	=ABS(C22)			
23	139671.5	=LN(A23)	2016937	=$H$7*LN(A23)+$I$7	=ABS(C23-D23)	=ABS(C23)			
24	140531.9	=LN(A24)	1996840.5	=$H$7*LN(A24)+$I$7	=ABS(C24-D24)	=ABS(C24)			
25	140712.6	=LN(A25)	2101630.4	=$H$7*LN(A25)+$I$7	=ABS(C25-D25)	=ABS(C25)			
26	140313.9	=LN(A26)	2036407.1	=$H$7*LN(A26)+$I$7	=ABS(C26-D26)	=ABS(C26)			
27	142041.7	=LN(A27)	2107555.2	=$H$7*LN(A27)+$I$7	=ABS(C27-D27)	=ABS(C27)			
28	142808.2	=LN(A28)	2097784.6	=$H$7*LN(A28)+$I$7	=ABS(C28-D28)	=ABS(C28)			
29	143111.4	=LN(A29)	2213792.7	=$H$7*LN(A29)+$I$7	=ABS(C29-D29)	=ABS(C29)			
30	142850.8	=LN(A30)	2154463.1	=$H$7*LN(A30)+$I$7	=ABS(C30-D30)	=ABS(C30)			
31	144545.5	=LN(A31)	2219343.7	=$H$7*LN(A31)+$I$7	=ABS(C31-D31)	=ABS(C31)			
32	145604.4	=LN(A32)	2209092	=$H$7*LN(A32)+$I$7	=ABS(C32-D32)	=ABS(C32)			
33	145528	=LN(A33)	2320816.7	=$H$7*LN(A33)+$I$7	=ABS(C33-D33)	=ABS(C33)			
34	145049.3	=LN(A34)	2230754.2	=$H$7*LN(A34)+$I$7	=ABS(C34-D34)	=ABS(C34)			
35	146180.1	=LN(A35)	2300203.3	=$H$7*LN(A35)+$I$7	=ABS(C35-D35)	=ABS(C35)			
36	146355.8	=LN(A36)	2260211.7	=$H$7*LN(A36)+$I$7	=ABS(C36-D36)	=ABS(C36)			
37	145351.4	=LN(A37)	2310829.9	=$H$7*LN(A37)+$I$7	=ABS(C37-D37)	=ABS(C37)			
38	143189.3	=LN(A38)	2138451.6	=$H$7*LN(A38)+$I$7	=ABS(C38-D38)	=ABS(C38)			
39	143450.1	=LN(A39)	2186496.3	=$H$7*LN(A39)+$I$7	=ABS(C39-D39)	=ABS(C39)			
40	143284	=LN(A40)	2182949.7	=$H$7*LN(A40)+$I$7	=ABS(C40-D40)	=ABS(C40)			
41	142672	=LN(A41)	2279094.3	=$H$7*LN(A41)+$I$7	=ABS(C41-D41)	=ABS(C41)			
42	141545	=LN(A42)	2175826.7	=$H$7*LN(A42)+$I$7	=ABS(C42-D42)	=ABS(C42)			
43	142708.7	=LN(A43)	2255981.8	=$H$7*LN(A43)+$I$7	=ABS(C43-D43)	=ABS(C43)			
44	143045.9	=LN(A44)	2253518.2	=$H$7*LN(A44)+$I$7	=ABS(C44-D44)	=ABS(C44)			
45	142824.1	=LN(A45)	2343678.1	=$H$7*LN(A45)+$I$7	=ABS(C45-D45)	=ABS(C45)			
46	142004.9	=LN(A46)	2261677.2	=$H$7*LN(A46)+$I$7	=ABS(C46-D46)	=ABS(C46)			
47	143448.1	=LN(A47)	2323950.1	=$H$7*LN(A47)+$I$7	=ABS(C47-D47)	=ABS(C47)			
48	143454.6	=LN(A48)	2312354.6	=$H$7*LN(A48)+$I$7	=ABS(C48-D48)	=ABS(C48)			
49	142532.4	=LN(A49)	2379897.9	=$H$7*LN(A49)+$I$7	=ABS(C49-D49)	=ABS(C49)			
50	141223.4	=LN(A50)	2293790.4	=$H$7*LN(A50)+$I$7	=ABS(C50-D50)	=ABS(C50)			
51	142324.2	=LN(A51)	2332140.7	=$H$7*LN(A51)+$I$7	=ABS(C51-D51)	=ABS(C51)			
52	142608.6	=LN(A52)	2321632.2	=$H$7*LN(A52)+$I$7	=ABS(C52-D52)	=ABS(C52)			
53	141458.9	=LN(A53)	2386622	=$H$7*LN(A53)+$I$7	=ABS(C53-D53)	=ABS(C53)			
54	139768.8	=LN(A54)	2288287.7	=$H$7*LN(A54)+$I$7	=ABS(C54-D54)	=ABS(C54)			
55	140869.1	=LN(A55)	2359098.7	=$H$7*LN(A55)+$I$7	=ABS(C55-D55)	=ABS(C55)			

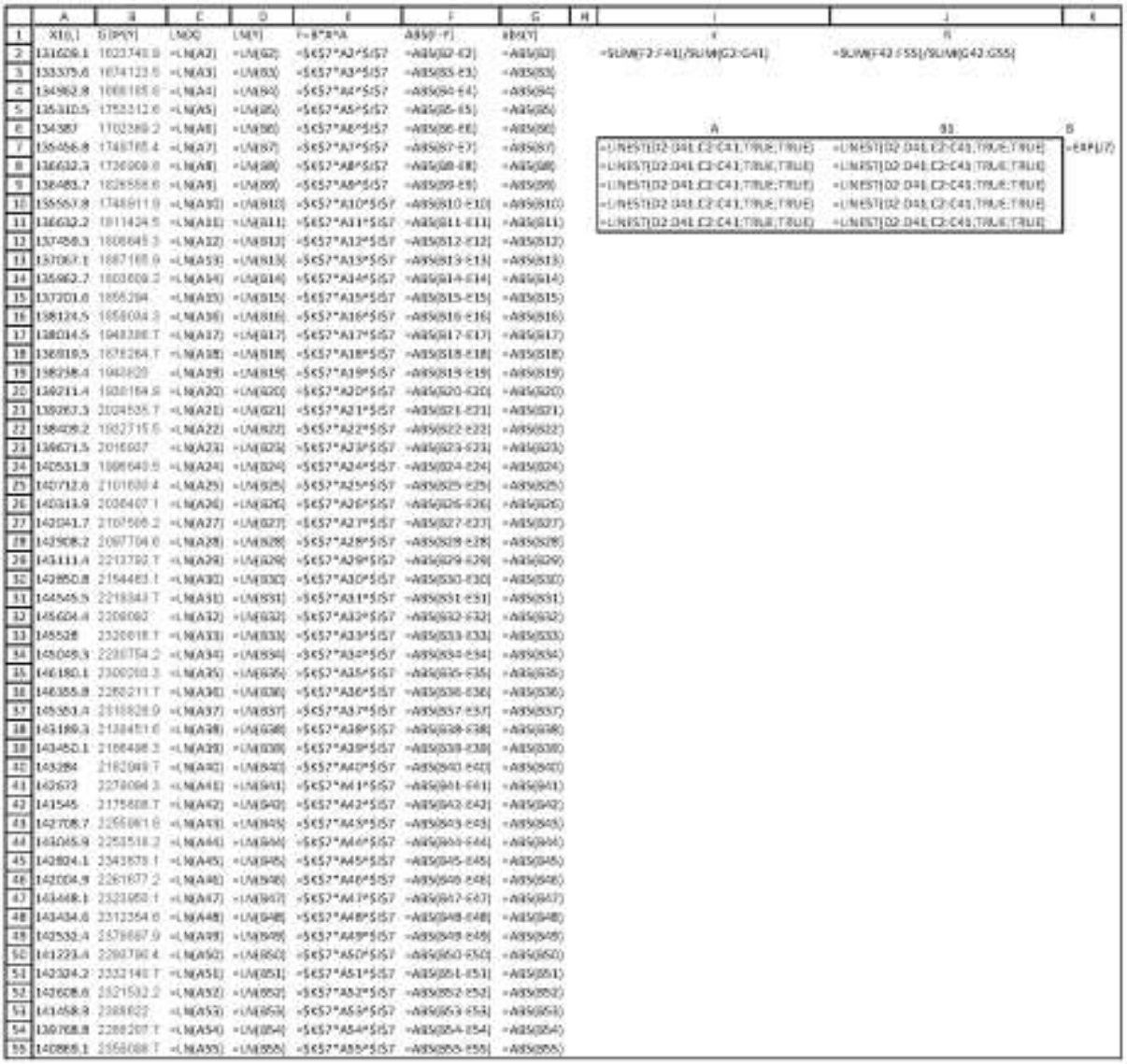
Експоненциална трансформираща функция с фактор X1



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	X(i).)	GDP(Y)	LN(Y)	F=EXP(A*X+B)	ABS(F-Y)	abs(Y)		r	R
2	131609.1	1623740.9	=LN(B2)	=EXP($H$7*A2+$I$7)	=ABS(B2-D2)	=ABS(B2)		=SUM(F2:F41)/SUM(F2:F41)	=SUM(E42:E55)/SUM(F42:F55)
3	133575.6	1674123.6	=LN(B3)	=EXP($H$7*A3+$I$7)	=ABS(B3-D3)	=ABS(B3)			
4	134962.8	1668185.8	=LN(B4)	=EXP($H$7*A4+$I$7)	=ABS(B4-D4)	=ABS(B4)			
5	135310.5	1753312.6	=LN(B5)	=EXP($H$7*A5+$I$7)	=ABS(B5-D5)	=ABS(B5)			
6	134387	1702369.2	=LN(B6)	=EXP($H$7*A6+$I$7)	=ABS(B6-D6)	=ABS(B6)		A	B
7	135456.8	1749765.4	=LN(B7)	=EXP($H$7*A7+$I$7)	=ABS(B7-D7)	=ABS(B7)		=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)
8	136632.3	1736929.8	=LN(B8)	=EXP($H$7*A8+$I$7)	=ABS(B8-D8)	=ABS(B8)		=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)
9	136483.7	1926658.6	=LN(B9)	=EXP($H$7*A9+$I$7)	=ABS(B9-D9)	=ABS(B9)		=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)
10	135557.8	1748911.9	=LN(B10)	=EXP($H$7*A10+$I$7)	=ABS(B10-D10)	=ABS(B10)		=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)
11	136632.2	1811424.5	=LN(B11)	=EXP($H$7*A11+$I$7)	=ABS(B11-D11)	=ABS(B11)		=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)
12	137459.3	1858645.3	=LN(B12)	=EXP($H$7*A12+$I$7)	=ABS(B12-D12)	=ABS(B12)			
13	137067.1	1987165.9	=LN(B13)	=EXP($H$7*A13+$I$7)	=ABS(B13-D13)	=ABS(B13)			
14	135962.7	1803609.2	=LN(B14)	=EXP($H$7*A14+$I$7)	=ABS(B14-D14)	=ABS(B14)			
15	137201.6	1955294	=LN(B15)	=EXP($H$7*A15+$I$7)	=ABS(B15-D15)	=ABS(B15)			
16	138124.5	1859034.3	=LN(B16)	=EXP($H$7*A16+$I$7)	=ABS(B16-D16)	=ABS(B16)			
17	138014.5	1948086.7	=LN(B17)	=EXP($H$7*A17+$I$7)	=ABS(B17-D17)	=ABS(B17)			
18	136919.5	1876264.7	=LN(B18)	=EXP($H$7*A18+$I$7)	=ABS(B18-D18)	=ABS(B18)			
19	138238.4	1940020	=LN(B19)	=EXP($H$7*A19+$I$7)	=ABS(B19-D19)	=ABS(B19)			
20	139211.4	1930164.9	=LN(B20)	=EXP($H$7*A20+$I$7)	=ABS(B20-D20)	=ABS(B20)			
21	139267.3	2024535.7	=LN(B21)	=EXP($H$7*A21+$I$7)	=ABS(B21-D21)	=ABS(B21)			
22	138409.2	1932715.6	=LN(B22)	=EXP($H$7*A22+$I$7)	=ABS(B22-D22)	=ABS(B22)			
23	139671.5	2016937	=LN(B23)	=EXP($H$7*A23+$I$7)	=ABS(B23-D23)	=ABS(B23)			
24	140531.9	1996040.5	=LN(B24)	=EXP($H$7*A24+$I$7)	=ABS(B24-D24)	=ABS(B24)			
25	140712.6	2101630.4	=LN(B25)	=EXP($H$7*A25+$I$7)	=ABS(B25-D25)	=ABS(B25)			
26	140313.9	2036407.1	=LN(B26)	=EXP($H$7*A26+$I$7)	=ABS(B26-D26)	=ABS(B26)			
27	142041.7	2107505.2	=LN(B27)	=EXP($H$7*A27+$I$7)	=ABS(B27-D27)	=ABS(B27)			
28	142908.2	2097704.6	=LN(B28)	=EXP($H$7*A28+$I$7)	=ABS(B28-D28)	=ABS(B28)			
29	143111.4	2213792.7	=LN(B29)	=EXP($H$7*A29+$I$7)	=ABS(B29-D29)	=ABS(B29)			
30	142850.8	2154463.1	=LN(B30)	=EXP($H$7*A30+$I$7)	=ABS(B30-D30)	=ABS(B30)			
31	144545.5	2219343.7	=LN(B31)	=EXP($H$7*A31+$I$7)	=ABS(B31-D31)	=ABS(B31)			
32	145604.4	2209092	=LN(B32)	=EXP($H$7*A32+$I$7)	=ABS(B32-D32)	=ABS(B32)			
33	145528	2320816.7	=LN(B33)	=EXP($H$7*A33+$I$7)	=ABS(B33-D33)	=ABS(B33)			
34	145049.3	2230754.2	=LN(B34)	=EXP($H$7*A34+$I$7)	=ABS(B34-D34)	=ABS(B34)			
35	146180.1	2300203.3	=LN(B35)	=EXP($H$7*A35+$I$7)	=ABS(B35-D35)	=ABS(B35)			
36	146355.8	2260211.7	=LN(B36)	=EXP($H$7*A36+$I$7)	=ABS(B36-D36)	=ABS(B36)			
37	145351.4	2310829.9	=LN(B37)	=EXP($H$7*A37+$I$7)	=ABS(B37-D37)	=ABS(B37)			
38	143189.3	2138451.6	=LN(B38)	=EXP($H$7*A38+$I$7)	=ABS(B38-D38)	=ABS(B38)			
39	143450.1	2186496.3	=LN(B39)	=EXP($H$7*A39+$I$7)	=ABS(B39-D39)	=ABS(B39)			
40	143284	2182949.7	=LN(B40)	=EXP($H$7*A40+$I$7)	=ABS(B40-D40)	=ABS(B40)			
41	142672	2279094.3	=LN(B41)	=EXP($H$7*A41+$I$7)	=ABS(B41-D41)	=ABS(B41)			
42	141545	2175808.7	=LN(B42)	=EXP($H$7*A42+$I$7)	=ABS(B42-D42)	=ABS(B42)			
43	142708.7	2255981.8	=LN(B43)	=EXP($H$7*A43+$I$7)	=ABS(B43-D43)	=ABS(B43)			
44	143045.9	2253518.2	=LN(B44)	=EXP($H$7*A44+$I$7)	=ABS(B44-D44)	=ABS(B44)			
45	142824.1	2343678.1	=LN(B45)	=EXP($H$7*A45+$I$7)	=ABS(B45-D45)	=ABS(B45)			
46	142004.9	2261677.2	=LN(B46)	=EXP($H$7*A46+$I$7)	=ABS(B46-D46)	=ABS(B46)			
47	143448.1	2323958.1	=LN(B47)	=EXP($H$7*A47+$I$7)	=ABS(B47-D47)	=ABS(B47)			
48	143434.6	2312354.6	=LN(B48)	=EXP($H$7*A48+$I$7)	=ABS(B48-D48)	=ABS(B48)			
49	142532.4	2379097.9	=LN(B49)	=EXP($H$7*A49+$I$7)	=ABS(B49-D49)	=ABS(B49)			
50	141223.4	2293798.4	=LN(B50)	=EXP($H$7*A50+$I$7)	=ABS(B50-D50)	=ABS(B50)			
51	142324.2	2332148.7	=LN(B51)	=EXP($H$7*A51+$I$7)	=ABS(B51-D51)	=ABS(B51)			
52	142608.6	2321532.2	=LN(B52)	=EXP($H$7*A52+$I$7)	=ABS(B52-D52)	=ABS(B52)			
53	141458.9	2388622	=LN(B53)	=EXP($H$7*A53+$I$7)	=ABS(B53-D53)	=ABS(B53)			
54	139768.8	2288207.7	=LN(B54)	=EXP($H$7*A54+$I$7)	=ABS(B54-D54)	=ABS(B54)			
55	140869.1	2359098.7	=LN(B55)	=EXP($H$7*A55+$I$7)	=ABS(B55-D55)	=ABS(B55)			

Показателна прогнозираща функция с фактор X1

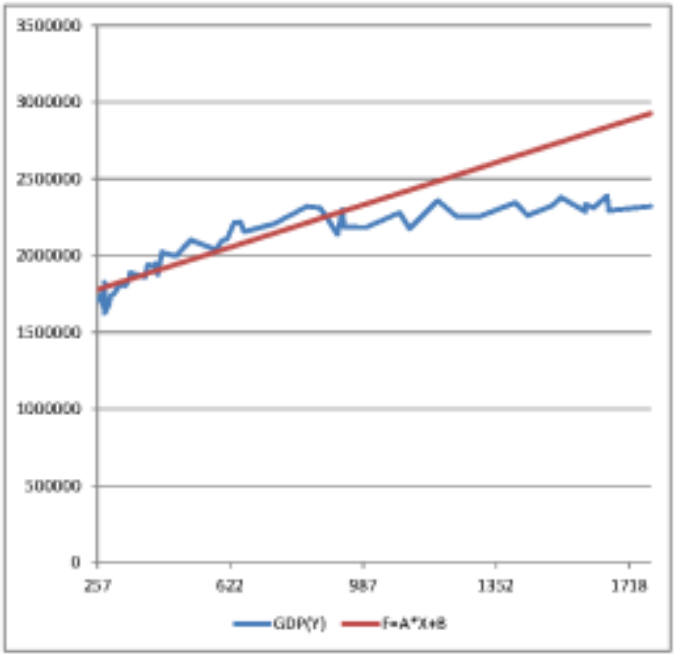




	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	X(i),1	S(PV[Y]	LM(X)	LM(Y)	I=B*B*A	ABS(I-F)	ABS[Y]		I	R	
2	131626.1	1623748.8	=LN(A2)	=LN(B2)	=$E$7*A2^$I$7	=ABS(B2-E2)	=ABS(B2)		=SUM(F2:F41)/SUM(G2:G41)	=SUM(F42:F55)/SUM(G42:G55)	
3	133375.6	1674123.6	=LN(A3)	=LN(B3)	=$E$7*A3^$I$7	=ABS(B3-E3)	=ABS(B3)				
4	134962.8	1668185.6	=LN(A4)	=LN(B4)	=$E$7*A4^$I$7	=ABS(B4-E4)	=ABS(B4)				
5	135310.5	1752312.6	=LN(A5)	=LN(B5)	=$E$7*A5^$I$7	=ABS(B5-E5)	=ABS(B5)				
6	134387	1702389.2	=LN(A6)	=LN(B6)	=$E$7*A6^$I$7	=ABS(B6-E6)	=ABS(B6)		A	B1	B
7	135466.8	1748785.4	=LN(A7)	=LN(B7)	=$E$7*A7^$I$7	=ABS(B7-E7)	=ABS(B7)		=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	=RPL(7)
8	136632.3	1736008.8	=LN(A8)	=LN(B8)	=$E$7*A8^$I$7	=ABS(B8-E8)	=ABS(B8)		=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	
9	136483.7	1826558.6	=LN(A9)	=LN(B9)	=$E$7*A9^$I$7	=ABS(B9-E9)	=ABS(B9)		=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	
10	135567.8	1748611.9	=LN(A10)	=LN(B10)	=$E$7*A10^$I$7	=ABS(B10-E10)	=ABS(B10)		=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	
11	136632.2	1811434.5	=LN(A11)	=LN(B11)	=$E$7*A11^$I$7	=ABS(B11-E11)	=ABS(B11)		=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	=LINEST(D2:D41,C2:C41,TRUE,TRUE)	
12	137458.3	1808645.3	=LN(A12)	=LN(B12)	=$E$7*A12^$I$7	=ABS(B12-E12)	=ABS(B12)				
13	137067.1	1887188.9	=LN(A13)	=LN(B13)	=$E$7*A13^$I$7	=ABS(B13-E13)	=ABS(B13)				
14	135982.7	1803609.2	=LN(A14)	=LN(B14)	=$E$7*A14^$I$7	=ABS(B14-E14)	=ABS(B14)				
15	137201.6	1856394	=LN(A15)	=LN(B15)	=$E$7*A15^$I$7	=ABS(B15-E15)	=ABS(B15)				
16	138124.5	1858004.3	=LN(A16)	=LN(B16)	=$E$7*A16^$I$7	=ABS(B16-E16)	=ABS(B16)				
17	138014.5	1948286.7	=LN(A17)	=LN(B17)	=$E$7*A17^$I$7	=ABS(B17-E17)	=ABS(B17)				
18	136818.5	1878264.7	=LN(A18)	=LN(B18)	=$E$7*A18^$I$7	=ABS(B18-E18)	=ABS(B18)				
19	138258.4	1942820	=LN(A19)	=LN(B19)	=$E$7*A19^$I$7	=ABS(B19-E19)	=ABS(B19)				
20	139211.4	1930164.8	=LN(A20)	=LN(B20)	=$E$7*A20^$I$7	=ABS(B20-E20)	=ABS(B20)				
21	138263.3	2024535.7	=LN(A21)	=LN(B21)	=$E$7*A21^$I$7	=ABS(B21-E21)	=ABS(B21)				
22	138408.2	1982715.6	=LN(A22)	=LN(B22)	=$E$7*A22^$I$7	=ABS(B22-E22)	=ABS(B22)				
23	136671.5	2016607	=LN(A23)	=LN(B23)	=$E$7*A23^$I$7	=ABS(B23-E23)	=ABS(B23)				
24	140531.3	1986640.9	=LN(A24)	=LN(B24)	=$E$7*A24^$I$7	=ABS(B24-E24)	=ABS(B24)				
25	140712.6	2101630.4	=LN(A25)	=LN(B25)	=$E$7*A25^$I$7	=ABS(B25-E25)	=ABS(B25)				
26	140313.9	2036407.1	=LN(A26)	=LN(B26)	=$E$7*A26^$I$7	=ABS(B26-E26)	=ABS(B26)				
27	142041.7	2107566.2	=LN(A27)	=LN(B27)	=$E$7*A27^$I$7	=ABS(B27-E27)	=ABS(B27)				
28	142908.2	2097704.6	=LN(A28)	=LN(B28)	=$E$7*A28^$I$7	=ABS(B28-E28)	=ABS(B28)				
29	143111.4	2212792.7	=LN(A29)	=LN(B29)	=$E$7*A29^$I$7	=ABS(B29-E29)	=ABS(B29)				
30	142850.8	2154483.1	=LN(A30)	=LN(B30)	=$E$7*A30^$I$7	=ABS(B30-E30)	=ABS(B30)				
31	144545.5	2218344.7	=LN(A31)	=LN(B31)	=$E$7*A31^$I$7	=ABS(B31-E31)	=ABS(B31)				
32	145604.4	2206082	=LN(A32)	=LN(B32)	=$E$7*A32^$I$7	=ABS(B32-E32)	=ABS(B32)				
33	145528	2320618.7	=LN(A33)	=LN(B33)	=$E$7*A33^$I$7	=ABS(B33-E33)	=ABS(B33)				
34	145049.3	2283754.2	=LN(A34)	=LN(B34)	=$E$7*A34^$I$7	=ABS(B34-E34)	=ABS(B34)				
35	146180.1	2300260.3	=LN(A35)	=LN(B35)	=$E$7*A35^$I$7	=ABS(B35-E35)	=ABS(B35)				
36	146355.8	2260211.7	=LN(A36)	=LN(B36)	=$E$7*A36^$I$7	=ABS(B36-E36)	=ABS(B36)				
37	145553.4	2318828.9	=LN(A37)	=LN(B37)	=$E$7*A37^$I$7	=ABS(B37-E37)	=ABS(B37)				
38	143189.3	2184451.6	=LN(A38)	=LN(B38)	=$E$7*A38^$I$7	=ABS(B38-E38)	=ABS(B38)				
39	143450.1	2186498.3	=LN(A39)	=LN(B39)	=$E$7*A39^$I$7	=ABS(B39-E39)	=ABS(B39)				
40	143284	2162049.7	=LN(A40)	=LN(B40)	=$E$7*A40^$I$7	=ABS(B40-E40)	=ABS(B40)				
41	142673	2274084.3	=LN(A41)	=LN(B41)	=$E$7*A41^$I$7	=ABS(B41-E41)	=ABS(B41)				
42	141545	2175688.7	=LN(A42)	=LN(B42)	=$E$7*A42^$I$7	=ABS(B42-E42)	=ABS(B42)				
43	142708.7	2256861.6	=LN(A43)	=LN(B43)	=$E$7*A43^$I$7	=ABS(B43-E43)	=ABS(B43)				
44	143045.9	2253518.2	=LN(A44)	=LN(B44)	=$E$7*A44^$I$7	=ABS(B44-E44)	=ABS(B44)				
45	142804.1	2343578.1	=LN(A45)	=LN(B45)	=$E$7*A45^$I$7	=ABS(B45-E45)	=ABS(B45)				
46	142004.9	2261677.2	=LN(A46)	=LN(B46)	=$E$7*A46^$I$7	=ABS(B46-E46)	=ABS(B46)				
47	143448.1	2323950.1	=LN(A47)	=LN(B47)	=$E$7*A47^$I$7	=ABS(B47-E47)	=ABS(B47)				
48	143434.6	2312354.6	=LN(A48)	=LN(B48)	=$E$7*A48^$I$7	=ABS(B48-E48)	=ABS(B48)				
49	142532.4	2379687.9	=LN(A49)	=LN(B49)	=$E$7*A49^$I$7	=ABS(B49-E49)	=ABS(B49)				
50	141223.4	2290790.4	=LN(A50)	=LN(B50)	=$E$7*A50^$I$7	=ABS(B50-E50)	=ABS(B50)				
51	142324.2	2332140.1	=LN(A51)	=LN(B51)	=$E$7*A51^$I$7	=ABS(B51-E51)	=ABS(B51)				
52	142608.6	2321532.2	=LN(A52)	=LN(B52)	=$E$7*A52^$I$7	=ABS(B52-E52)	=ABS(B52)				
53	141468.9	2288622	=LN(A53)	=LN(B53)	=$E$7*A53^$I$7	=ABS(B53-E53)	=ABS(B53)				
54	139708.8	2288207.1	=LN(A54)	=LN(B54)	=$E$7*A54^$I$7	=ABS(B54-E54)	=ABS(B54)				
55	140868.1	2356088.7	=LN(A55)	=LN(B55)	=$E$7*A55^$I$7	=ABS(B55-E55)	=ABS(B55)				

Линейна прогнозираща функция с фактор X2

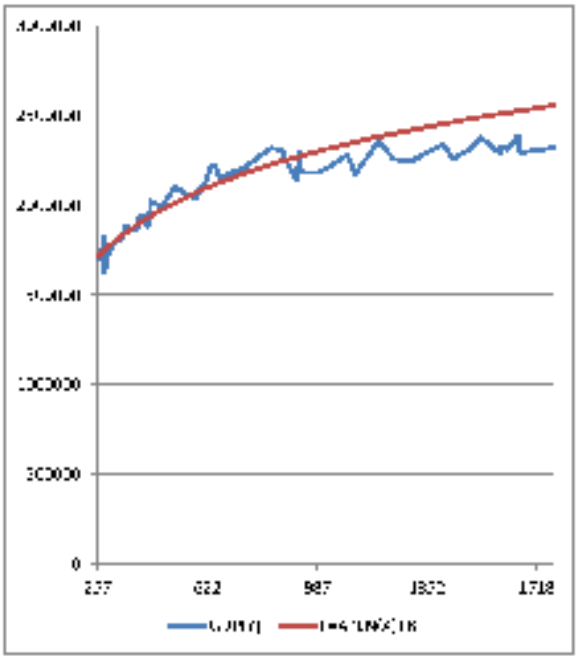
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	X2(G)	GDP(Y)	F=A*X+B	ABS(Y-F)	Abs (Y)		r	R				
2	276.75	1623740.9	1793326	169585	1623741		3.53%	17.04%	A	B		
3	288.15	1674123.5	1801945	127822	1674124				756.0754016	1584082.3		
4	273.65	1668185.8	1790982	122797	1668186				54.97334236	32394.222		
5	274.45	1753312.6	1791587	38275	1753313				0.832715946	86325.1715		
6	257.7	1702369.2	1778923	76554	1702369				189.1585308	38		
7	270.6	1749765.4	1788676	38911	1749765				1.40962E+12	2.8318E+11		
8	293.1	1736909.8	1805688	68778	1736910							
9	276.5	1826558.6	1793137	33421	1826559							
10	301.4	1748911.9	1811963	63052	1748912							
11	318.5	1811424.5	1824892	13468	1811425							
12	323.7	1808645.3	1828824	20179	1808645							
13	347.2	1887165.9	1846592	40574	1887166							
14	334.85	1803609.2	1837254	33645	1803609							
15	346	1855294	1845684	9610	1855294							
16	388	1859034.3	1877440	18405	1859034							
17	416.25	1948386.7	1898799	49588	1948387							
18	423.7	1876264.7	1904431	28167	1876265							
19	395.8	1940820	1883337	57483	1940820							
20	415.65	1930164.9	1898345	31820	1930165							
21	435.6	2024535.7	1913429	111107	2024536							
22	427.5	1932715.5	1907305	25411	1932716							
23	437.1	2016937	1914563	102374	2016937							
24	473.25	1996840.5	1941895	54946	1996841							
25	513	2101630.4	1971949	129681	2101630							
26	582	2036407.1	2024118	12289	2036407							
27	613.5	2107505.2	2047935	59571	2107505							
28	599.25	2097704.6	2037160	60544	2097705							
29	632	2213792.7	2061922	151871	2213793							
30	661.75	2154463.1	2084415	70048	2154463							
31	650.5	2219343.7	2075909	143434	2219344							
32	743	2209092	2145846	63246	2209092							
33	833.75	2320816.7	2214460	106357	2320817							
34	933.5	2230754.2	2289879	59124	2230754							
35	930.25	2300203.3	2287421	12782	2300203							
36	884.5	2260211.7	2252831	7381	2260212							
37	869.75	2310829.9	2241679	69151	2310830							
38	916.5	2138451.6	2277025	138574	2138452							
39	934.5	2186496.3	2290635	104138	2186496							
40	995.75	2182949.7	2336944	153995	2182950							
41	1087.5	2279094.3	2406314	127220	2279094							
42	1115.5	2175808.7	2427484	251676	2175809							
43	1244	2255981.8	2524640	268658	2255982							
44	1307	2253518.2	2572273	318755	2253518							
45	1405.5	2343678.1	2646746	303068	2343678							
46	1439	2261677.2	2672075	410398	2261677							
47	1505.5	2323950.1	2722354	398404	2323950							
48	1620	2312354.6	2808924	496570	2312355							
49	1531	2379897.9	2741634	361736	2379898							
50	1662.5	2293790.4	2841058	547267	2293790							
51	1598.5	2332140.7	2792669	460528	2332141							
52	1776	2321532.2	2926872	605340	2321532							
53	1657.5	2388622	2837277	448655	2388622							
54	1598.25	2288207.7	2792480	504272	2288208							
55	1192	2359098.7	2485324	126225	2359099							



	A	C	D		G	I
1	Value	=SUM(A:A)-B5	=ABS(A1-B1)	Abs(A1)	F	B
2	276.72	1622740.8	=$B$7*A2-$H$7	=ABS($B2-$C2)	=SUM(D2:D41)/SUM(E2:E41)	=SUM(D42:D81)/SUM(E42:E81)
3	296.16	1674129.6	=$B$7*A3-$H$7	=ABS($B3-$C3)		
4	314.24	1691116.8	=$B$7*A4-$H$7	=ABS($B4-$C4)		
5	314.24	1693512.6	=$B$7*A5-$H$7	=ABS($B5-$C5)		
6	227.7	1702058.2	=$B$7*A6-$H$7	=ABS($B6-$C6)	A	B
7	296.8	1746795.4	=$B$7*A7-$H$7	=ABS($B7-$C7)	=LINEST(A2:A41,A41:A41,TRUE,TRUE)	=LINEST(B2:B41,A2:A41,TRUE,TRUE)
8	296.8	1796930.8	=$B$7*A8-$H$7	=ABS($B8-$C8)	=LINEST(A2:A41,A41:A41,TRUE,TRUE)	=LINEST(B2:B41,A2:A41,TRUE,TRUE)
9	314	1809530.6	=$B$7*A9-$H$7	=ABS($B9-$C9)	=LINEST(A2:A41,A41:A41,TRUE,TRUE)	=LINEST(B2:B41,A2:A41,TRUE,TRUE)
10	301.4	1748911.8	=$B$7*A10+$H$7	=ABS($B10-$C10)	=LINEST(B2:B41,A2:A41,TRUE,TRUE)	=LINEST(B2:B41,A2:A41,TRUE,TRUE)
11	318.3	181 [illegible]	=$B$7*A11+$H$7	=ABS($B11-$C11)	=LINEST(B2:B41,A2:A41,TRUE,TRUE)	=LINEST(B2:B41,A2:A41,TRUE,TRUE)
12	444.7	1808845.9	=$B$7*A12+$H$7	=ABS($B12-$C12)		
13	314.2	1808 [illegible]	=$B$7*A13+$H$7	=ABS($B13-$C13)		
14	314.24	1808838.7	=$B$7*A14+$H$7	=ABS($B14-$C14)		
15	340	1800294	=$B$7*A15+$H$7	=ABS($B15-$C15)		
16	444	1859034.9	=$B$7*A16+$H$7	=ABS($B16-$C16)		
17	416.28	1948938.7	=$B$7*A17+$H$7	=ABS($B17-$C17)		
18	427.4	1834237.1	=$B$7*A18+$H$7	=ABS($B18-$C18)		
19	350.8	1940820	=$B$7*A19+$H$7	=ABS($B19-$C19)		
20	413.52	1900154.8	=$B$7*A20+$H$7	=ABS($B20-$C20)		
21	444.8	2024535.7	=$B$7*A21+$H$7	=ABS($B21-$C21)		
22	427	1937 [illegible]	=$B$7*A22+$H$7	=ABS($B22-$C22)		
23	417.1	2016857	=$B$7*A23+$H$7	=ABS($B23-$C23)		
24	473.23	1980840.0	=$B$7*A24+$H$7	=ABS($B24-$C24)		
25	414	2101830.4	=$B$7*A25+$H$7	=ABS($B25-$C25)		
26	444	2096407.7	=$B$7*A26+$H$7	=ABS($B26-$C26)		
27	427.1	2118526.1	=$B$7*A27+$H$7	=ABS($B27-$C27)		
28	399.23	2087734.6	=$B$7*A28+$H$7	=ABS($B28-$C28)		
29	452	2213780.7	=$B$7*A29+$H$7	=ABS($B29-$C29)		
30	444.8	2154493.7	=$B$7*A30+$H$7	=ABS($B30-$C30)		
31	427.4	2183545.1	=$B$7*A31+$H$7	=ABS($B31-$C31)		
32	427	2183097	=$B$7*A32+$H$7	=ABS($B32-$C32)		
33	483.72	2230816.7	=$B$7*A33+$H$7	=ABS($B33-$C33)		
34	444.8	2290754.2	=$B$7*A34+$H$7	=ABS($B34-$C34)		
35	444.28	2300239.9	=$B$7*A35+$H$7	=ABS($B35-$C35)		
36	427.4	2199211.1	=$B$7*A36+$H$7	=ABS($B36-$C36)		
37	456.72	2310828.8	=$B$7*A37+$H$7	=ABS($B37-$C37)		
38	516.3	2 364 31.6	=$B$7*A38+$H$7	=ABS($B38-$C38)		
39	444.8	2186498.9	=$B$7*A39+$H$7	=ABS($B39-$C39)		
40	427.1	2197949.1	=$B$7*A40+$H$7	=ABS($B40-$C40)		
41	1387.2	227809.2	=$B$7*A41+$H$7	=ABS($B41-$C41)		
42	1115.2	2 70838.7	=$B$7*A42+$H$7	=ABS($B42-$C42)		
43	444	2259381.8	=$B$7*A43+$H$7	=ABS($B43-$C43)		
44	1107	2 [illegible]	=$B$7*A44+$H$7	=ABS($B44-$C44)		
45	1107.4	2 [illegible]	=$B$7*A45+$H$7	=ABS($B45-$C45)		
46	1439	220 677.2	=$B$7*A46+$H$7	=ABS($B46-$C46)		
47	1116.2	2329050.7	=$B$7*A47+$H$7	=ABS($B47-$C47)		
48	1420	2312954.6	=$B$7*A48+$H$7	=ABS($B48-$C48)		
49	1107	2 [illegible]	=$B$7*A49+$H$7	=ABS($B49-$C49)		
50	1382.2	2283790.4	=$B$7*A50+$H$7	=ABS($B50-$C50)		
51	1358.2	2302140.7	=$B$7*A51+$H$7	=ABS($B51-$C51)		
52	1116	2321552.2	=$B$7*A52+$H$7	=ABS($B52-$C52)		
53	1107.4	2288629	=$B$7*A53+$H$7	=ABS($B53-$C53)		
54	1 [illegible]	2 [illegible]	=$B$7*A54+$H$7	=ABS($B54-$C54)		
55	1382	2309098.7	=$B$7*A55+$H$7	=ABS($B55-$C55)		

Логаритмична прогнозираща функция с фактор X2

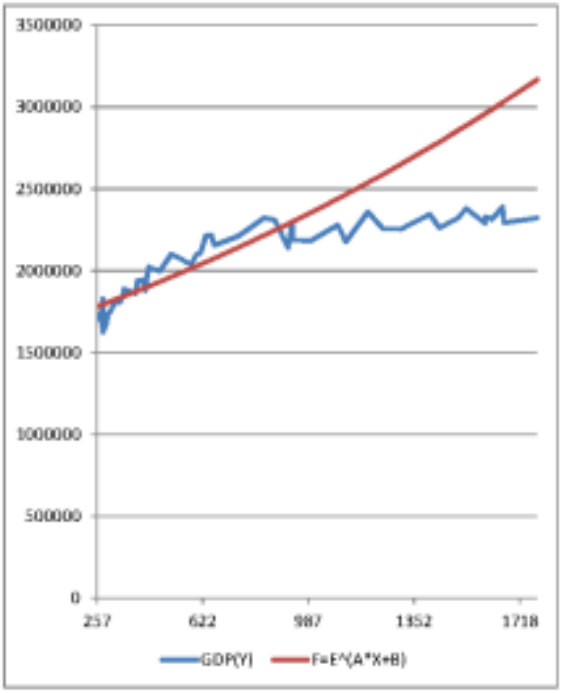
	A	B	C	D	E	F	G	I	J	K	L	M
1	X2[ ]	Y	[ ][ ]	[ ][ ]	[ ][ ]	abs[ ]		r	D			
2	276.75	5.623	1623740.6	1745863.332	122227.6	1623741		2.456	7.20%	A	B	
3	282.15	5.663	1674123.3	1761585.774	87462.27	1674124				486430.9446	703152.663	
4	273.65	5.612	1668138.8	1741052.264	72866.49	1663186				22144.35715	137170.0131	
5	274.45	5.611	1730512.0	1742025.113	1098629	1730513				0.910495044	60035.96588	
6	257.7	5.552	1702508.2	1714942.617	12470.75	1702508				999.4229821	16	
7	270.5	5.601	1749750.4	1730163.068	19004.71	1749766				1.04194E+12	1.06851E+11	
8	263.1	5.58	1726105.9	177 [illegible]	81 69.55	1726[illegible]						
9	275.5	5.621	1696558.4	1741577 [illegible]	45784.71	1696[illegible]						
10	261.7	5.566	1748911.6	1752265.447	3354.155	1748[illegible]						
11	268.5	5.591	1[illegible]	1[illegible]	[illegible]	1811435						
12	278.7	5.76	1808648.8	1814353.097	5713.097	1808648						
13	267.2	5.68	1867168.6	1844045.146	42220.75	1837166						
14	284.35	5.814	1808606.2	1826133.253	28320.15	1808606						
15	265	5.646	1856294	1841404.211	11689.87	1856294						
16	269	5.801	1e+06	1851404.25	54400.22	1859014						
17	406.25	6.311	1949580.7	1924107.159	25473.5	1949167						
18	423.7	6.349	1976284.7	1[illegible]	5[illegible]	1875945						
19	295.6	5.76	64[illegible]	1[illegible]	[illegible]	1[illegible]						
20	4[illegible]	5.69	1[illegible]	1[illegible]	[illegible]	1[illegible]						
21	435.6	6.077	2024588.7	1948907.8	80607.6	2024836						
22	427.5	6.066	1932718.8	1936746.046	8060.546	1932716						
23	437.1	6.08	2018637	1946433.178	71408.32	2018637						
24	470.25	6.16	1990840.1	1960117.760	10722.74	1990e41						
25	515	6.24	2101[illegible]	2011[illegible]	90113.09	2101[illegible]						
26	582	6.366	2[illegible]	2[illegible]	[illegible]	2[illegible]						
27	413.5	6.7	2[illegible]	[illegible]	14[illegible]	2[illegible]						
28	506.25	6.826	[illegible]	2[illegible]	14765.31	2[illegible]						
29	632	6.749	[illegible]	2[illegible]	107413.5	2[illegible]						
30	661.75	6.493	2154463.1	2126437.068	28025.73	2154463						
31	650.5	6.476	2218844.2	2118854.067	100389.6	2218844						
32	748	6.611	2209082	2176879.688	32112.35	2209082						
33	6[illegible]	6.720	2[illegible]	2[illegible]	91.40.81	2[illegible]						
34	5[illegible]	6.819	2[illegible]	2[illegible]	4.[illegible]	2[illegible]						
35	5[illegible]	6.81[illegible]	2[illegible]	2[illegible]	2.[illegible]	2[illegible]						
36	6[illegible]	6.7[illegible]	2[illegible]	2[illegible]	[illegible]	2[illegible]						
37	5[illegible]	6.[illegible]	2[illegible]	[illegible]	[illegible]	2[illegible]						
38	615.5	6.82[illegible]	2[illegible]	[illegible]	1[illegible]	2[illegible]						
39	617.5	6.84	2[illegible]	2[illegible]	[illegible]	2[illegible]						
40	695.75	6.903	2182948.7	2304766.711	121817	2182948						
41	1087.5	6.992	2279094.2	2343238.671	64138.67	2279094						
42	1115.5	7.017	2175306.7	2354823.581	179516.9	2175806						
43	1244	7.126	2[illegible]	2[illegible]	14.900.5	2[illegible]						
44	1307	7.171	2[illegible]	2[illegible]	169954.9	2[illegible]						
45	1405.5	7.24[illegible]	2[illegible]	2[illegible]	111965.5	2[illegible]						
46	1431	7.27[illegible]	2[illegible]	2[illegible]	207785.7	2[illegible]						
47	1[illegible]	7.3[illegible]	2[illegible]	2[illegible]	14.[illegible]	2[illegible]						
48	1623	7.39[illegible]	2[illegible]	2[illegible]	204815.5	2[illegible]						
49	1681	7.384	2378397.6	2402517.681	112612.3	2378668						
50	1662.5	7.416	2283790.4	2528478.161	244825.3	2298790						
51	1898.5	7.377	2332140.7	2511340.277	179199.6	2332141						
52	1[illegible]	7.4[illegible]	2[illegible]	2[illegible]	21.[illegible]	2[illegible]						
53	1667.5	7.411	2298622	2527198.669	11[illegible]	2298622						
54	1.98.25	7.[illegible]	2[illegible]	2[illegible]	2[illegible]	2[illegible]						
55	1112	7.[illegible]	2[illegible]	2[illegible]	21.78.28	2[illegible]						



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	X2(G)	Z	GLD'(Y)	F=A*LN(X)+B	ABS(F-Y)	abs(Y)		r	R
2	276.75	=LN(A2)	1623740.9	=$H$7*LN(A2)+$I$7	=ABS(C2-D2)	=ABS(C2)		=SUM(E2:E41)/SUM(F2:F41)	=SUM(E42:E55)/SUM(F42:F55)
3	288.15	=LN(A3)	1674123.5	=$H$7*LN(A3)+$I$7	=ABS(C3-D3)	=ABS(C3)			
4	273.65	=LN(A4)	1660185.8	=$H$7*LN(A4)+$I$7	=ABS(C4-D4)	=ABS(C4)			
5	274.45	=LN(A5)	1753312.6	=$H$7*LN(A5)+$I$7	=ABS(C5-D5)	=ABS(C5)			
6	257.7	=LN(A6)	1702369.2	=$H$7*LN(A6)+$I$7	=ABS(C6-D6)	=ABS(C6)		A	B
7	270.6	=LN(A7)	1749788.4	=$H$7*LN(A7)+$I$7	=ABS(C7-D7)	=ABS(C7)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
8	293.1	=LN(A8)	1736909.8	=$H$7*LN(A8)+$I$7	=ABS(C8-D8)	=ABS(C8)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
9	276.5	=LN(A9)	1826558.6	=$H$7*LN(A9)+$I$7	=ABS(C9-D9)	=ABS(C9)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
10	301.4	=LN(A10)	1748911.9	=$H$7*LN(A10)+$I$7	=ABS(C10-D10)	=ABS(C10)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
11	318.5	=LN(A11)	1811424.5	=$H$7*LN(A11)+$I$7	=ABS(C11-D11)	=ABS(C11)		=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;B2:B41;TRUE;TRUE)
12	323.7	=LN(A12)	1808645.3	=$H$7*LN(A12)+$I$7	=ABS(C12-D12)	=ABS(C12)			
13	347.2	=LN(A13)	1887165.9	=$H$7*LN(A13)+$I$7	=ABS(C13-D13)	=ABS(C13)			
14	334.85	=LN(A14)	1803609.2	=$H$7*LN(A14)+$I$7	=ABS(C14-D14)	=ABS(C14)			
15	346	=LN(A15)	1866294	=$H$7*LN(A15)+$I$7	=ABS(C15-D15)	=ABS(C15)			
16	388	=LN(A16)	1859034.3	=$H$7*LN(A16)+$I$7	=ABS(C16-D16)	=ABS(C16)			
17	416.25	=LN(A17)	1948386.7	=$H$7*LN(A17)+$I$7	=ABS(C17-D17)	=ABS(C17)			
18	423.7	=LN(A18)	1876264.7	=$H$7*LN(A18)+$I$7	=ABS(C18-D18)	=ABS(C18)			
19	395.8	=LN(A19)	1940820	=$H$7*LN(A19)+$I$7	=ABS(C19-D19)	=ABS(C19)			
20	415.65	=LN(A20)	1930164.9	=$H$7*LN(A20)+$I$7	=ABS(C20-D20)	=ABS(C20)			
21	435.6	=LN(A21)	2024535.7	=$H$7*LN(A21)+$I$7	=ABS(C21-D21)	=ABS(C21)			
22	427.5	=LN(A22)	1932715.5	=$H$7*LN(A22)+$I$7	=ABS(C22-D22)	=ABS(C22)			
23	437.1	=LN(A23)	2016937	=$H$7*LN(A23)+$I$7	=ABS(C23-D23)	=ABS(C23)			
24	473.25	=LN(A24)	1996840.5	=$H$7*LN(A24)+$I$7	=ABS(C24-D24)	=ABS(C24)			
25	513	=LN(A25)	2101630.4	=$H$7*LN(A25)+$I$7	=ABS(C25-D25)	=ABS(C25)			
26	582	=LN(A26)	2036407.1	=$H$7*LN(A26)+$I$7	=ABS(C26-D26)	=ABS(C26)			
27	613.5	=LN(A27)	2107505.2	=$H$7*LN(A27)+$I$7	=ABS(C27-D27)	=ABS(C27)			
28	599.25	=LN(A28)	2097704.8	=$H$7*LN(A28)+$I$7	=ABS(C28-D28)	=ABS(C28)			
29	632	=LN(A29)	2213792.7	=$H$7*LN(A29)+$I$7	=ABS(C29-D29)	=ABS(C29)			
30	661.75	=LN(A30)	2164463.1	=$H$7*LN(A30)+$I$7	=ABS(C30-D30)	=ABS(C30)			
31	650.5	=LN(A31)	2219343.7	=$H$7*LN(A31)+$I$7	=ABS(C31-D31)	=ABS(C31)			
32	743	=LN(A32)	2209092	=$H$7*LN(A32)+$I$7	=ABS(C32-D32)	=ABS(C32)			
33	833.75	=LN(A33)	2320816.7	=$H$7*LN(A33)+$I$7	=ABS(C33-D33)	=ABS(C33)			
34	933.5	=LN(A34)	2230754.2	=$H$7*LN(A34)+$I$7	=ABS(C34-D34)	=ABS(C34)			
35	930.25	=LN(A35)	2300203.3	=$H$7*LN(A35)+$I$7	=ABS(C35-D35)	=ABS(C35)			
36	884.5	=LN(A36)	2260211.7	=$H$7*LN(A36)+$I$7	=ABS(C36-D36)	=ABS(C36)			
37	869.75	=LN(A37)	2310829.9	=$H$7*LN(A37)+$I$7	=ABS(C37-D37)	=ABS(C37)			
38	916.5	=LN(A38)	2138451.6	=$H$7*LN(A38)+$I$7	=ABS(C38-D38)	=ABS(C38)			
39	934.5	=LN(A39)	2186436.3	=$H$7*LN(A39)+$I$7	=ABS(C39-D39)	=ABS(C39)			
40	995.75	=LN(A40)	2182949.7	=$H$7*LN(A40)+$I$7	=ABS(C40-D40)	=ABS(C40)			
41	1087.5	=LN(A41)	2279084.3	=$H$7*LN(A41)+$I$7	=ABS(C41-D41)	=ABS(C41)			
42	1115.5	=LN(A42)	2175899.7	=$H$7*LN(A42)+$I$7	=ABS(C42-D42)	=ABS(C42)			
43	1244	=LN(A43)	2256981.8	=$H$7*LN(A43)+$I$7	=ABS(C43-D43)	=ABS(C43)			
44	1307	=LN(A44)	2253518.2	=$H$7*LN(A44)+$I$7	=ABS(C44-D44)	=ABS(C44)			
45	1405.5	=LN(A45)	2343678.1	=$H$7*LN(A45)+$I$7	=ABS(C45-D45)	=ABS(C45)			
46	1439	=LN(A46)	2261677.2	=$H$7*LN(A46)+$I$7	=ABS(C46-D46)	=ABS(C46)			
47	1505.5	=LN(A47)	2323950.1	=$H$7*LN(A47)+$I$7	=ABS(C47-D47)	=ABS(C47)			
48	1620	=LN(A48)	2312354.6	=$H$7*LN(A48)+$I$7	=ABS(C48-D48)	=ABS(C48)			
49	1531	=LN(A49)	2379857.9	=$H$7*LN(A49)+$I$7	=ABS(C49-D49)	=ABS(C49)			
50	1662.5	=LN(A50)	2293790.4	=$H$7*LN(A50)+$I$7	=ABS(C50-D50)	=ABS(C50)			
51	1598.5	=LN(A51)	2332140.7	=$H$7*LN(A51)+$I$7	=ABS(C51-D51)	=ABS(C51)			
52	1776	=LN(A52)	2321532.2	=$H$7*LN(A52)+$I$7	=ABS(C52-D52)	=ABS(C52)			
53	1657.5	=LN(A53)	2388622	=$H$7*LN(A53)+$I$7	=ABS(C53-D53)	=ABS(C53)			
54	1598.25	=LN(A54)	2286207.7	=$H$7*LN(A54)+$I$7	=ABS(C54-D54)	=ABS(C54)			
55	1192	=LN(A55)	2359098.7	=$H$7*LN(A55)+$I$7	=ABS(C55-D55)	=ABS(C55)			

Експоненциална прогнозираща функция с фактор X2

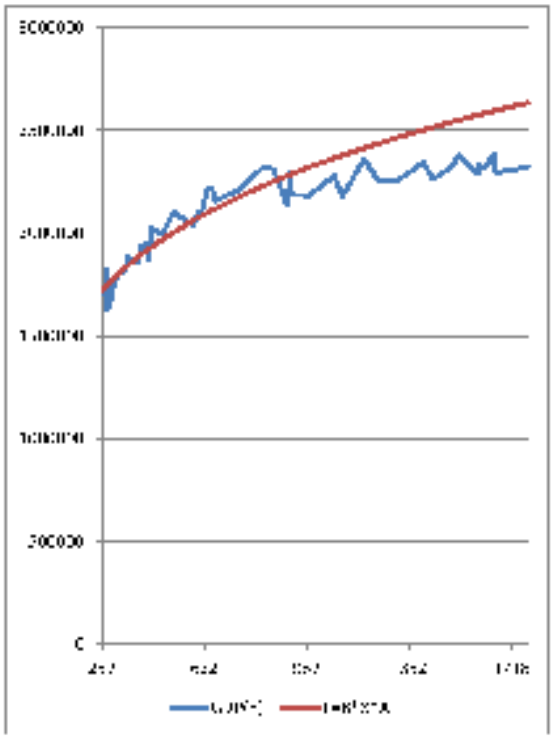
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	X2(G)	GDP(Y)	LN(Y)	F=E^(A*X+B)	ABS(F-Y)	abs(Y)		r	R			
2	276.75	1623741	14.3	1793445.238	169704.34	1623740.9		3.75%	22.78%	A	B	
3	288.15	1674124	14.33	1801211.08	127087.58	1674123.5				0.000379	14.29476	
4	273.65	1668186	14.33	1791339.27	123153.47	1668185.8				2.92E-05	0.01723	
5	274.45	1753313	14.38	1791882.509	38569.909	1753312.6				0.815553	0.045916	
6	257.7	1702369	14.35	1780542.758	78173.558	1702369.2				168.0207	38	
7	270.6	1749765	14.37	1789269.683	39504.283	1749765.4				0.354229	0.080113	
8	293.1	1736910	14.37	1804593.552	67683.752	1736909.8						
9	276.5	1826559	14.42	1793275.31	33283.29	1826558.6						
10	301.4	1748912	14.37	1810279.433	61367.533	1748911.9						
11	318.5	1811425	14.41	1822050.257	10625.757	1811424.5						
12	323.7	1808645	14.41	1825644.842	16999.542	1808645.3						
13	347.2	1887166	14.45	1841978.245	45187.655	1887165.9						
14	334.85	1803609	14.41	1833376.385	29767.185	1803609.2						
15	346	1855294	14.43	1841140.67	14153.33	1855294						
16	388	1859034	14.44	1870683.666	11649.366	1859034.3						
17	416.25	1948387	14.48	1890821.044	57565.656	1948386.7						
18	423.7	1876265	14.44	1896167.635	19902.935	1876264.7						
19	395.8	1940820	14.48	1876222.19	64597.81	1940820						
20	415.65	1930165	14.47	1890391.102	39773.798	1930164.9						
21	435.6	2024536	14.52	1904739.207	119796.49	2024535.7						
22	427.5	1932716	14.47	1898900.575	33814.925	1932715.5						
23	437.1	2016937	14.52	1905822.403	111114.6	2016937						
24	473.25	1996841	14.51	1932114.568	64725.932	1996840.5						
25	513	2101630	14.56	1961443.931	140186.47	2101630.4						
26	582	2036407	14.53	2013416.384	22990.716	2036407.1						
27	613.5	2107505	14.56	2037598.608	69906.592	2107505.2						
28	599.25	2097705	14.56	2026623.262	71081.338	2097704.6						
29	632	2213793	14.61	2051936.023	161856.68	2213792.7						
30	661.75	2154463	14.58	2075203.997	79259.103	2154463.1						
31	650.5	2219344	14.61	2066374.322	152969.38	2219343.7						
32	743	2209092	14.61	2140104.099	68987.901	2209092						
33	833.75	2320817	14.66	2214994.966	105821.73	2320816.7						
34	933.5	2230754	14.62	2300339.98	69585.78	2230754.2						
35	930.25	2300203	14.65	2297508.165	2695.1352	2300203.3						
36	884.5	2260212	14.63	2258012.878	2198.8225	2260211.7						
37	869.75	2310830	14.65	2245424.724	65405.176	2310829.9						
38	916.5	2138452	14.58	2285565.93	147114.33	2138451.6						
39	934.5	2186496	14.6	2301212.01	114715.71	2186496.3						
40	995.75	2182950	14.6	2355258.872	172309.17	2182949.7						
41	1087.5	2279094	14.64	2438602.966	159508.67	2279094.3						
42	1115.5	2175809	14.59	2464620.29	288811.59	2175808.7						
43	1244	2255982	14.63	2587627.027	331645.23	2255981.8						
44	1307	2253518	14.63	2650157.913	396639.71	2253518.2						
45	1405.5	2343678	14.67	2750966.369	407288.27	2343678.1						
46	1439	2261677	14.63	2786118.134	524440.93	2261677.2						
47	1505.5	2323950	14.66	2857233.387	533283.29	2323950.1						
48	1620	2312355	14.65	2983959.432	671604.83	2312354.6						
49	1531	2379898	14.68	2884982.129	505084.23	2379897.9						
50	1662.5	2293790	14.65	3032414.742	738624.34	2293790.4						
51	1598.5	2332141	14.66	2959742.447	627601.75	2332140.7						
52	1776	2321532	14.66	3165710.474	844178.27	2321532.2						
53	1657.5	2388622	14.69	3026673.523	638051.52	2388622						
54	1598.25	2288208	14.64	2959462.013	671254.31	2288207.7						
55	1192	2359099	14.67	2537127.264	178028.56	2359098.7						

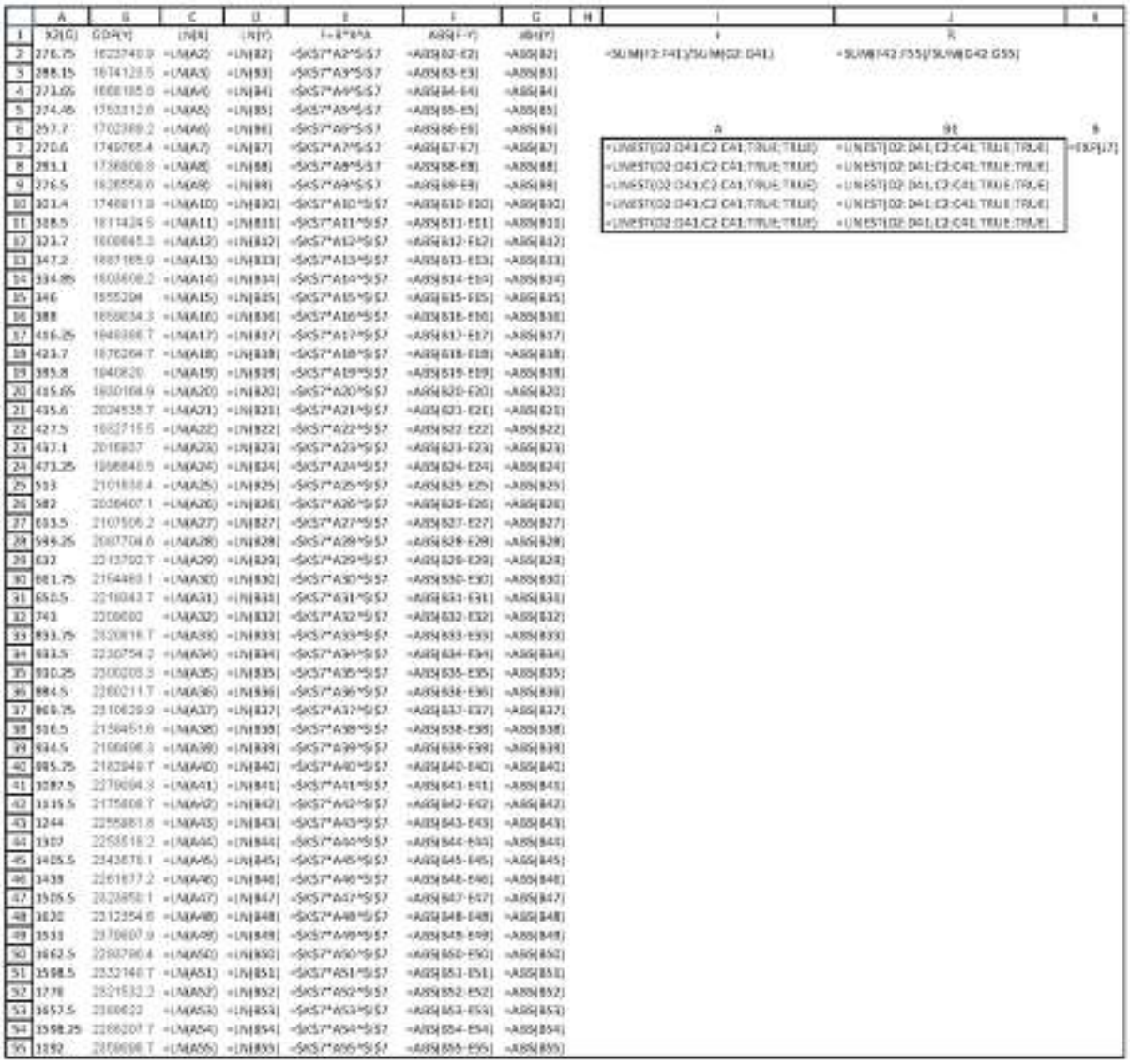


	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	X2(G)	GDP(Y)	LN(Y)	F=EXP(A*X+B)	ABS(F-Y)	abs(Y)		r	R
2	276.75	1623740.9	=LN(B2)	=EXP($H$7*A2+$I$7)	=ABS(B2-D2)	=ABS(B2)		=SUM(E2:E41)/SUM(F2:F41)	=SUM(E42:E55)/SUM(F42:F55)
3	288.15	1674123.5	=LN(B3)	=EXP($H$7*A3+$I$7)	=ABS(B3-D3)	=ABS(B3)			
4	273.65	1660185.8	=LN(B4)	=EXP($H$7*A4+$I$7)	=ABS(B4-D4)	=ABS(B4)			
5	274.45	1763312.6	=LN(B5)	=EXP($H$7*A5+$I$7)	=ABS(B5-D5)	=ABS(B5)			
6	257.7	1702369.2	=LN(B6)	=EXP($H$7*A6+$I$7)	=ABS(B6-D6)	=ABS(B6)		A	B
7	270.6	1749765.4	=LN(B7)	=EXP($H$7*A7+$I$7)	=ABS(B7-D7)	=ABS(B7)		=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)
8	293.1	1736809.8	=LN(B8)	=EXP($H$7*A8+$I$7)	=ABS(B8-D8)	=ABS(B8)		=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)
9	276.5	1826568.6	=LN(B9)	=EXP($H$7*A9+$I$7)	=ABS(B9-D9)	=ABS(B9)		=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)
10	301.4	1748911.9	=LN(B10)	=EXP($H$7*A10+$I$7)	=ABS(B10-D10)	=ABS(B10)		=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)
11	318.5	1811424.5	=LN(B11)	=EXP($H$7*A11+$I$7)	=ABS(B11-D11)	=ABS(B11)		=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)	=LINEST(C2:C41;A2:A41;TRUE;TRUE)
12	323.7	1808645.3	=LN(B12)	=EXP($H$7*A12+$I$7)	=ABS(B12-D12)	=ABS(B12)			
13	347.2	1887165.9	=LN(B13)	=EXP($H$7*A13+$I$7)	=ABS(B13-D13)	=ABS(B13)			
14	334.85	1803609.2	=LN(B14)	=EXP($H$7*A14+$I$7)	=ABS(B14-D14)	=ABS(B14)			
15	346	1855294	=LN(B15)	=EXP($H$7*A15+$I$7)	=ABS(B15-D15)	=ABS(B15)			
16	388	1859034.3	=LN(B16)	=EXP($H$7*A16+$I$7)	=ABS(B16-D16)	=ABS(B16)			
17	416.25	1948386.7	=LN(B17)	=EXP($H$7*A17+$I$7)	=ABS(B17-D17)	=ABS(B17)			
18	423.7	1876264.7	=LN(B18)	=EXP($H$7*A18+$I$7)	=ABS(B18-D18)	=ABS(B18)			
19	395.8	1940820	=LN(B19)	=EXP($H$7*A19+$I$7)	=ABS(B19-D19)	=ABS(B19)			
20	415.65	1930164.9	=LN(B20)	=EXP($H$7*A20+$I$7)	=ABS(B20-D20)	=ABS(B20)			
21	435.6	2024536.7	=LN(B21)	=EXP($H$7*A21+$I$7)	=ABS(B21-D21)	=ABS(B21)			
22	427.5	1932716.6	=LN(B22)	=EXP($H$7*A22+$I$7)	=ABS(B22-D22)	=ABS(B22)			
23	437.1	2016937	=LN(B23)	=EXP($H$7*A23+$I$7)	=ABS(B23-D23)	=ABS(B23)			
24	473.25	1996840.5	=LN(B24)	=EXP($H$7*A24+$I$7)	=ABS(B24-D24)	=ABS(B24)			
25	513	2101630.4	=LN(B25)	=EXP($H$7*A25+$I$7)	=ABS(B25-D25)	=ABS(B25)			
26	582	2036407.1	=LN(B26)	=EXP($H$7*A26+$I$7)	=ABS(B26-D26)	=ABS(B26)			
27	613.5	2107586.2	=LN(B27)	=EXP($H$7*A27+$I$7)	=ABS(B27-D27)	=ABS(B27)			
28	599.25	2097704.6	=LN(B28)	=EXP($H$7*A28+$I$7)	=ABS(B28-D28)	=ABS(B28)			
29	632	2213792.7	=LN(B29)	=EXP($H$7*A29+$I$7)	=ABS(B29-D29)	=ABS(B29)			
30	661.75	2154463.1	=LN(B30)	=EXP($H$7*A30+$I$7)	=ABS(B30-D30)	=ABS(B30)			
31	650.5	2219343.7	=LN(B31)	=EXP($H$7*A31+$I$7)	=ABS(B31-D31)	=ABS(B31)			
32	743	2209092	=LN(B32)	=EXP($H$7*A32+$I$7)	=ABS(B32-D32)	=ABS(B32)			
33	833.75	2320816.7	=LN(B33)	=EXP($H$7*A33+$I$7)	=ABS(B33-D33)	=ABS(B33)			
34	933.5	2230754.2	=LN(B34)	=EXP($H$7*A34+$I$7)	=ABS(B34-D34)	=ABS(B34)			
35	930.25	2300203.3	=LN(B35)	=EXP($H$7*A35+$I$7)	=ABS(B35-D35)	=ABS(B35)			
36	884.5	2260211.7	=LN(B36)	=EXP($H$7*A36+$I$7)	=ABS(B36-D36)	=ABS(B36)			
37	869.75	2310829.9	=LN(B37)	=EXP($H$7*A37+$I$7)	=ABS(B37-D37)	=ABS(B37)			
38	916.5	2138451.6	=LN(B38)	=EXP($H$7*A38+$I$7)	=ABS(B38-D38)	=ABS(B38)			
39	934.5	2186496.3	=LN(B39)	=EXP($H$7*A39+$I$7)	=ABS(B39-D39)	=ABS(B39)			
40	995.75	2182949.7	=LN(B40)	=EXP($H$7*A40+$I$7)	=ABS(B40-D40)	=ABS(B40)			
41	1087.5	2279094.3	=LN(B41)	=EXP($H$7*A41+$I$7)	=ABS(B41-D41)	=ABS(B41)			
42	1115.5	2176808.7	=LN(B42)	=EXP($H$7*A42+$I$7)	=ABS(B42-D42)	=ABS(B42)			
43	1244	2256361.8	=LN(B43)	=EXP($H$7*A43+$I$7)	=ABS(B43-D43)	=ABS(B43)			
44	1307	2253518.2	=LN(B44)	=EXP($H$7*A44+$I$7)	=ABS(B44-D44)	=ABS(B44)			
45	1405.5	2343678.1	=LN(B45)	=EXP($H$7*A45+$I$7)	=ABS(B45-D45)	=ABS(B45)			
46	1439	2261677.2	=LN(B46)	=EXP($H$7*A46+$I$7)	=ABS(B46-D46)	=ABS(B46)			
47	1505.5	2323950.1	=LN(B47)	=EXP($H$7*A47+$I$7)	=ABS(B47-D47)	=ABS(B47)			
48	1620	2312354.6	=LN(B48)	=EXP($H$7*A48+$I$7)	=ABS(B48-D48)	=ABS(B48)			
49	1531	2379897.9	=LN(B49)	=EXP($H$7*A49+$I$7)	=ABS(B49-D49)	=ABS(B49)			
50	1662.5	2293780.4	=LN(B50)	=EXP($H$7*A50+$I$7)	=ABS(B50-D50)	=ABS(B50)			
51	1588.5	2332140.7	=LN(B51)	=EXP($H$7*A51+$I$7)	=ABS(B51-D51)	=ABS(B51)			
52	1776	2321532.2	=LN(B52)	=EXP($H$7*A52+$I$7)	=ABS(B52-D52)	=ABS(B52)			
53	1657.5	2388622	=LN(B53)	=EXP($H$7*A53+$I$7)	=ABS(B53-D53)	=ABS(B53)			
54	1598.25	2288207.7	=LN(B54)	=EXP($H$7*A54+$I$7)	=ABS(B54-D54)	=ABS(B54)			
55	1192	2369869.7	=LN(B55)	=EXP($H$7*A55+$I$7)	=ABS(B55-D55)	=ABS(B55)			

Показателна прогнозираща функция с фактор X2

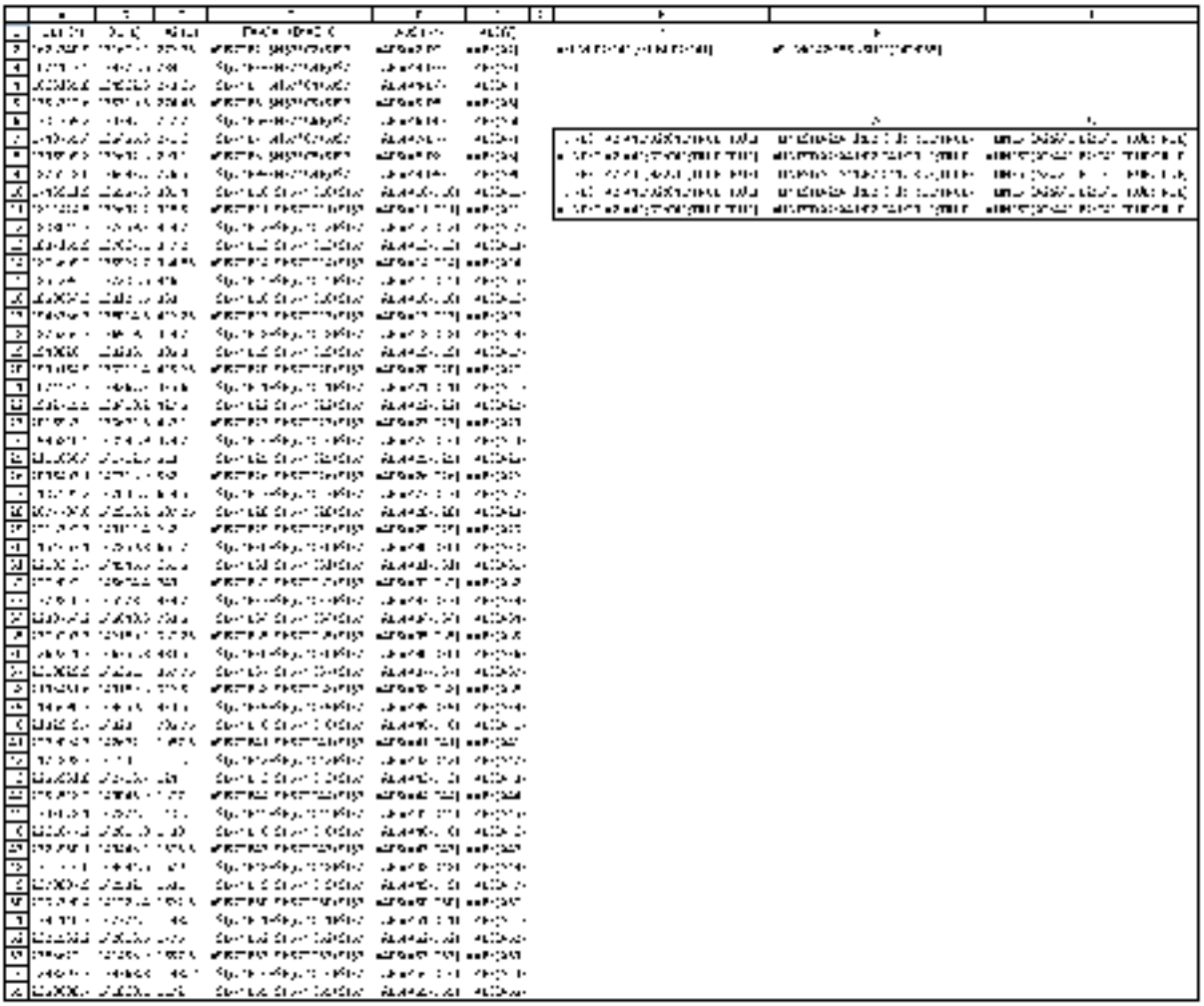
	A	B	C	D	E		G	H	I	J	K	L	M
1	X2(G)	#ОТСЪЧ!	LN(X)	LN(Y)	F=B7*A7	ABS(F-Y)	abs(F-Y)/Y		r	R	A	B1	B
2	276.75	1633741	5.62	14.3	1750147	126406.2	1633741		0.834	0.7	0.222087	15.15791	507882.7
3	299.15	1641e4	5.66	14.33	1[illegible]	501[illegible]	1641e4				0.311739	0.072[illegible]	
4	278.65	1666166	5.61	14.33	1743614	77628.83	1666166				0.302439	0.066689	
5	277.75	1755815	5.61	14.38	1746056	9376.857	1755815				851.8787	.58	
6	257.7	1[illegible]909	5.55	14.35	1[illegible]97	2[illegible]7.55	1[illegible]909				0.291955	0.04[illegible]68	
7	270.6	1749763	5.6	14.37	1741314	8251.289	1749763						
8	278.1	1756010	5.63	14.37	1771503	15487.71	1756010						
9	276.5	1[illegible]09	5.62	14.42	1749799	7[illegible]5.47	1[illegible]09						
10	301.4	1746912	5.71	14.37	1766616	34803.81	1746912						
11	318.5	1811435	5.76	14.71	1905107	6322.58	1811435						
12	323.7	1[illegible]64	5.78	14.41	1811.46	25[illegible]	1[illegible]64						
13	307.2	1667166	5.73	14.45	1[illegible]86	47467.44	1667166						
14	307.85	1906409	5.81	14.71	1[illegible]95	2[illegible]6.17	1906409						
15	340	1[illegible]94	5.83	14.43	1[illegible]97	2[illegible]3.53	1[illegible]94						
16	333	1[illegible]64	5.81	14.44	1[illegible]26	26[illegible]4.04	1[illegible]64						
17	316.25	1[illegible]87	5.76	14.78	1[illegible]09	33777.58	1[illegible]87						
18	323.7	1[illegible]63	5.78	14.44	1[illegible]97	4[illegible]2.42	1[illegible]63						
19	305.8	1940620	5.72	14.48	1[illegible]06	47317.18	1940620						
20	316.35	1[illegible]65	5.76	14.77	1[illegible]01	4[illegible]3.78	1[illegible]65						
21	335.6	2[illegible]96	5.82	14.52	1[illegible]46	5[illegible]6.32	2[illegible]96						
22	327.5	1962716	5.79	14.47	1923677	6838.48	1962716						
23	297.1	2016057	5.69	14.52	1[illegible]11	8[illegible]5.11	2016057						
24	273.25	1996841	5.61	14.51	1[illegible]47	2[illegible]1.04	1996841						
25	318	2[illegible]60	5.76	14.56	2004710	9[illegible]0.61	2[illegible]60						
26	302	2056407	5.71	14.53	2061156	24748.16	2056407						
27	313.5	2[illegible]40	5.75	14.56	2[illegible]01	22304.25	2[illegible]40						
28	309.25	2097703	5.74	14.56	2074446	23258.35	2097703						
29	302	2[illegible]05	5.71	14.51	2[illegible]77	2[illegible]5.16	2[illegible]05						
30	301.75	2[illegible]03	5.71	14.59	2[illegible]26	24234.37	2[illegible]03						
31	301.5	2219644	5.71	14.61	2112244	2[illegible]0.6	2219644						
32	278	2[illegible]03	5.63	14.51	2[illegible]51	34147	2[illegible]03						
33	333.75	2[illegible]17	5.73	14.56	2[illegible]06	5[illegible]0.09	2[illegible]17						
34	308.5	2260734	5.74	14.62	2266872	6[illegible]8.28	2260734						
35	283.25	2[illegible]06	5.67	14.55	2[illegible]18	24085.18	2[illegible]06						
36	304.5	2[illegible]1e	5.72	14.63	2[illegible]00	2[illegible]1.0994	2[illegible]1e						
37	309.75	2[illegible]60	5.77	14.65	2[illegible]36	5[illegible]7.87	2[illegible]60						
38	316.5	2[illegible]63	5.82	14.58	2[illegible]43	2[illegible]0.71	2[illegible]63						
39	304.5	2[illegible]96	5.74	14.6	2[illegible]11	2[illegible]5.5	2[illegible]96						
40	305.75	2[illegible]30	5.7	14.6	2[illegible]90	2[illegible]0.8	2[illegible]30						
41	1087.5	3779004	6.77	14.87	3[illegible]18	6[illegible]3.87	3779004						
42	1115.5	2[illegible]09	7.02	14.59	2[illegible]36	2[illegible]0.71	2[illegible]09						
43	1244	2[illegible]62	7.13	14.68	2[illegible]64	2[illegible]1.9	2[illegible]62						
44	1207	3[illegible]18	7.16	14.68	3[illegible]60	2[illegible]1.8	3[illegible]18						
45	1205.5	2[illegible]76	7.25	14.67	2[illegible]40	2[illegible]2.3	2[illegible]76						
46	1489	2261677	7.27	14.68	2313434	2[illegible]7.8	2261677						
47	1505.5	3[illegible]50	7.32	14.85	3[illegible]91	2[illegible]4.2	3[illegible]50						
48	1520	2[illegible]33	7.33	14.65	2[illegible]94	2[illegible]5.3	2[illegible]33						
49	1581	2[illegible]86	7.33	14.68	2[illegible]91	2[illegible]3.3	2[illegible]86						
50	1582.5	3[illegible]00	7.37	14.85	3[illegible]18	3[illegible]7.5	3[illegible]00						
51	1549.5	2[illegible]41	7.39	14.66	2[illegible]13	2[illegible]4	2[illegible]41						
52	1778	2[illegible]62	7.48	14.68	2[illegible]37	3[illegible]4.8	2[illegible]62						
53	1557.5	3[illegible]77	7.41	14.81	3[illegible]18	2[illegible]5.5	3[illegible]77						
54	1549.25	2[illegible]08	7.39	14.64	2[illegible]26	2[illegible]0.4	2[illegible]08						
55	1192	2[illegible]99	7.08	14.67	2[illegible]32	5[illegible]3.89	2[illegible]99						



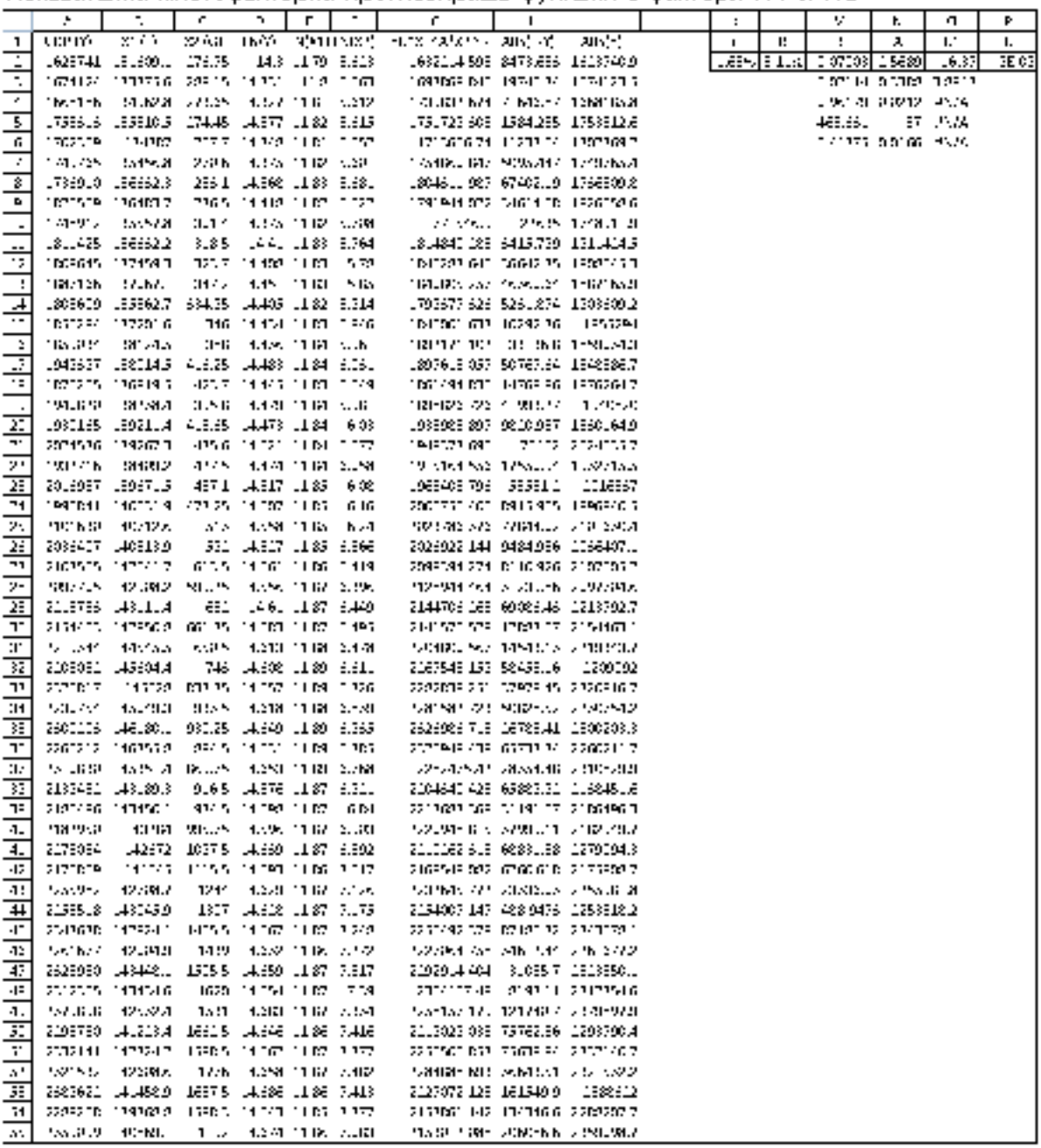


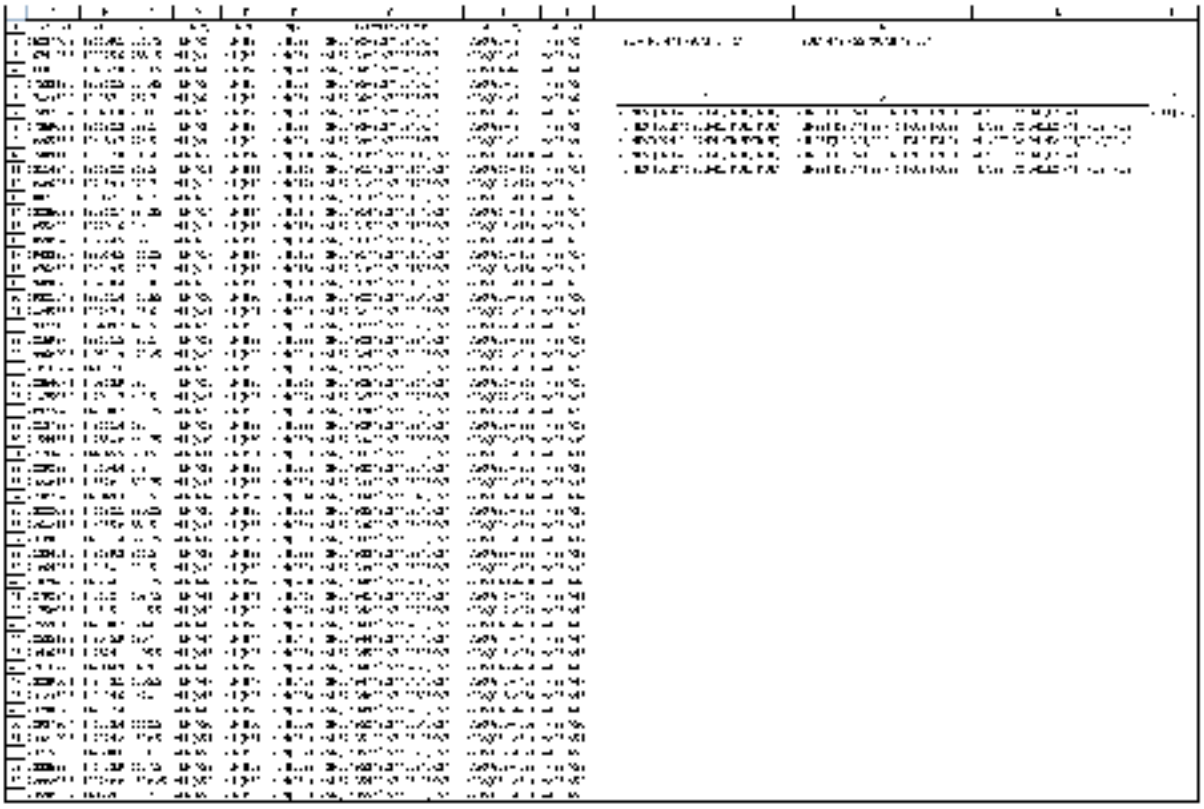
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	X2(G)	GDP(Y)	LN(X)	LN(Y)	Y=A*X^A	A89(F-Y)	ABS(F)		I	K	
2	276.75	1623740.9	=LN(A2)	=LN(B2)	=$K$7*A2^$L$7	=AB5(B2-E2)	=ABS(B2)		=SUM(F2:F41)/SUM(G2:G41)	=SUM(F42:F55)/SUM(G42:G55)	
3	288.15	1674128.5	=LN(A3)	=LN(B3)	=$K$7*A3^$L$7	=AB5(B3-E3)	=ABS(B3)				
4	273.05	1668185.9	=LN(A4)	=LN(B4)	=$K$7*A4^$L$7	=AB5(B4-E4)	=ABS(B4)				
5	274.45	1753312.8	=LN(A5)	=LN(B5)	=$K$7*A5^$L$7	=AB5(B5-E5)	=ABS(B5)				
6	257.7	1702389.2	=LN(A6)	=LN(B6)	=$K$7*A6^$L$7	=AB5(B6-E6)	=ABS(B6)		A	91	9
7	220.6	1749765.4	=LN(A7)	=LN(B7)	=$K$7*A7^$L$7	=AB5(B7-E7)	=ABS(B7)		=LINEST(D2:D41;C2:C41;TRUE;TRUE)	=LINEST(D2:D41;C2:C41;TRUE;TRUE)	=EXP(L7)
8	293.1	1736000.9	=LN(A8)	=LN(B8)	=$K$7*A8^$L$7	=AB5(B8-E8)	=ABS(B8)		=LINEST(D2:D41;C2:C41;TRUE;TRUE)	=LINEST(D2:D41;C2:C41;TRUE;TRUE)	
9	276.5	1828558.6	=LN(A9)	=LN(B9)	=$K$7*A9^$L$7	=AB5(B9-E9)	=ABS(B9)		=LINEST(D2:D41;C2:C41;TRUE;TRUE)	=LINEST(D2:D41;C2:C41;TRUE;TRUE)	
10	301.4	1748811.8	=LN(A10)	=LN(B10)	=$K$7*A10^$L$7	=AB5(B10-E10)	=ABS(B10)		=LINEST(D2:D41;C2:C41;TRUE;TRUE)	=LINEST(D2:D41;C2:C41;TRUE;TRUE)	
11	308.5	1811424.5	=LN(A11)	=LN(B11)	=$K$7*A11^$L$7	=AB5(B11-E11)	=ABS(B11)		=LINEST(D2:D41;C2:C41;TRUE;TRUE)	=LINEST(D2:D41;C2:C41;TRUE;TRUE)	
12	323.7	1808845.3	=LN(A12)	=LN(B12)	=$K$7*A12^$L$7	=AB5(B12-E12)	=ABS(B12)				
13	347.2	1887185.9	=LN(A13)	=LN(B13)	=$K$7*A13^$L$7	=AB5(B13-E13)	=ABS(B13)				
14	334.85	1808608.2	=LN(A14)	=LN(B14)	=$K$7*A14^$L$7	=AB5(B14-E14)	=ABS(B14)				
15	346	1955204	=LN(A15)	=LN(B15)	=$K$7*A15^$L$7	=AB5(B15-E15)	=ABS(B15)				
16	388	1858634.3	=LN(A16)	=LN(B16)	=$K$7*A16^$L$7	=AB5(B16-E16)	=ABS(B16)				
17	416.25	1940386.7	=LN(A17)	=LN(B17)	=$K$7*A17^$L$7	=AB5(B17-E17)	=ABS(B17)				
18	423.7	1876264.7	=LN(A18)	=LN(B18)	=$K$7*A18^$L$7	=AB5(B18-E18)	=ABS(B18)				
19	385.8	1940820	=LN(A19)	=LN(B19)	=$K$7*A19^$L$7	=AB5(B19-E19)	=ABS(B19)				
20	415.65	1930164.9	=LN(A20)	=LN(B20)	=$K$7*A20^$L$7	=AB5(B20-E20)	=ABS(B20)				
21	435.6	2024535.7	=LN(A21)	=LN(B21)	=$K$7*A21^$L$7	=AB5(B21-E21)	=ABS(B21)				
22	427.5	1982715.5	=LN(A22)	=LN(B22)	=$K$7*A22^$L$7	=AB5(B22-E22)	=ABS(B22)				
23	437.1	2018837	=LN(A23)	=LN(B23)	=$K$7*A23^$L$7	=AB5(B23-E23)	=ABS(B23)				
24	473.25	1998840.5	=LN(A24)	=LN(B24)	=$K$7*A24^$L$7	=AB5(B24-E24)	=ABS(B24)				
25	513	2101838.4	=LN(A25)	=LN(B25)	=$K$7*A25^$L$7	=AB5(B25-E25)	=ABS(B25)				
26	582	2036407.1	=LN(A26)	=LN(B26)	=$K$7*A26^$L$7	=AB5(B26-E26)	=ABS(B26)				
27	633.5	2107506.2	=LN(A27)	=LN(B27)	=$K$7*A27^$L$7	=AB5(B27-E27)	=ABS(B27)				
28	589.25	2087704.6	=LN(A28)	=LN(B28)	=$K$7*A28^$L$7	=AB5(B28-E28)	=ABS(B28)				
29	632	2213702.7	=LN(A29)	=LN(B29)	=$K$7*A29^$L$7	=AB5(B29-E29)	=ABS(B29)				
30	681.75	2164483.1	=LN(A30)	=LN(B30)	=$K$7*A30^$L$7	=AB5(B30-E30)	=ABS(B30)				
31	650.5	2216043.7	=LN(A31)	=LN(B31)	=$K$7*A31^$L$7	=AB5(B31-E31)	=ABS(B31)				
32	743	2208602	=LN(A32)	=LN(B32)	=$K$7*A32^$L$7	=AB5(B32-E32)	=ABS(B32)				
33	833.75	2320816.7	=LN(A33)	=LN(B33)	=$K$7*A33^$L$7	=AB5(B33-E33)	=ABS(B33)				
34	833.5	2230754.2	=LN(A34)	=LN(B34)	=$K$7*A34^$L$7	=AB5(B34-E34)	=ABS(B34)				
35	910.25	2300203.3	=LN(A35)	=LN(B35)	=$K$7*A35^$L$7	=AB5(B35-E35)	=ABS(B35)				
36	884.5	2260211.7	=LN(A36)	=LN(B36)	=$K$7*A36^$L$7	=AB5(B36-E36)	=ABS(B36)				
37	868.75	2310629.9	=LN(A37)	=LN(B37)	=$K$7*A37^$L$7	=AB5(B37-E37)	=ABS(B37)				
38	916.5	2356451.6	=LN(A38)	=LN(B38)	=$K$7*A38^$L$7	=AB5(B38-E38)	=ABS(B38)				
39	934.5	2366696.3	=LN(A39)	=LN(B39)	=$K$7*A39^$L$7	=AB5(B39-E39)	=ABS(B39)				
40	985.75	2382949.7	=LN(A40)	=LN(B40)	=$K$7*A40^$L$7	=AB5(B40-E40)	=ABS(B40)				
41	1087.5	2279694.3	=LN(A41)	=LN(B41)	=$K$7*A41^$L$7	=AB5(B41-E41)	=ABS(B41)				
42	1035.5	2475408.7	=LN(A42)	=LN(B42)	=$K$7*A42^$L$7	=AB5(B42-E42)	=ABS(B42)				
43	1244	2355881.8	=LN(A43)	=LN(B43)	=$K$7*A43^$L$7	=AB5(B43-E43)	=ABS(B43)				
44	1307	2255518.2	=LN(A44)	=LN(B44)	=$K$7*A44^$L$7	=AB5(B44-E44)	=ABS(B44)				
45	1405.5	2343670.1	=LN(A45)	=LN(B45)	=$K$7*A45^$L$7	=AB5(B45-E45)	=ABS(B45)				
46	1438	2261677.2	=LN(A46)	=LN(B46)	=$K$7*A46^$L$7	=AB5(B46-E46)	=ABS(B46)				
47	1505.5	2328650.1	=LN(A47)	=LN(B47)	=$K$7*A47^$L$7	=AB5(B47-E47)	=ABS(B47)				
48	1620	2212354.6	=LN(A48)	=LN(B48)	=$K$7*A48^$L$7	=AB5(B48-E48)	=ABS(B48)				
49	1531	2378607.9	=LN(A49)	=LN(B49)	=$K$7*A49^$L$7	=AB5(B49-E49)	=ABS(B49)				
50	1662.5	2297796.4	=LN(A50)	=LN(B50)	=$K$7*A50^$L$7	=AB5(B50-E50)	=ABS(B50)				
51	1598.5	2532140.7	=LN(A51)	=LN(B51)	=$K$7*A51^$L$7	=AB5(B51-E51)	=ABS(B51)				
52	1778	2521532.3	=LN(A52)	=LN(B52)	=$K$7*A52^$L$7	=AB5(B52-E52)	=ABS(B52)				
53	1657.5	2388622	=LN(A53)	=LN(B53)	=$K$7*A53^$L$7	=AB5(B53-E53)	=ABS(B53)				
54	1598.25	2288207.7	=LN(A54)	=LN(B54)	=$K$7*A54^$L$7	=AB5(B54-E54)	=ABS(B54)				
55	1892	2458698.7	=LN(A55)	=LN(B55)	=$K$7*A55^$L$7	=AB5(B55-E55)	=ABS(B55)				

Линейна многофакторна производствена функция с фактори X^1 и X^2



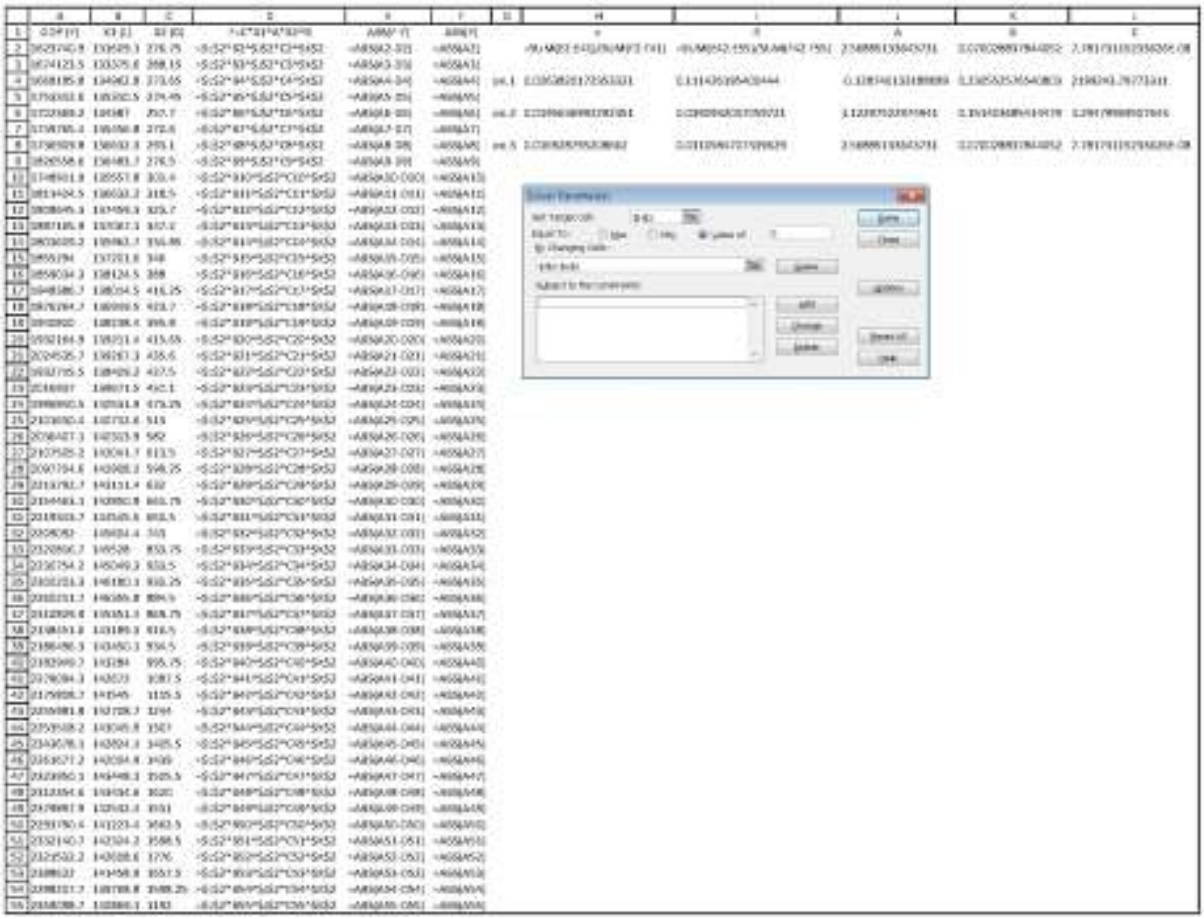
Показателна многофакторна прогнозираща функция с фактори X1 и X2



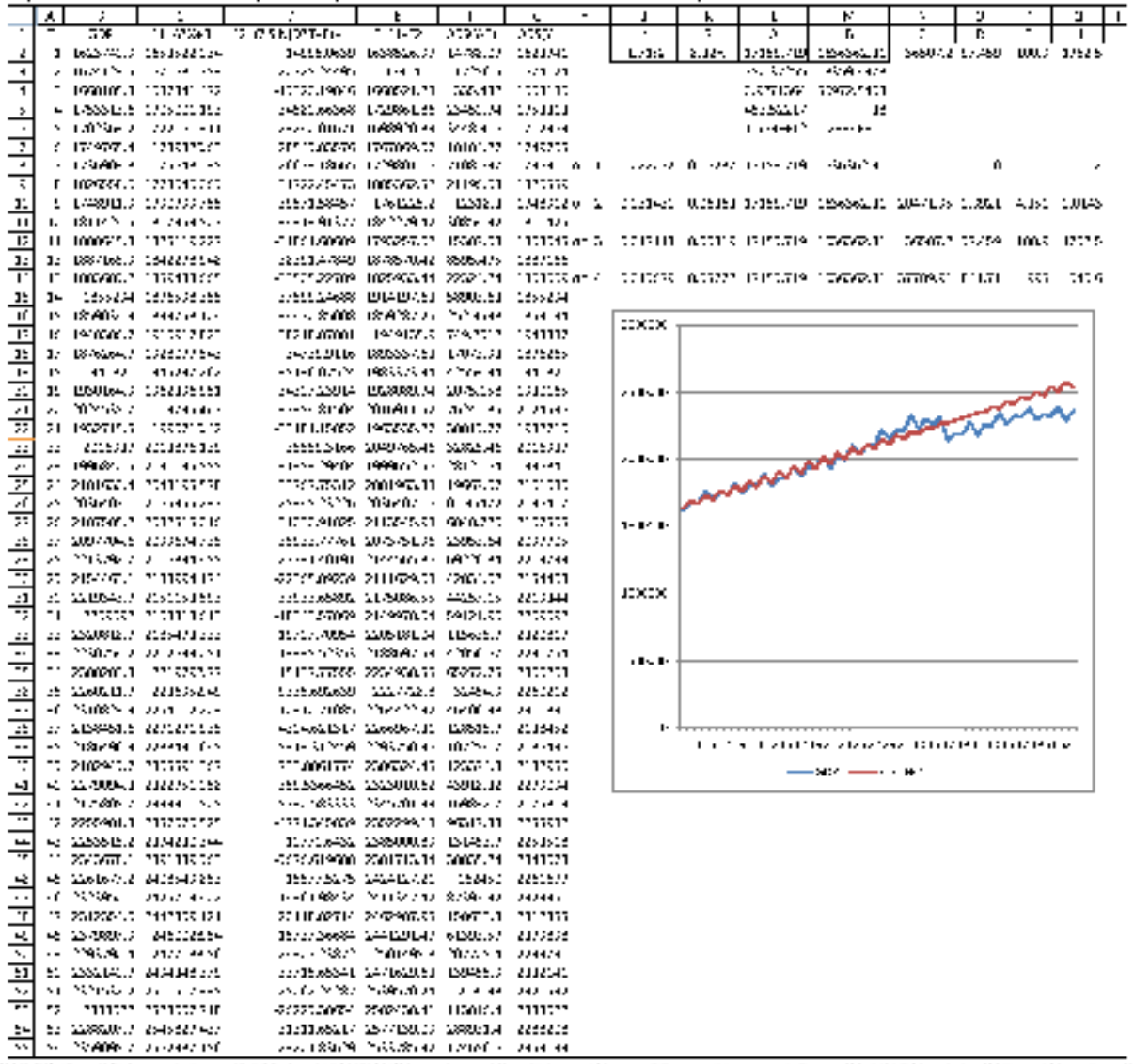


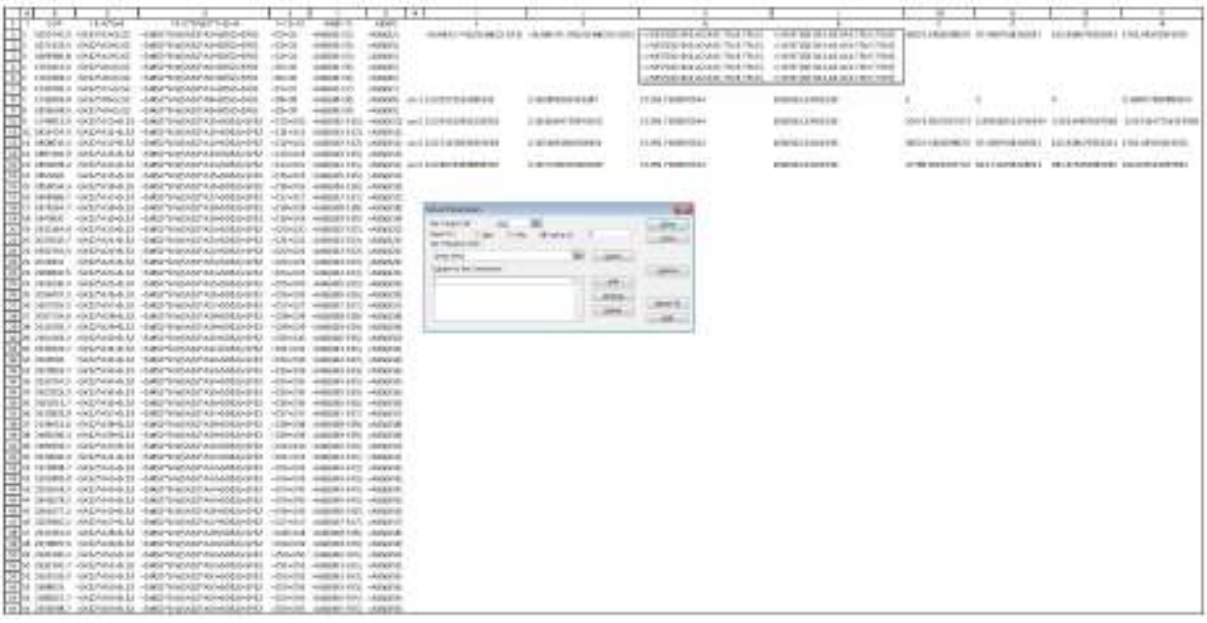
Показателна многофакторна прогнозираща функция, настроена със Solver

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	GDP (Y)	I (X1)	K (X2)	=C*X1^A*X2^B	ABS(E-Y)	ABS(Y)		-	2	A	B	C	
2	1923741	1616091	276.75	1662214.8883	8478.8883	1923741		1.6985	0.1158	2.3889	0.07	7.8E-05	
3	1674124	1333750	290.25	1693969.945	19745.94	1674124							
4	1988286	1648962	273.65	1750982.674	71846.67	1988286		0.026	0.1114	0.129	0.2806	2.199244	
5	1751113	1433130	274.45	1721729.305	1504.255	1751113							
6	1703780	1345870	257.7	1718505.74	11287.54	1703780		0.03	0.0991	1.123	0.1574	1.37E-05	
7	1745705	1434659	270.1	1724959.047	3095.047	1745705							
8	1736910	1366652	263.7	1697811.087	67702.91	1736910		0.017	0.0811	2.5881	0.07	7.8E-08	
9	1926889	1636488	276.8	1791944.022	64814.88	1926889							
10	1748913	1355357	307.4	1771576.6	22535	1748913							
11	1911425	1666652	328.8	1814843.288	3415.788	1911425							
12	1900645	1574983	321.7	1845297.045	55342.05	1900645							
13	1887266	1670671	347.2	1843835.267	43831.64	1887266							
14	1901009	1636627	334.05	1799377.121	5231.074	1901009							
15	1855264	1537015	346	1845031.637	10232.36	1855264							
16	1955034	1681405	300	1892171.102	3136.9	1955034							
17	1748387	1389175	316.25	1907817.057	50787.64	1748387							
18	1876265	1660195	423.7	1861494.236	14770.76	1876265							
19	1740820	1383387	305.8	1908825.726	41778.27	1740820							
20	1930265	1689114	415.65	1869985.897	9821.897	1930265							
21	2024530	1792677	435.6	1949373.151	75157	2024530							
22	1932726	1688402	427.8	1915184.556	17541.44	1932726							
23	2015317	1796715	431.2	1963435.751	51881.2	2015317							
24	1706841	1405841	273.25	1905755.405	8715.005	1706841							
25	2101030	1807128	502	2023790.171	77044.02	2101030							
26	2036407	1705187	582	2035722.744	674.256	2036407							
27	2107805	1820417	623.6	2099894.274	8110.826	2107805							
28	2007705	1739082	570.25	2113677.464	51287.86	2007705							
29	2213755	1961114	632	2144706.268	69048.43	2213755							
30	2154403	1826530	662.75	2141575.529	12972.47	2154403							
31	2218344	1943455	680.6	2204301.567	14042.13	2218344							
32	2205052	1900424	701	2207545.156	2493.16	2205052							
33	2820617	1455926	883.75	2782888.291	37728.45	2820617							
34	2230754	1940849	911.5	2261592.711	30838.52	2230754							
35	2800203	1461801	780.25	2815785.717	15582.47	2800203							
36	2260212	1966359	884.5	2262949.488	65737.74	2260212							
37	2816830	1455517	850.75	2782775.42	34054.58	2816830							
38	2138452	1861698	916.5	2204841.423	65388.92	2138452							
39	2190450	1934501	934.5	2217697.109	31191.07	2190450							
40	2192880	1462384	995.75	2223048.815	37999.11	2192880							
41	2275054	1420772	1097.5	2210262.115	69931.59	2275054							
42	2175800	1415475	1175.5	2216578.082	62578.08	2175800							
43	2255502	1427097	1244	2232645.772	23356.23	2255502							
44	2253978	1450415	1307	2254307.147	466.1473	2253978							
45	2843678	1428224	1405.5	2228492.378	67185.62	2843678							
46	2267677	1430071	1490	2237267.756	30409.24	2267677							
47	2823850	1436481	1505.5	2282914.404	81935.6	2823850							
48	2311355	1434634	1620	2304157.45	7197.55	2311355							
49	2878888	1423624	1681	2253157.178	121740.8	2878888							
50	2281750	1414234	1701.5	2210329.035	71420.96	2281750							
51	2832741	1433772	1708.5	2256503.657	75591.64	2832741							
52	2821582	1422608	1776	2284888.603	63048.61	2821582							
53	2868677	1414436	1852.5	2277072.723	1515.723	2868677							
54	2288208	1397688	1898.25	2158881.142	129326.8	2288208							
55	2255059	1403694	1952	2153012.009	102046.9	2255059							

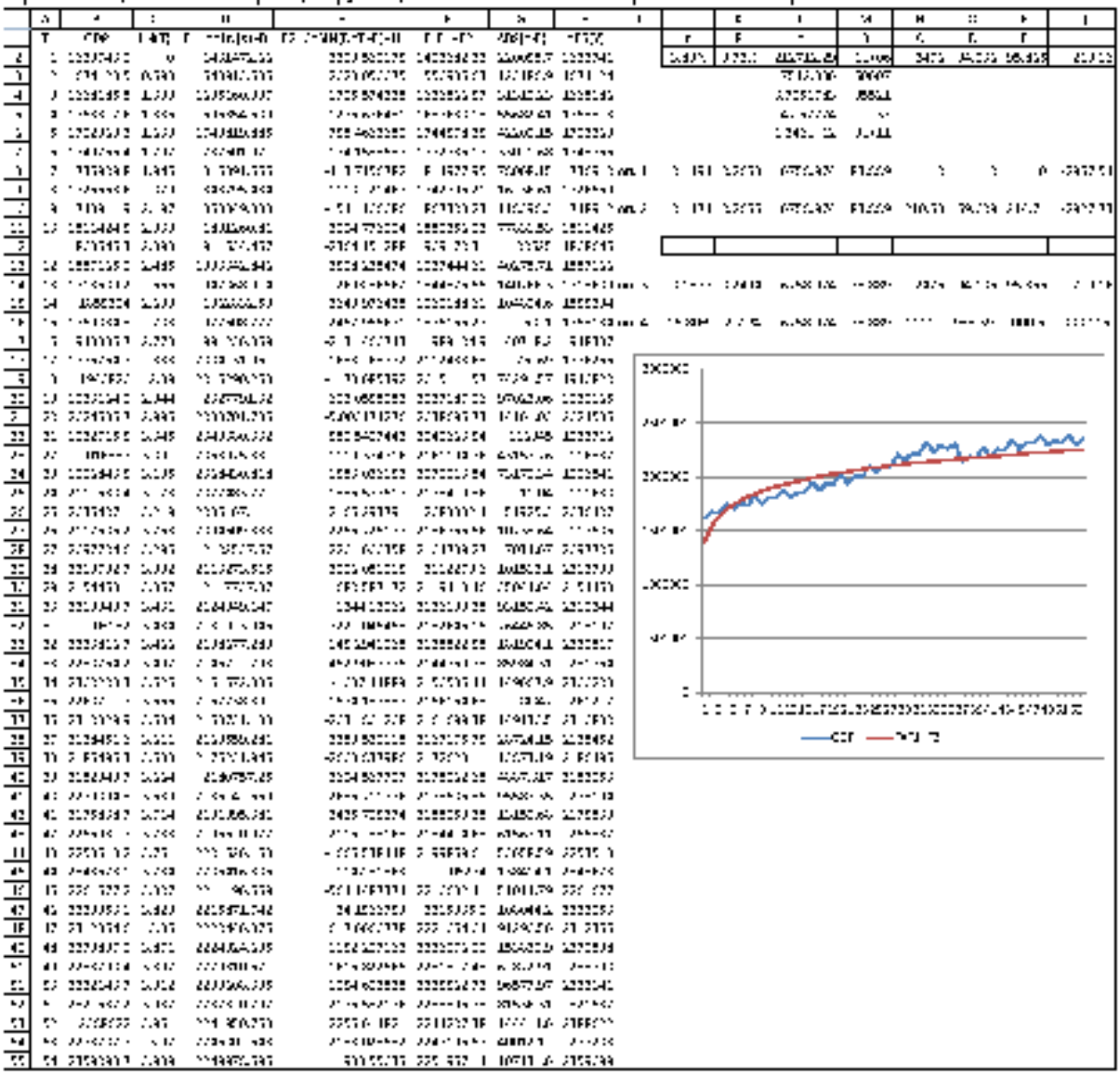


Времева декохлюкираща функция с основен линеен хармоник



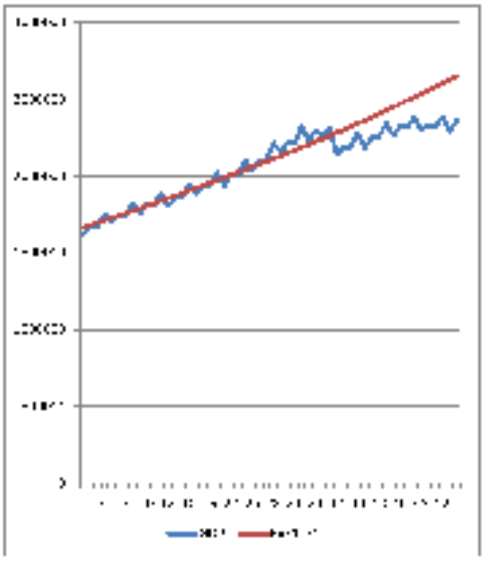


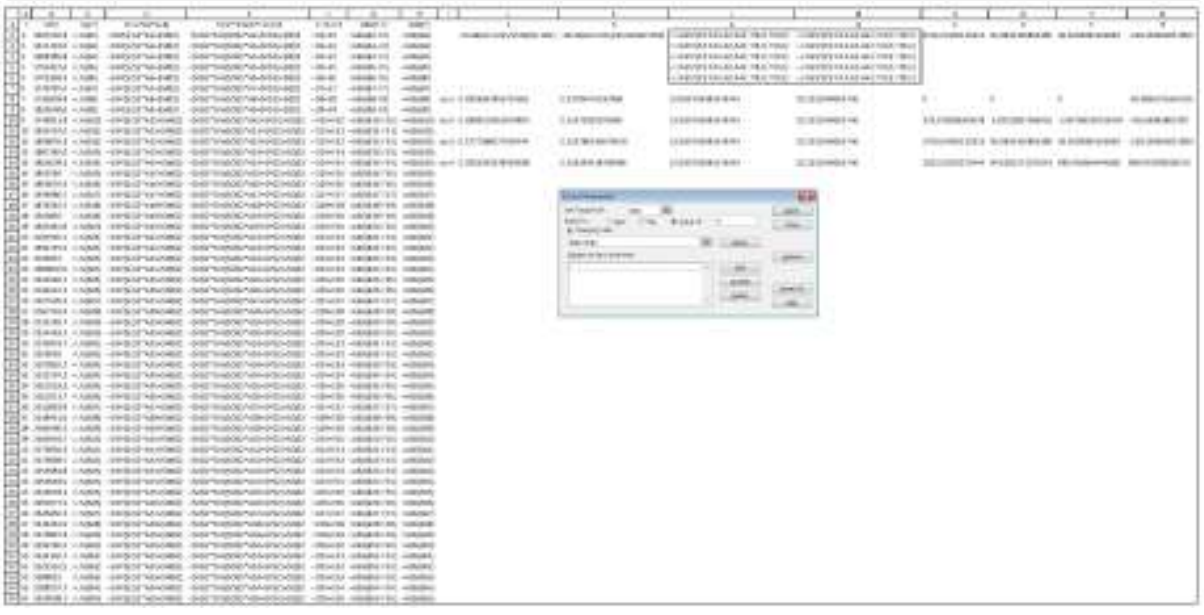
Времева декомпозиране функция с основен логаритмичен хармоник





Времева декомпозираща функция с основен експоненциален хармоник





Седиранца 12 Улица на всички напоследък подновена до функция

№	Архитектурна функция	Изчислителна сложност	Пространствена сложност	Вход	Изход	Брой
1	Обработка на данни от сензори	O(n log n)	O(n)	1024	1024	4
2	Филтриране на шум	O(n)	O(n)	1024	1024	4
3	Калибриране на сензорите	O(n)	O(1)	1024	1024	4
4	Откриване на аномалии	O(n log n)	O(n)	1024	1024	2
5	Агрегиране на данни	O(n)	O(n)	1024	1024	2
6	Компресия на данни	O(n)	O(n)	1024	1024	4
7	Декомпресия на данни	O(n)	O(n)	1024	1024	4
8	Криптиране на данни	O(n)	O(1)	1024	1024	4
9	Дешифриране на данни	O(n)	O(1)	1024	1024	4
10	Генериране на ключове	O(1)	O(1)	0	256	2
11	Подписване на съобщения	O(n)	O(1)	1024	256	4
12	Проверка на подписи	O(n)	O(1)	1280	1	4
13	Изпращане на съобщение	O(1)	O(1)	1024	0	8
14	Получаване на съобщение	O(1)	O(1)	0	1024	8
15	Маршрутизиране на пакети	O(log n)	O(n)	1024	1024	4
16	Обновяване на маршрутна таблица	O(n)	O(n)	256	0	2
17	Откриване на съседни възли	O(n)	O(n)	0	256	2
18	Изпращане на маяк	O(1)	O(1)	0	0	1
19	Получаване на маяк	O(1)	O(1)	0	0	1
20	Изчисляване на разстояние	O(1)	O(1)	16	8	4
21	Преобразуване на координати	O(1)	O(1)	24	24	4
22	Изчисляване на ъгъл	O(1)	O(1)	16	8	2
23	Намиране на най-близък съсед	O(n)	O(1)	256	4	2
24	Изчисляване на средна стойност	O(n)	O(1)	1024	8	4
25	Изчисляване на медиана	O(n log n)	O(n)	1024	8	2
26	Изчисляване на стандартно отклонение	O(n)	O(1)	1024	8	2
27	Изчисляване на корелация	O(n)	O(1)	2048	8	1
28	Регресионен анализ	O(n)	O(n)	2048	64	1
29	Обучение на модел	O(n * e)	O(n)	4096	256	1
30	Прогнозиране	O(1)	O(1)	256	8	2
31	Оценка на точността	O(n)	O(1)	1280	8	1
32	Кръстосана валидация	O(k * n)	O(n)	4096	64	1
33	Нормализиране на данни	O(n)	O(n)	1024	1024	4
34	Стандартизиране	O(n)	O(n)	1024	1024	4
35	Обратно преобразуване	O(n)	O(n)	1024	1024	4
36	Изчисляване на ковариация	O(n)	O(1)	2048	8	1
37	Изчисляване на собствени стойности	O(n^3)	O(n^2)	4096	256	1
38	Изчисляване на собствени вектори	O(n^3)	O(n^2)	4096	4096	1
39	Намаляване на размерността	O(n^2 * k)	O(n * k)	4096	1024	1
40	Проекция върху главни компоненти	O(n * k)	O(n * k)	1024	256	1
41	Възстановяване от проекция	O(n * k)	O(n)	256	1024	1
42	Изчисляване на грешка при възстановяване	O(n)	O(1)	2048	8	1
43	Обяснена дисперсия	O(k)	O(1)	256	8	1
44	Кумулативна обяснена дисперсия	O(k)	O(k)	256	256	1
45	Избор на брой компоненти	O(n)	O(1)	256	4	1
46	Изчисляване на скрит слой	O(n * m)	O(m)	1024	512	2
47	Активираща функция	O(n)	O(n)	512	512	2
48	Производна на активираща функция	O(n)	O(n)	512	512	2
49	Изчисляване на изход	O(n * m)	O(m)	512	256	1
50	Softmax нормализация	O(n)	O(n)	256	256	1
51	Изчисляване на загуба	O(n)	O(1)	512	8	1
52	Обратно разпространение	O(n * m)	O(n * m)	2048	4096	1
53	Обновяване на тегла	O(n * m)	O(1)	4096	0	1
54	Обновяване на отклонения	O(m)	O(1)	256	0	1
55	Изчисляване на градиент	O(n * m)	O(n * m)	2048	4096	1
56	Скорост на учене	O(1)	O(1)	0	8	1
57	Импулс	O(n * m)	O(n * m)	4096	4096	1
58	Адаптивна скорост на учене	O(n * m)	O(n * m)	4096	4096	1
59	Изчисляване на точност	O(n)	O(1)	1280	8	1
60	Матрица на объркване	O(n)	O(k^2)	1280	256	1
61	Прецизност	O(k)	O(1)	256	8	1
62	Пълнота	O(k)	O(1)	256	8	1
63	F1 резултат	O(k)	O(1)	256	8	1
64	Кривa на ROC	O(n log n)	O(n)	2048	2048	1
65	Площ под кривата	O(n)	O(1)	2048	8	1
66	Прецизност-пълнота крива	O(n log n)	O(n)	2048	2048	1
67	Средна прецизност	O(n)	O(1)	2048	8	1
68	Логаритмична загуба	O(n)	O(1)	1280	8	1
69	Коефициент на Матюс	O(n)	O(1)	1280	8	1
70	Каппа на Коен	O(n)	O(k^2)	1280	256	1
71	Информираност	O(k)	O(1)	256	8	1
72	Маркираност	O(k)	O(1)	256	8	1
73	Индекс на Юдън	O(k)	O(1)	256	8	1
74	Разпределение на класовете	O(n)	O(k)	1280	256	1
75	Дисбаланс на класовете	O(n)	O(1)	1280	8	1
76	Претегляне на класовете	O(n)	O(k)	1280	256	1
77	Генериране на синтетични данни	O(n * k)	O(n * k)	1024	1024	1
78	Увеличаване на данни	O(n)	O(n)	1024	1024	1
79	Разширяване на изображения	O(n)	O(n)	1024	1024	1
80	Ротация на изображения	O(n)	O(n)	1024	1024	1
81	Мащабиране на изображения	O(n)	O(n)	1024	1024	1
82	Изрязване на изображения	O(n)	O(n)	1024	1024	1
83	Обръщане на изображения	O(n)	O(n)	1024	1024	1
84	Промяна на яркостта	O(n)	O(n)	1024	1024	1
85	Промяна на контраста	O(n)	O(n)	1024	1024	1
86	Добавяне на шум	O(n)	O(n)	1024	1024	1
87	Размазване по Гаус	O(n * k^2)	O(n)	1024	1024	1
88	Изостряне	O(n * k^2)	O(n)	1024	1024	1
89	Откриване на ръбове	O(n * k^2)	O(n)	1024	1024	1
90	Преобразуване в сиво	O(n)	O(n)	1024	1024	1
91	Бинаризация	O(n)	O(n)	1024	1024	1
92	Морфологична операция	O(n * k^2)	O(n)	1024	1024	1
93	Разширяване	O(n * k^2)	O(n)	1024	1024	1
94	Свиване	O(n * k^2)	O(n)	1024	1024	1
95	Отваряне	O(n * k^2)	O(n)	1024	1024	1
96	Затваряне	O(n * k^2)	O(n)	1024	1024	1
97	Скелетизация	O(n * k^2)	O(n)	1024	1024	1
98	Изчисляване на контури	O(n)	O(n)	1024	2048	1
99	Площ на контур	O(n)	O(1)	2048	8	1
100	Периметър на контур	O(n)	O(1)	2048	8	1
101	Изпъкнала обвивка	O(n log n)	O(n)	2048	2048	1
102	Дефекти на изпъкналост	O(n)	O(n)	2048	2048	1
103	Ограничителна кутия	O(n)	O(1)	2048	16	1
104	Минимална обхващаща окръжност	O(n)	O(1)	2048	16	1
105	Елипса, вписана в контур	O(n)	O(1)	2048	16	1
106	Момент на изображение	O(n)	O(1)	1024	8	1
107	Ху моменти	O(n)	O(1)	1024	56	1
108	Центроид	O(n)	O(1)	2048	8	1
109	Ориентация	O(n)	O(1)	2048	8	1
110	Съотношение на страните	O(1)	O(1)	16	8	1
111	Екстент	O(n)	O(1)	2048	8	1
112	Твърдост	O(n)	O(1)	2048	8	1
113	Еквивалентен диаметър	O(n)	O(1)	2048	8	1
114	Дескриптор на Фурие	O(n log n)	O(n)	2048	256	1
115	Реконструкция от Фурие	O(n log n)	O(n)	256	2048	1
116	Сравняване на форми	O(n)	O(1)	2048	8	1
117	Съвпадение на шаблон	O(n * m)	O(n)	1024	1024	1
118	Нормализирана корелация	O(n * m)	O(n)	1024	1024	1
119	Сегментиране на водораздел	O(n log n)	O(n)	1024	1024	1
120	Маркери за водораздел	O(n)	O(n)	1024	1024	1
121	Сегментиране на GrabCut	O(n * k)	O(n)	1024	1024	1
122	Сегментиране на цветови праг	O(n)	O(n)	1024	1024	1
123	Сегментиране на K-средни	O(n * k * i)	O(n)	1024	1024	1
124	Сегментиране на средно изместване	O(n * i)	O(n)	1024	1024	1
125	Сегментиране на SLIC	O(n)	O(n)	1024	1024	1
126	Сегментиране на графов разрез	O(n^3)	O(n^2)	1024	1024	1
127	Сегментиране на нормализиран разрез	O(n^3)	O(n^2)	1024	1024	1
128	Сегментиране на Mean Shift	O(n * i)	O(n)	1024	1024	1
129	Сегментиране на Watershed	O(n log n)	O(n)	1024	1024	1
130	Сегментиране на Felzenszwalb	O(n log n)	O(n)	1024	1024	1
131	Сегментиране на Quickshift	O(n * i)	O(n)	1024	1024	1
132	Сегментиране на Chan-Vese	O(n * i)	O(n)	1024	1024	1
133	Сегментиране на Morphological Snakes	O(n * i)	O(n)	1024	1024	1
134	Сегментиране на Random Walker	O(n^3)	O(n^2)	1024	1024	1
135	Сегментиране на Active Contour	O(n * i)	O(n)	1024	1024	1
136	Сегментиране на Level Set	O(n * i)	O(n)	1024	1024	1
137	Сегментиране на Region Growing	O(n)	O(n)	1024	1024	1
138	Сегментиране на Split and Merge	O(n log n)	O(n)	1024	1024	1
139	Сегментиране на Quadtree	O(n log n)	O(n)	1024	1024	1
140	Сегментиране на Octree	O(n log n)	O(n)	1024	1024	1
141	Сегментиране на Voxel	O(n)	O(n)	1024	1024	1
142	Сегментиране на Point Cloud	O(n log n)	O(n)	1024	1024	1
143	Сегментиране на Mesh	O(n)	O(n)	1024	1024	1
144	Сегментиране на Surface	O(n)	O(n)	1024	1024	1
145	Сегментиране на Volume	O(n)	O(n)	1024	1024	1
146	Сегментиране на Time Series	O(n)	O(n)	1024	1024	1
147	Сегментиране на Audio	O(n)	O(n)	1024	1024	1
148	Сегментиране на Video	O(n)	O(n)	1024	1024	1
149	Сегментиране на Text	O(n)	O(n)	1024	1024	1
150	Сегментиране на Graph	O(n)	O(n)	1024	1024	1
151	Сегментиране на Tree	O(n)	O(n)	1024	1024	1
152	Сегментиране на Hierarchy	O(n)	O(n)	1024	1024	1
153	Сегментиране на Network	O(n)	O(n)	1024	1024	1
154	Сегментиране на Social Network	O(n)	O(n)	1024	1024	1
155	Сегментиране на Biological Network	O(n)	O(n)	1024	1024	1
156	Сегментиране на Chemical Network	O(n)	O(n)	1024	1024	1
157	Сегментиране на Physical Network	O(n)	O(n)	1024	1024	1
158	Сегментиране на Abstract Network	O(n)	O(n)	1024	1024	1
159	Сегментиране на Custom Network	O(n)	O(n)	1024	1024	1

Изчислени данни от над-добре прогнозиращите функции

	*	Г(X1,X2)=-1.709*X1+1.66547*X2 39293/7.153	Г(X1,X2)=-0.050*X1^2.569*X2^2.070	Г(Ц)=0.505*Г(Ц-1)+0.333*Г(Ц-2)+0.157*Г(Ц-3)	Г(Г)=14512/3.532*1^2.110
1	1628741	1608083	1632715		1461150
2	1677124	1681608	1693863		1576593
3	1608186	1745393	1739033		1643906
4	1758818	1763028	1751728	1662758	1701158
5	1702368	1718713	1723607	1712729	1743316
6	1749755	1755489	1754061	1713653	1778587
7	1796811	1818267	1804579	1784653	1808875
8	1825558	1803203	1791844	1735738	1835564
9	1748812	1774834	1771547	1703877	1854436
10	1811474	1832406	1814843	1772704	1881053
11	1808675	1857850	1845288	1793109	1900825
12	1867158	1845419	1840005	1799513	1911067
13	1803687[1]	1791276	1793877	1748367[1]	1825983
14	1855294	1850828	1845502	1832301	1851780
15	1859234	1896322	1892171	1843378	1866616
16	1843837	1870642	1807617	1848691	1880583
17	1875265	1852015	1861495	1902087	1893809
18	1940022	1902371	1898027	1887434	1906924
19	1899164	1946761	1897856	1920668	1928284
20	2027536	1851918	1848374	1924723	1929073
21	1932716	1814777	1811105	1979125	1940566
22	2016837	1968026	1963806	1962807	1951007
23	1995871	2010937	2005756	1930130	1961033
24	2101632	2025090	2023760	1992852	1970671
25	2026407	2019967	2026027	2005265	1979973
26	2107505	2097282	2090394	2052557	1988942
27	2097705	2131049	2128944	2002827	1997678
28	2073798	2140931	2144706	2080765	2105991
29	2157163	2138053	2141576	2157382	2114110
30	2219344	2207875	2204901	2164780	2121914
31	2091070	2267451	2267445	2196707	2129672
32	2320817	2273396	2282818	2252707	2137073
33	2230754	2270053	2281563	2266563	2144791
34	2800208	2327676	2326857	2247165	2151231
35	2260212	2322385	2325343	2280789	2158180
36	2310032	2270029	2282475	2286533	2164866
37	2193462	2196641	2204341	2202186	2171283
38	2185196	2208518	2227687	2216207	2177745
39	2182652	2212790	2220548	2182204	2183961
40	2270274	2202561	2210262	2176776	2190035
41	2175803	2165221	2160548	2230523	2196975
42	2256682	2232172	2232640	2239330	2201788
43	2258518	2264784	2264207	2243886	2207485
44	2343678	2251898	2256492	2240071	2213004
45	2201677	2233314	2227206	2241052	2218517
46	2328165	2304570	2303714	2241174	2223873
47	2312355	2323108	2307157	2240930	2229126
48	2379090	2270047	2258157	2241006	2234281
49	2208770	2287964	2273228	2240906	2239345
50	2312171	2273212	2256501	2240985	2244309
51	2321532	2314003	2284086	2240993	2249179
52	2283822	2246068	2272779	2240991	2253986
53	2288208	2156587	2153861	2240991	2258701
54	2359296	2144776	2153212	2240991	2263338

ИНФОРМАЦИОННИ ИЗТОЧНИЦИ.

1. Jantsch, E., Technological forecasting in perspective, Paris, 1967

2. Wilson, J. H., B. Keating, Business Forecasting, IRWIN, Boston, 1994

3. Makridikis, S., S. C. Wheelwright, V. E. McGee, Forecsting: Methods and Applications, John Wiley & Sons, New York, 1983

4. Wharton School of Business, „Forcasting principles", 2009-2014, http://www.forecastingprinciples.com/

5. Gleick, J., "The Information: A History, A Theory, A Flood", Harper Colins E-Books, 2012, ISBN-13: 978-1400096237

6. БАСАГА, "Уики Бизнес администрация" (учебен сайт), 2011-2014, http://basaga.org/wiki

7. БАСАГА, „Социална мрежа Управление и администрация" (учебен сайт), 2011 – 2014, http://ua.basaga.org

8. Kendall, M. G., Rank Correlation Methods, Griffin, London, 1970

9. Наплатанов, Н. Д., Г. Н. Сапунджиев, Статистическо изследване на доменния процес чрез рангова корелация, сп. Автоматика и изчислителна техника, София, година II, 1968, бр. 2

10. Николаев, И., Е. Хаджипетрова, Л. Доброславска, Използване на метода 'Делфи' за прогнозиране производителността на труда, изд. Г. Бакалов, Варна, 1975

11. Simeonov, Ognyan, Lambovska, Maya, "Control over threats", Georg, Zilina, 2010

12. Ламбовска, М., Приложение на модел за контрол на екипи във ВТУ "Тодор Каблешков". сп. "Механика, транспорт,

комуникации”, бр. 2, ВТУ “Тодор Каблешков”, С., 2013, с. 1-11, http://www.mtc-aj.com/academic-journal.php?body=doc2&doc=922#.UvS-M2KSxb0

13. Brenner, L. A., Koehler, D. J., A. Tversky, “On the evaluation of one-sided evidence, ” Journal of Behavioral Decision Making, 9, 59-70,. 1996

14. Armstrong, J. S., “Forecasting for environmental decision making, Tools to Aid Environmental Decision Making”, 1999

15. Ламбовска, Мая, “Бюджетно управление на стопанската организация”, "Екс-прес", Габрово, 2015

16. Ray, R,. Ph. D., “Prediction Markets: Betting on Risk Management”, Risk Management Magazine, 2004,

17. Wolfers, J., Zitzewitz, E., “Prediction Markets”, Journal of Economic Perspectives, volume 18, number 2, spring 2004

18. Hayek, F. A., “The use of knowledge in society”, The American Economic Review, 35(4), pp 519{530. ; 1945.

19. Jacobs, V., “Prediction Markets: How they work and how well they work”, Katholieke Universiteit Lueven, 2009

20. Fama, E. F., “Effcient capital markets: a review of theory and empirical work”, Journal of Finance, 25(2), pp 383{417. ;. 1970

21. Houget, G., “Using Prediction Markets to make better investment decisions”, State Street Global Advisors, 2007

22. Rhode Paul W., Strumf, Koleman S, “Historical Presidential Betting markets”, 2004

23. http://lewisshepherd. wordpress. com/2008/07/12/test-for-prediction-markets/

24. Cowgill, B., Wolfers Google J., Zitzewitz E., “Using Prediction Markets to Track Information Flows: Evidence from Google”, 2009 http://www. bocowgill. com/GooglePredictionMarketPaper. pdf

25. Hanson, R., “Combinatorial Information Market Design. ” Information Systems Frontiers. 5:1, pp. 105–19., 2003

26. Ortner, G. . “Forecasting Markets - An Industrial Application. ” Mimeo, Technical University of Vienna, 1998

27. http://home.inklingmarkets.com/help/help

28. Servan-Shreiber, E., Wolfers, J., Pennock, David M, Galebach, B., “Prediction Markets: Does money matter?”, Electronic markets, 14-3, September 2004

29. Green, Kesten C., Armstrong, J Scott and Graefe, Andreas M., “Methods to elicit forecasts from groups: Delphi and Prediction Markets Compared”, Munich University, 2007

30. Marchev, A. A., “Model for sequential dynamic competition between random investment portfolios and portfolios selected by collective expert opinions”

31. Chen K., Plott, Charles R., “Information Aggregation Mechanisms (IAMs): Concept, design and implementation for a sales forecasting problem”, Social Science working paper, March 2002

32. http://en. wikipedia. org/wiki/Arrow%E2%80%93Debreu_model

33. Spears, B., LaComb, Ch., Interrante, J., Barnett, J., Senturk-Dogonaksoy, D., “Examining Trader behaviour in Idea Markets: an implementation of GE’s imagination markets”, The Journal of Prediction Markets, 2009, p. 17 – 39

34. Forsythe, R., Reitz, T., Ross, T., "Wishes, expectations and actions a survey on price formation in election stock markets" Journal of Economic Behavior & Organization. 39(1) at pp 83-110. ; 1999

35. Kent, Raymond, Marketing Reasearch: Measurement, Method and Application, Thomson Learning, 2004

36. Blankenship, A. B., Bremen, Albert, State of the Art Marketing Research, McGraw – Hill, 1998

37. Forecasting Methods, http://www. statisticalforecasting. com/

38. Forecasting Theory, www. me. utexas. edu

39. Съйковя, И., Стойкова-Къналиева, А., Съйкова, С., Статистическо изследване на зависимости, Университетско издателство стопанство, София 2002.

40. Forecasting Methods, http://www. ezforecaster. com

41. Мишев, Г., Цветков С., Статистика за икономисти, Университетско Издателство Стопанство, София, 2008.

42. Иванова, М., Приложение на изкуствените невронни мрежи при прогнозиране на продажбите, София, 2004.

43. Луизов, А., Лазаров, Д., Използване на невронни мрежи за анализ на нагласите на потребителите, София, 2000.

44. Марчев, А., мл., Василев, В., Използване на невронни мрежи за решаване на икономически задачи, София, 2006.

45. www. iu-edu. org.

46. http://citeseer. ist. psu. edu

47. www. marketresearchworld. com;

48. F. Bush, R., Burns C., A., Marketing Research, 2003

49. Ламбовска, М., “Функцията на полезност по фон Нойман-Моргенщерн – инструмент за вземане на решения при неопределеност и кризи”, електронно сп. "Диалог", Стопанска Академия "Д. А. Ценов", Свищов, брой 1, 2008, www.uni-svishtov.bg/dialog/2008/1.08.ML.Bul.pdf, с. 1-9.

50. Lambovska, Maya, “Decision-making on overcoming the crisis of the organization under uncertainty”, VYSOKÁ ŠKOLA BEZPEČNOSTNÉHO MANAŽERSTVA V KOŠICIACH, Zborník vedeckých prác “MANAŽÉRSTVO BEZPEČNOSTI”, vol.3, 2010, Kosice, pp. 129-135, ISBN 978-80-89282-43-2

51. Makridakis, S., S. Wheelwright, “The handbook of forecasting” 1987

52. Марчев, А. А., Изграждане на имитационни модели на стопански системи, сб. Системен анализ и изследване на стопански системи, ПНИЛСАУЕИТ, София, 1985

53. Pidd, M., Computer Simulation in Management Science, John Willey & Sons, New York, 1995

54. Watson, H. J., J. H. Blackstone, Computer Simulation, John Willey & Sons, New York, 1989

55. Willis, R. J., Computer Models for Business Decisions, John Willey & Sons, New York, 1987

56. Koenig, D., „Practical control engineering: Guide for Engineers, Managers, and Practitioners (MATLAB Examples)”, „McGraw-Hill Professional”, USA, 2009

57. Knowles, T., “Management Scienece – Building and using models”, Irwin, Illinois, 1989

58. Ламбовска, Мая, Количествени методи и модели в управлението, "Екс-прес", Габрово, 2012

59. Радилов, Д., Косева, Д., Русев, Ч., „Въведение в статистиката”, Варна, ИУ - Варна, 2003г.

60. Димитров, Ал., „Иконометрия”, Свищов, Академично издателство „Ценов” – Свищов, 2005 г., ISBN 954-23-0243-6

61. Джонстон, Д., „Эконометрические методы”, Москва, Статистика, 1980 г.

62. Маленво, Э., „Статистические методы эконометрии”, Москва, Статистика, 1976 т.

63. Кейн, Э., „Экономическая статистика и эконометрия”, Москва, Статистика, 1977 г.

64. Тейл, Х., Экономические прогнози и принятие решений”, Москва, Статистика, 1971 г.

65. Фишер, Ф., „Проблема идентификации в эконометрии”, Москва, Статистика, 1978 г.

66. Димитров, Ал., „Иконометрика – същност и използване”, сп. ”Наука и изкуство”, 1973 г.

67. Димитров, Ал, „Иконометрични макроикономически модели да развитие на народното стопанство”, БАН, 1984 г.

68. Дрейпнер, Н., Г. Смит, „Прикладной регресионный анализ”, Москва, Статистика, 1986 г.

69. „Статисически известия” – тримесечно издание, НСИ: 1999 – 2002 г.

70. „Основни макроикономически показатели”, НСИ, 1999-2005 г., ISSN-1311-2376

71. http://bgliter.hit.bg/Lekcii/Ikonometria. htm

72. http://elearning-phys.uni-sofia.bg/fttme/Documents/TsvetanIF_M1_Lekcii7/lecture_11n.htm

73. Jarrow, R. A., Risk Management Models, Cornell University, Ithaca, New York, 2010

74. Taleb, N. N.,The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable, Random House, 2007, ISBN 978-1-4000-6351-2.

75. EPM Information Development Team, Oracle Crystal Ball User's Guide, 2011

76. Haahr, M., Introduction to Randomness and Random Numbers, 1998-2014, http://www.random.org/randomness/

77. Далкалъчев, Хр., Неделчева, Е., “Теория на информацията и пренасяне на съобщенията”, Университетско издателство „Стопанство”, С., 2006

78. Марчев, А. А., М. Моцев, “Методика за автоматизирано изграждане на имитационни модели на стопански системи”, ПНИЛ по „Моделиране и системен анализ на икономическия механизъм, ВИИ „Карл Маркс”, 1983

79. Романски, Р., Николова, И., ”Ръководство по компютърно моделиране”, изд. “Технически университет – София”, С., 2005

80. Романски, Р., ”Компютърно моделиране”, изд. “Технически Университет – София”, С., 2005

81. Eiben, A. E., Smith, J. E., “Introduction to evolutionary computing”, Springer, Natural Computing Series, USA, 2007

82. Haupt, R., Haupt, S., “Practical genetic algorithms”, „John Wiley &Sons”, Inc., USA, 2004

83. Koenig, D., „Practical control engineering: Guide for Engineers, Managers, and Practitioners (MATLAB Examples)”, „McGraw-Hill Professional”, USA, 2009

84. Encyclopedia of Computer Science, Computer simulation,

http://www. modelbenders. com/encyclopedia/encyclopedia. html

85. Wikipedia The Free Encyclopedia, Genetic Algorithm

http://en. wikipedia. org/wiki/Genetic_algorithm

86. Wikipedia The Free Encyclopedia, Model(Economics),

http://en. wikipedia. org/wiki/Model_%28economics%2

87. Wikipedia The Free Encyclopedia, Scientific Modelling,

http://en. wikipedia. org/wiki/Scientific_modelling

88. Box, G. E. P., Jenkins, G. M., and Reinsel, G. C. (1994). Time Series Analysis, Forecasting and Control, 3rd ed. Prentice Hall, Englewood Clifs, NJ.

89. Durbin, J.; Watson, G. S. (1951). "Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression, II". Biometrika. 38 (1–2): 159–179

90. Cochrane, D.; Orcutt, G. H. (1949). "Application of Least Squares Regression to Relationships Containing Auto-Correlated Error Terms". Journal of the American Statistical Association. 44 (245): 32–61

91. Metropolis, N., S. Ulam, The Monte Carlo Method. Journal of the American Statistical Association., 1949

92. Kwak, Y. H., L. Ingall, Exploring Monte Carlo Simulation Applications for Project Management, Risk Management 2007, 2007

93. Humphreys, K. K., Project Risk Management – Advantages and Pitfalls

94. Hollmann, J. K., The Monte-Carlo Challenge: A Better Approach, AACE International, 2007

95. Hulett, D. T., Ph. D., Project Cost Risk Analysis Using Crystal Ball